PROCLI DIADOCHI

IN

PRIMUM EUCLIDIS ELEMENTORUM LIBRUM

COMMENTARII.

EX RECOGNITIONE

GODOFREDI FRIEDLEIN.



LIPSIAE
IN AEDIBUS B. G. TEUBNERI
M. DCCC. LXXIII.

LIPSIAE: TYPIS B. G. TEUBNERI.

PRAEFATIO.

Operaene pretium fuerit rursus in lucem proferre quae inde ab anno M. D. XXXIII. homo nemo retractavit, iure dubium potest videri ei, qui ex voluntate tantum alicuius putat pependisse hoc neque ex facultate occasione data. Jam qui primus Procli commentarios edidit, Simon Grynaeus, uno tantum codice adiutus, quem Oxonii Joannem Claymundum candide sibi suppeditasse dicit, audacior rem est aggressus. Editi enim illi erant, ut Barocii utar verbis, perinde ac si editi nunquam fuissent. Eademque querela sonat ex illorum libris, quicunque graece studebant legere, quae tradidisset Proclus seu de philosophiae placitis seu de rebus mathematicis vel geometricis, quae ipse et philosophus et geometra in his commentariis protulisset.

Egregia quidem his subvenit Barocius enucleans difficiliora, emendans mendosa, explens lacunosa, addens desiderata, interpretans latine cuncta. Idem, si voluisset, Proclum graecum videtur potuisse restituere. Nam divina providentia factum esse laudat, ut in insula Creta vetustissimum exemplar ad manus suas perveniret; ex quo exemplari et ipso pluribus in locis imperfecto impressum illud quoad posset diligenter se emendavisse dicit. Bononiam profectus invenit duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Salvatoris alterum in bibliotheca Fabricii Garzoni, medicam facultatem publice in Bononiensi Gymnasio profitentis, atque ex his omnibus exemplaribus quoad fieri potuit unum fecit integrum, quod e graeca lingua in latinam convertit,

conversum palam fecit. Dum imprimitur, alia duo vidit graeca exemplaria, unum Venetiis in bibliotheca Sanctorum Joannis et Pauli, alterum Patavii ex bibliotheca Jo. Vincentii Pinelli Genuensis, et ad opus conficiendum adhibuit. Suo iure Procli Diadochi utilissimum lucidissimumque volumen a propinquo iam interitu vindicatum tum primum renovatae Phoenicis instar exortum esse praedicat. Usi sunt opere eius praestantissimo quicunque hos Procli commentarios adierunt, cum etsi non ipsa verba at sententias et res invenirent, graeco exemplari magis involutas quam detectas. Cuius rei satis erit unius viri Angli afferre testimonium. Taylor enim in praefatione versionis suae Anglicae Barocii demum libro sui incepti difficultates superari potuisse profitetur neque in locis dubiis alium sequitur ducem quam Barocium.

Fieri tamen non potuit, quin verba quoque graeca desiderarentur. Illud imprimis caput de Euclide et de claris mathematicis ante Euclidem in Fabricii bibliotheca graeca et inter Euclidis elementa ab August edita emendatius prodiit. Novissimus Fridericus Hultsch plura ex Proclo excerpta Heronis geometricorum reliquiis addidit.

Cuncti operis editionem videtur molitus esse Dasipodius molitusque est teste Fabricio Eduardus Bernhardus. Haud procul abfuit ab eodem incepto, qui diligentissimam navavit Proclo operam, Joachim Henricus Knoche et philosophiae et mathematicae studiis optime instructus. Is insigni humanitate, cum parare me editionem commentariorum Procli audisset, sui laboris partem, quam typis anno M. DCCC. LVI. redditum et ipse ad me mittere nequivit, sua manu scriptam mecum communicavit. Ita ad me delata est cura Procli commentarios denuo edendi neque ego potuissem suscipere onus ab aliis relictum nisi Halmius sua inter omnes nota liberalitate et summa

omnium litterarum scientia codicem ad me misisset Monacensem praestantissimum. Hinc sperare coepi, me si non ab omni parte perfectam absolutamque editionem, at multo emendatiorem et minus lacunosam ideoque multis hominibus doctis gratam conficere posse. Quidquid igitur temporis a muneris publici negotiis officiisque aliis vacabat, in Procli commentarios impendi laborisque mei fructus typis nunc prodiit redditus.

Quibus libris in conficiendo opere sim usus, patet ex notarum explicatione, quae Procli verba infra praecedit. Hoc loco pauca sunt addenda et de codicibus manuscriptis et de contextus forma.

Omnes quos scimus codices, in quibus Procli commentarii leguntur, ex uno eodemque exemplari esse ortos documento certissimo sunt lacunae, quae finem commentarii ad XXXVI^am^ Euclidis propositionem una cum initio sequentis et finem commentarii ad XLI^am^ una cum commentario ad XLII^am^ et initium commentarii ad XLIII^am^ absumpserunt. Varietates quoque verborum et sententiarum magna ex parte talem cognationem produnt ex scribarum vel correctorum variis eiusdem vitii remediis natae. Non enim defuerunt qui legerent illos commentarios. Codicem quoque Monacensem retractatum esse manu non imperita apertissima sunt vestigia, sed difficillimum est diiudicatu, utrum idem qui codicem scripsit etiam correxerit, an haud multo post alius eum recognoverit. Multis in locis correctoris manus a scribentis manu vix differt, aliis locis pallidius atramentum, tractus litterarum vel negligentior vel recentior posteram manum videntur prodere. Plures igitur conicias lectores operatos esse in hoc libro manu scripto, quibus sua unicuique iam non possis vindicare; unum saltem ex iis, si non plures, hominem eruditum paulo post codicem recens scriptum menda eius aliquot vidisse et emendasse mihi quidem est persuasum.

Quem igitur inveni habitum quam diligentissime potui descripsi, cum confundere distincta sit facile, distinguere confusa nemo queat, nisi qui ipsum codicem inspiciat.

Vellem contigisset mihi, ut plures codices perscrutarer; quod cum fieri nequiret, quidquid alii ex aliis codicibus hauserunt conferre studui. Hanc ad rem non solum Grynaei editionem et Augusti et Hultschii fragmenta adhibenda esse censui sed etiam Zamberti et Barocii interpretationes; est enim, ut etiam ex latinis verbis graeca verba divines. Magnopere dolui, quod Wachsmuth vir doctissimus in musei Rhenani volumine XVIII[mo] plura de Procli commentariis in primum Euclidis librum non protulit. Eo iucundior mihi fuit principis Boncompagni summa liberalitas et humanitas, qui rogatus a me duobus ex codicibus Romae in bibliotheca Barberina asservatis varietates locorum dubiorum vel lacunosorum septem ex codice 101, plus quam quadraginta et ducentorum ex codice 145 pretio non parvo colligendas curavit mihique dono dedit, cuius rei maximas ei ago gratias.

Multi hac ratione emendari potuerunt loci; alios emendaverunt Nesselmann, Knoche, Hultsch — Taylor totus pendet ex Barocio — nonnullos et ipse emendasse mihi videor; uncis tamen inclusi quae, cum necessaria mihi esse viderentur, de meo in contextu addidi.

Singulorum verborum et vocum formas secundum codicem Monacensem reddidi; unde factum est, ut saepius *ττ* occurrat, ubi Grynaeus *σσ* adhibuit. *γίνεσθαι* formae *γίγνεσθαι* praeferendum esse iam Hultsch adnotavit in musei Rhenani voluminis XIX[i] pagina 454; tamen omnibus in locis *γιν* pro *γιγν* scribendum esse negaverim. Accentus vocum et sententiarum interpunctiones, maximam partem illis temporibus neglecta, ex nostro usu erant ponenda; contra ea *ν* mobile vel *ἐφελκυστικόν* non ubique ex vulgaris

grammaticae regulis est positum; diligenter enim exaratus codex Procli scribendi rationem cum fide retinuisse mihi videtur, atque melius illa tempora graecae linguae concinnitatem sensisse puto, quam nostris temporibus ullus homo possit sentire; nec scholae usus erat respiciendus in libro, quem graecae linguae elementa discentes vix attingent. Trado igitur tradita, ne Proclo magis Graecus sim veritus.

Alius quoque peculiaris usus est dicendus, seu Procli solius seu aevi sui, quod scilicet eadem littera duas res significat. In figura enim in pagina 290 descripta ε et circulum notat centro γ intervallo $\gamma\delta$ descriptum et punctum aliquod ultra eius circumferentiam; simili modo in figura in pagina 346 descripta ε et trianguli et circuli centro δ intervallo $\delta\zeta$ ducti notat punctum. Denique id memoratu est dignum, quod duarum rectarum collectio significatur litteris iuxta se positis e. g. $\tau\grave{o}\ \overline{\alpha\gamma} = \tau\grave{o}\ \overline{\alpha} + \tau\grave{o}\ \overline{\gamma}$.

Restat ut de partitione loquar, qua Procli commentarii in quattuor libros sunt divisi, libri singuli in capita et commentaria. Proclus ipse uno tantum loco in paginae 352 linea 24 voce τμῆμα utitur ad unam Euclidis propositionum partem notandam, quae propositiones praecedunt in pag. 354 lin. 8 ὑποθέσεις, in pag. 364 lin. 19 τὰ πρὸ τῶν θεωρημάτων nominat, nusquam ita transit ad alias quaestiones ut unum librum concludere alterum inchoare eum possis dicere. Singulas tantum quaestiones claudit atque quae dicturus sit addit, velut in paginae 81 lineis 23—26. Si codicem inspicias, prologum et libros IV distingui ex titulo rubro colore scripto conicias recteque te iudicasse censeas, cum in codicis folio numero 44 signato (infra in paginae 85 linea 20) inscriptionem invenias rubram: ἀρχὴ τοῦ κειμένου. at iam in folio 23 (infra 48, 19) secundum inscriptionem liber primus, secundum marginis notam liber secundus incipit, in folio 97 (infra 178, 17) liber II (III), in folio 192

(infra 354, 20) liber III (IV), in folio 233 (infra 433) liber IV, re vera autem incerti alicuius scholium. Contra in folio 109 (infra 198), ubi Barocio quoque iudice 'Finis Principiorum' invenitur et initium propositionum, ne minima quidem nota novae rei fit indicium. Haec cum viderem, iam non dubitavi, quin commentariorum in quattuor libros partitio a librario vel scriba esset profecta, cuius exemplar omnium quae scimus exemplarium fuit fons. Singulos illos libros Barocius in capita et commentaria divisit, quem Taylor secutus est, atque ego secutus essem, nisi Procli operi quantum fieri posset genuinam formam reddendam esse putassem. Proclus commentarios suos ita continuasse mihi videtur, ut Euclidis tantum verba intericeret, sua autem quam dilucidissime disposita nullo maiore intervallo discerneret. Praeterea minime constat, quo iure commentariorum nomen acceperit Procli opus; multo verisimilius ex fine prologi prioris (infra 47, 7) mathematicae disciplinae studium scripturum fuisse Proclum dices. At certum nihil inde excuties. Itaque et titulum per tria saecula traditum retinui et sex tantum latinas inscriptiones addidi et Euclidis definitionibus, petitis, axiomatis, propositionibus suos numeros dedi, quo faciliorem redderem totius operis conspectum. Ut singulae res facilius possent inveniri, duos adieci indices, unum nominum alterum rerum et verborum. Denique in superiore parte cuiusque paginae et Grynaei et Barocii paginarum numeri sunt positi, ne lectorem locos laudatos quaerentem longior mora impediat. Quo plures gratum habebunt Proclum graece restitutum, eo minus laboris haud parvi paenitebit in eo consumpti.

Curiae ad Salam mense Januario anni M. DCCC. LXXIII.

Godofredus Friedlein.

NOTARUM EXPLICATIO.

M = codex Monacensis 427, chartaceus, saeculo X^mo ab Hardtio addictus, XI^mo vel XII^mo fortasse addicendus. aequali litterarum ductu folia CCXXXVIIII sunt exarata eadem manu, paucis iisque raro adhibitis compendiis. margines relicti sunt lati, in quibus paucae tantum notae sunt adscriptae postera fortasse manu, quam tamen discernere a prima manu plerumque est difficile. figurarum geometricarum et lineae et litterae rubro colore sunt descriptae, minore tamen fere omnes diligentia; qui enim confecit illas, non inspexit Procli verba, sed parum accurate quas ob oculos habuit figuras depinxit.

G = Commentariorum Procli editio prima, quae Simonis Grynaei opera addita est Euclidis elementis graece editis Basileae apud Ioan. Hervagium anno M. D. XXXIII.

C = corrector quidam ignotus, qui editionis primae exemplar, olim Petri Victorii libris insertum, nunc in bibliotheca Monacensi sub signo A. Gr. 1060 asservatum, plurimis locis quantum conici potest ex codice codici *M* simillimo emendavit. non ubique verum eum vidisse aut attulisse non est quod miremur.

Z = liber manu scriptus sub signo cod. lat. 6 in bibliotheca Monacensi depositus, continens in primis CLIIII foliis Procli commentariorum libros IIII Bartholomaeo Zamberto veneto interprete (anno M. DXXXVIIII, anno interpretis VI et LX absoluto).

B = Procli in primum Euclidis elementorum librum commentariorum libri IIII a Francisco Barocio patritio veneto editi, Patavii 1560.

B_1 = codex Bononiensis bibliothecae S. Salvatoris 223 (*Kn. III*, p. 5).

B_2 = codex 101 bibliothecae Barberinae, saec. XV., qui primas sedecim paginas editionis Hervagianae continet usque ad verbum *διανοητικὴν* in paginae .XVI. linea .XXI. ab inferiore parte.

B_3 = codex 145 bibliothecae Barberinae, saec. XVI., a duobus librariis conscriptus, quorum prior folia 1—158, alter folia 159—200 exaravit.

A = *ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΑ* edita ab E. F. August (partis primae pag. 290—293. 307—308), Berolini MDCCCXXVI.

N = Die Algebra der Griechen. Von Dr. G. H. F. Nesselmann, Berlin 1842.

Kn. I = Ex Procli successoris in Euclidis elementa commentariis definitionis quartae expositionem quae de recta est linea et sectionibus spiricis commentati sunt I. H. Knoche et F. I. Maerker, Herfordiae 1856.

Kn. II = Untersuchungen über des Proklus Diadochus Commentar zu Euklids Elementen von Dr. J. H. Knoche, Herford 1862.

Kn. III = Untersuchungen über die neuaufgefundenen Scholien des Proklus Diadochus zu Euklids Elementen von Dr. Joachim Heinrich Knoche, Oberlehrer und Conrektor, Herford 1865.

H_1 = Zu Proklos. Dresden. Fr. Hultsch. (Rheinisches Museum für Philologie. Neue Folge. Neunzehnter Jahrgang. Frankfurt am Main 1864. p. 450—455).

H_2 = Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiae edidit Fridericus Hultsch, Berolini MDCCCLXIV.

T = The philosophical and mathematical commentaries of Proclus on the first book of Euclid's elements. In two volumes. London, printed for the author (T. Taylor) 1792.

PROLOGI PARS PRIOR.

Τὴν μαθηματικὴν οὐσίαν οὔτε τῶν πρωτίστων ἐν τοῖς οὖσι γενῶν οὔτε τῶν ἐσχάτων εἶναι καὶ παρὰ τὴν ἁπλῆν διῃρημένων, ἀναγκαῖον, ἀλλὰ τὴν μέσην χώραν ἀπειληφέναι τῶν τε ἀμερίστων καὶ ἁπλῶν καὶ ἀσυνθέτων καὶ ἀδιαιρέτων ὑποστάσεων καὶ τῶν μεριστῶν καὶ ἐν συνθέσεσιν παντοίαις καὶ ποικίλαις διαιρέσεσιν ἀφωρισμένων. τὸ μὲν γὰρ ἀεὶ κατὰ ταὐτὰ ἔχον καὶ μόνιμον καὶ ἀνέλεγκτον τῶν περὶ αὐτὴν λόγων ὑπερανέχουσαν αὐτὴν ἀποφαίνει τῶν ἐν ὕλῃ φερομένων εἰδῶν, τὸ δὲ διεξοδικὸν τῶν ἐπιβολῶν καὶ τὸ ταῖς διαστάσεσι τῶν ὑποκειμένων προσχρώμενον καὶ τὸ ἀπ' ἄλλων ἀρχῶν ἄλλα προκατασκευάζον καταδεεστέραν αὐτῇ δίδωσι τάξιν τῆς ἀμερίστου καὶ ἐν αὑτῇ τελείως ἱδρυμένης φύσεως. διόπερ οἶμαι καὶ ὁ Πλάτων τὰς γνώσεις διῄρει τῶν ὄντων ταῖς τε πρώταις καὶ μέσαις καὶ τελευταίαις ὑποστάσεσι καὶ τοῖς μὲν ἀμερίστοις τὴν νοητὴν ἀπεδίδου τὴν ἀθρόως καὶ μετὰ

πρόκλου διαδόχου εἰς τὸ α̃ τῶν εὐκλείδου στοιχείων. π̆ α̃ β̃ γ̃ δ̃. *M.* *ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΑΔΟΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ G.*

1 *προτίστων M.* 3 *διηρημένων M.* 7 *ταυτὰ M. τὰ αὐτὰ G.* 9 *ἀποφέρει G.* 12 *ἀλλὰ G. ἄλλα C.* ‖ *προκατασκευάζειν G, B_3, προκατασκευα .... B_2,* 'ad structuram' *Z,* 'praeparat' *B.* 13 *αὐτῇ] αυτη M, αὐτῇ G.* 17 *ἀθρόως* ex *G,* evan. in *M.*

ἁπλότητος διαιροῦσαν τὰ νοητὰ καὶ τῇ τε ἀϋλίᾳ καὶ τῇ καθαρότητι καὶ τῇ ἑνοειδεῖ προσβολῇ καὶ ἐπαφῇ τῶν ὄντων τὰς ἄλλας ὑπεραίρουσαν γνώσεις, τοῖς δὲ μεριστοῖς καὶ φύσιν ἐσχάτην λαχοῦσι καὶ αἰσθητοῖς ἅπασι τὴν δόξαν ἀμυδρᾶς ἀληθείας ἀντιλαμβανομένην, τοῖς δὲ μέσοις, οἷα δή ἐστι τὰ τῆς μαθηματικῆς εἴδη, καὶ τῆς τε ἀμερίστου φύσεως ἀπολειπομένοις καὶ τῆς μεριστῆς ὑπεριδρυμένοις τὴν διάνοιαν. καὶ γὰρ αὕτη νοῦ μέν ἐστι δευτέρα καὶ τῆς ἀκροτάτης ἐπιστήμης, δόξης δὲ τελειοτέρα ‖ καὶ ἀκριβεστέρα καὶ καθαρωτέρα. διεξοδεύει μὲν γὰρ καὶ ἀναπλοῖ τοῦ νοῦ τὴν ἀμετρίαν καὶ ἀνελίσσει τὸ συνεσπειραμένον τῆς νοερᾶς ἐπιβολῆς, συνάγει δὲ αὖ πάλιν τὰ διῃρημένα καὶ ἀναφέρει πρὸς τὸν νοῦν. ὥςπερ οὖν αἱ γνώσεις ἀπ' ἀλλήλων διεστήκασιν, οὕτω δὴ καὶ τὰ γνωστὰ διακέκριται φύσει, καὶ τὰ μὲν νοητὰ πάντων ὑπερήπλωται ταῖς ἑνοειδέσιν ὑπάρξεσι, τὰ δὲ αἰσθητὰ τοῖς πᾶσιν ἀπολείπεται τῶν πρώτων οὐσιῶν. τὰ δὲ μαθηματικὰ καὶ ὅλως τὰ διανοητὰ μέσην κεκλήρωται τάξιν, τῶν μὲν τῇ διαιρέσει πλεονάζοντα, τῶν δὲ τῇ ἀϋλίᾳ προέχοντα, καὶ τῶν μὲν τῇ ἁπλότητι λειπόμενα, τῶν δὲ τῇ ἀκριβείᾳ προυπάρχοντα καὶ τρανεστέρας μὲν ἐμφάσεις ἔχοντα τῶν αἰσθητῶν τῆς νοητῆς οὐσίας, εἰκόνες δὲ ὅμως ὄντα καὶ μεριστῶς μὲν τὰ ἀμέριστα,

4 In margine: *αἱ γνώσεις κατὰ πλάτωνα M.*

πρῶται — τελευταῖαι — μέσαι.

7 *τε* om. *G.* 8 *τοῖς μεριστῆς G, τῆς μεριστῆς* H_2 p. 254. ‖ *τὴν διάνοιαν* om. H_2. 9 *αὐτῇ G, αὕτη C.* ‖ *ἀκρότητος G, ἀκροτάτης C.* 10 Post *καθαρωτέρα* H_2 p. 254 addit: *εἰς ἕνωσιν καὶ διάκρισιν τῶν ὅλων*, quod ad alium locum pertinere vidit *Kn. III* p. 40. 18 *ὑπολείπεται G.* 19 *κεκλήρωνται G.* 23 *νοερᾶς G.*

πολυειδῶς δὲ μονοειδῆ παραδείγματα τῶν ὄντων ἀπομιμούμενα καὶ ὡς συλλήβδην εἰπεῖν ἐν προθύροις μὲν τεταγμένα τῶν πρώτων εἰδῶν καὶ ἐκφαίνοντα τὴν ἡνωμένην καὶ ἀμερῆ καὶ γόνιμον ἐκείνων ὕπαρξιν, οὔπω δὲ ἄρα τοῦ μερισμοῦ καὶ τῆς συνθέσεως τῶν λόγων ὑπερέχοντα καὶ τῆς προσηκούσης ταῖς εἰκόσιν ὑποστάσεως, οὐδὲ ὑπερδράμοντα τὰς ποικίλας καὶ διεξοδικὰς τῆς ψυχῆς νοήσεις καὶ αὐταῖς συναρμοσθέντα ταῖς ἁπλαῖς καὶ ὕλης ἁπάσης καθαρευούσαις γνώσεσιν.

Ἡ μὲν δὴ μεσότης τῶν μαθηματικῶν γενῶν τε καὶ εἰδῶν τοιαύτη νοείσθω, πρός γε τὸ παρὸν τὸ μεταξὺ συμπληροῦσα τῶν τε παντελῶς ἀμεριστῶν οὐσιῶν καὶ τῶν περὶ τὴν ὕλην μεριστῶν γινομένων· τὰς δὲ ἀρχὰς τῆς μαθηματικῆς ὅλης οὐσίας ἐπισκοποῦντες ἐπ' αὐτὰς ἄνιμεν τὰς διὰ πάντων τῶν ὄντων διηκούσας ἀρχὰς καὶ πάντα ἀφ' ἑαυτῶν ἀπογεννώσας, λέγω δὲ τὸ πέρας καὶ τὸ ἄπειρον. ἐκ γὰρ τούτων τῶν δύο πρώτων μετὰ τὴν τοῦ ἑνὸς ἀπεριήγητον καὶ τοῖς ἅπασιν ἄληπτον αἰτίαν ὑπέστη τά τε ἄλλα πάντα καὶ ἡ τῶν μαθημάτων φύσις, ἐκείνων μὲν ἀθρόως πάντα παραγουσῶν καὶ ἐξῃρημένως, τῶν δὲ προϊόντων ἐν μέτροις τοῖς προσήκουσι καὶ τάξει τῇ πρεπούσῃ τὴν πρόοδον καταδεχομένων, καὶ τῶν μὲν πρώτων, τῶν δὲ μέσων, τῶν δὲ τελευταίων ὑφισταμένων. τὰ μὲν

1 *πολυειδῶς δὲ* ex *G.* ‖ *ἀπομιμούμενα* ex *G.* 2 *ἐν προθύροις* ex *G.* ‖ *μὲν* om. *G.* 3 *τεταγμένων* G, *τεταγμένα* C. 8 *διεξοδικὰς*] 'cogitandi vim habentes' et in margine 'progrediendi' *B.* 11 *δὲ καὶ G.* 12 *πρὸς δὲ G*, *πρός γε* C. 16 *ἀγίωμεν* G, *ἄνιμεν*, *ἂν ἴοιμεν* vel *ἀνίοιμεν C.* 19 *κατὰ G.* 20 *ὑπέσθη G.* ‖ *ἡ μαθηματικῶν G.* 25 *μέσων*] *δευτέρων G.*

γὰρ νοητὰ γένη κατὰ τὴν ἑαυτῶν ἁπλότητα πρώτως μετέχει τοῦ πέρατος καὶ τοῦ ἀπείρου διὰ μὲν τὴν ἕνωσιν καὶ τὴν ταυτότητα καὶ τὴν μόνιμον ὕπαρξιν καὶ | σταθερὰν ‖ τοῦ πέρατος ἀποπληρούμενα, διὰ δὲ τὴν εἰς πλῆθος διαίρεσιν καὶ τὴν γεννητικὴν περιουσίαν καὶ τὴν θείαν ἑτερότητα καὶ πρόοδον τῆς ἀπειρίας ἀπολαύοντα. τὰ δὲ μαθηματικὰ πέρατος μέν ἐστιν ἔκγονα καὶ ἀπειρίας, ἀλλ' οὐ τῶν πρωτίστων μόνων οὐδὲ τῶν νοητῶν καὶ κρυφίων ἀρχῶν, ἀλλὰ καὶ τούτων, αἳ προῆλθον μὲν ἀπ' ἐκείνων εἰς δευτέραν τάξιν, ἀπογεννᾶν δὲ μετ' ἀλλήλων ἐξαρκοῦσι τοὺς μέσους διακόσμους τῶν ὄντων καὶ τὴν ἐν αὐτοῖς ποικιλίαν, ὅθεν δὴ καὶ ἐν τούτοις προέρχονται μὲν εἰς ἄπειρον οἱ λόγοι, κρατοῦνται δὲ ὑπὸ τῆς πέρατος αἰτίας. ὅ τε γὰρ ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀρξάμενος ἄπαυστον ἔχει τὴν αὔξησιν, ἀεὶ δὲ ὁ ληφθεὶς πεπέρασται, καὶ ἡ τῶν μεγεθῶν διαίρεσις ἐπ' ἄπειρον χωρεῖ, τὰ δὲ διαιρούμενα πάντα ὥρισται, καὶ κατ' ἐνέργειαν πεπέρασται τὰ μόρια τοῦ ὅλου. καὶ τῆς μὲν ἀπειρίας οὐκ οὔσης τά τε μεγέθη πάντα σύμμετρα ἂν ἦν καὶ οὐδὲν ἄρρητον οὐδὲ ἄλογον, οἷς δὴ δοκεῖ διαφέρειν τὰ ἐν γεωμετρίᾳ τῶν ἐν ἀριθμητικῇ, καὶ οἱ ἀριθμοὶ τὴν γόνιμον τῆς μονάδος δύναμιν οὐκ ἂν ἐδύναντο δεικνύναι οὐδὲ ἂν πάντας εἶχον τοὺς λόγους ἐν ἑαυτοῖς τῶν ὄντων, οἷον τοὺς πολλαπλασίους ἢ τοὺς ἐπιμορίους. πᾶς γὰρ ἀριθμὸς ἐξαλλάττει τὸν λόγον πρὸς τὴν μονάδα καὶ τὸν πρὸ αὐτοῦ γενόμενον

5 τὸ πλῆθος *G.* 6 θεῖαν *M.* 7 ἀπολαμβάνοντα *G.* ἀπολαύοντα *C.* 14 λόγοι. Κρατοῦνται δὲ *M.* ‖ Supra πέρατος in M scriptum est τοῦ manu postera. 15 ὅτε *G.* 18 μετ' *G.* κατ' *C.* 27 τὸν πρὸ αὐτοῦ γενόμενον] 'eam quae ante ipsam rationem facta est respiciens' et in margine

ἐξεταζόμενος. τοῦ δὲ πέρατος ἀναιρεθέντος συμμετρία τε καὶ κοινωνία λόγων καὶ ταυτότης εἰδῶν καὶ ἰσότης καὶ ὅσα τῆς ἀμείνονός ἐστι συστοιχίας οὐκ ἄν ποτε ἐν τοῖς μαθήμασιν ἐφαίνετο, οὐδ' ἂν ἐπιστῆμαι τῶν τοιούτων ἦσαν οὐδὲ καταλήψεις μόνιμοι καὶ ἀκριβεῖς. δεῖ τοίνυν ἀμφοτέρων τῶν ἀρχῶν ὥσπερ τοῖς ἄλλοις γένεσι τῶν ὄντων οὕτω δὴ καὶ τοῖς μαθηματικοῖς. τὰ δὲ ἔσχατα καὶ ἐν ὕλῃ φερόμενα καὶ ὑπὸ τῆς φύσεως διαπλαττόμενα πάντως αὐτόθεν ἀμφοῖν μετέχοντα καταφαίνεται, τοῦ μὲν ἀπείρου κατὰ τὴν ὑποκειμένην αὐτοῖς ἕδραν τῶν εἰδῶν, τοῦ δὲ πέρατος κατὰ τοὺς λόγους καὶ τὰ σχήματα καὶ τὰς μορφάς.

Ἀλλ' ὅτι μὲν ἀρχαὶ καὶ τῶν μαθημάτων αὗται προεστήκασιν, αἳ καὶ τῶν ὄντων ἁπάντων, φανερόν. ὥσπερ δὲ τὰς κοινὰς ἀρχὰς αὐτῶν τεθεωρήκαμεν καὶ διὰ πάντων διηκούσας τῶν μαθηματικῶν γενῶν, οὕτω δὴ καὶ ‖ τὰ κοινὰ αὐτῶν θεωρήματα καὶ ἁπλᾶ καὶ τῆς μιᾶς ἐπιστήμης ἔγγονα τῆς πάσας ὁμοῦ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις ἐν ἑνὶ ἐπεχούσης ἀναλογισώμεθα, καὶ ὅπως ἐφαρμόττει πάσαις καὶ δύναται καὶ ἐν ἀριθμοῖς καὶ ἐν μεγέθεσι καὶ ἐν κινήσεσι θεωρεῖσθαι σκοπήσωμεν. τοιαῦτα δέ ἐστι τά τε τῶν ἀναλογιῶν καὶ τὰ τῶν συνθέσεων καὶ διαιρέσεων καὶ τῶν ἀναστροφῶν καὶ ἐναλλαγῶν, ἔτι δὲ τὰ τῶν λόγων πάντων οἷον πολλαπλασίων καὶ ἐπιμορίων [καὶ] ἐπιμερῶν καὶ τῶν τούτοις ἀντικειμένων καὶ ἁπλῶς τὰ περὶ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον καθόλου θεωρούμενα καὶ κοινῶς, οὐ καθόσον

'eum qui ante ipsum est respiciens' *B.* 1) ἀναιρεθέντος om. *G.* 18 ὁμοῦ] ἡμῶν *C.* 20 ἐφαρμόττει ex *G.* Litteras in *M* post ἐφαρμότ rasurae inscriptas non potui legere. Quattuor vel quinque litterae videntur ab initio esse scriptae. 25 καὶ inter ἐπιμορίων et ἐπιμερῶν ego addidi.

ἐστὶν ἐν σχήμασιν ἢ ἀριθμοῖς ἢ κινήσεσιν, ἀλλ' αὐτὸ καθ' αὑτὸ τούτων ἑκάτερον φύσιν τινὰ ἔχον κοινὴν καὶ γνῶσιν ἑαυτοῦ παρεχόμενον ἁπλουστέραν. καὶ μὴν καὶ τὸ κάλλος καὶ ἡ τάξις κοινὰ πάντων ἐστὶ τῶν μαθημάτων καὶ ἡ ἀπὸ τῶν γνωριμωτέρων ὁδὸς ἐπὶ τὰ ζητούμενα καὶ ἡ ἐκ τούτων ἐπ' ἐκεῖνα μετάβασις, ἃς δὴ καλοῦσιν ἀναλύσεις καὶ συνθέσεις. ἥ τε ὁμοιότης καὶ ἡ ἀνομοιότης τῶν λόγων οὐδ' ὁτιοῦν τῶν μαθηματικῶν γενῶν ἀπολείπουσιν. καὶ γὰρ σχήματα τὰ μὲν ὅμοια τὰ δὲ ἀνόμοια λέγομεν καὶ ἀριθμοὺς ὡσαύτως τοὺς μὲν ὁμοίους τοὺς δὲ ἀνομοίους. καὶ ὅσα κατὰ τὰς δυνάμεις ἀναφαίνεται πᾶσιν ὁμοίως προσήκει τοῖς μαθήμασι, τῶν μὲν δυναμένων τῶν δὲ δυναστευομένων. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν πολιτείᾳ Σωκράτης ταῖς μούσαις ὑψηλολογουμέναις ἀνέθηκεν, τὰ κοινὰ πάντων τῶν μαθηματικῶν λόγων ἐν πέρασιν ὡρισμένοις περιλαβὼν καὶ προστησάμενος ἐν τοῖς εἰρημένοις ἀριθμοῖς, ἀφ' ὧν δὴ καὶ τὰ μέτρα τῆς τε εὐγονίας καὶ τῆς ἐναντίας πρὸς ταύτην ἀγονίας καταφαίνεται.

Δεῖ δὲ ἄρα τὰ κοινὰ ταῦτα μήτε ἐν τοῖς πολλοῖς καὶ διῃρημένοις εἴδεσι πρώτως ὑφεστάναι νομίζειν, μήτε ὑστέρως καὶ ἐκ τῶν πολλῶν ἔχοντα τὴν γένεσιν, ἀλλ' ὡς πρὸ αὐτῶν ἑστῶτα καὶ ἁπλότητι καὶ ἀκριβείᾳ διαφέροντα τίθεσθαι. διὰ γὰρ τοῦτο καὶ ἡ γνῶσις αὐτῶν προηγεῖται τῶν πολλῶν γνώσεων καὶ δίδωσι

10 ἀνόμια λέγωμεν *M*. 12 ἀναφαίνονται *G*. 15 Polit. VIII, p. 546—547. 16 τῶν post πάντων om. *G*. 18 ἐφ' ὧν *G*. 19 ἐγγωνίας *M, G*. εὐγωνίας *C*. ‖ ἀγωνίας *M, G*. 23 Post ὑστέρως invenitur in *M* ἐν ἧι et supra lineam .ἣ. ‖ ἐκ τῶν] αὐτῶν *G*, ἐκ τῶν *C*. 24 Inter πρὸ et αὐτῶν est rasura in *M*.

τὰς ἀρχὰς ἐκείναις, καὶ αἱ πολλαὶ περὶ αὐτὴν ὑφεστήκασι καὶ ἐπ' αὐτὴν ἀναφέρονται. λεγέτω γὰρ ὁ γεωμέτρης, ὅτι τεττάρων ὄντων μεγεθῶν ἀνάλογον ἔσται καὶ τὸ ἐναλλάξ, καὶ δεικνύτω κατὰ τὰς οἰκείας ἀρχάς, αἷς ὁ ἀριθμητικὸς οὐκ ἄν ποτε χρήσαιτο, καὶ αὖ ὁ ἀριθμητικός, ὅτι τεττάρων ὄντων ἀριθμῶν ἀνάλογον ‖ ἔσται καὶ τὸ ἐναλλάξ, καὶ τοῦτο ἀπὸ τῶν τῆς οἰκείας ἐπιστήμης ἀρχῶν. τίς οὖν ὁ καθ' ἑαυτὸν γνωρίζων τὸ ἐναλλὰξ εἴτε ἐν μεγέθεσιν εἴτε ἐν ἀριθμοῖς καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν συγκειμένων μεγεθῶν ἢ ἀριθμῶν καὶ τὴν σύνθεσιν ὡσαύτως τῶν διῃρημένων; οὐ γὰρ δή που τῶν μὲν με | ριστῶν εἰσὶν ἐπιστῆμαι καὶ γνώσεις, τῶν δὲ ἀΰλων καὶ τῆς νοερᾶς θεωρίας ἐγγυτέρω τεταγμένων οὐδὲ μίαν ἔχομεν ἐπιστήμην. ἀλλὰ πολλῷ πρότερον ἡ ἐκείνων γνῶσις ἐστὶν ἐπιστήμη καὶ ἀπ' ἐκείνης αἱ πολλαὶ τοὺς κοινοὺς ὑποδέχονται λόγους καὶ μέχρι τοσούτου γνώσεων ἄνοδος ἀπὸ τῶν μερικωτέρων ἐπὶ τὰς ὁλικωτέρας, ἕως ἂν ἐπ' αὐτὴν ἀναδράμωμεν τὴν τοῦ ὄντος, ᾗ ὄν ἐστιν, ἐπιστήμην. αὕτη γὰρ οὐ τὰ καθ' αὐτὰ τοῖς ἀριθμοῖς ὑπάρχοντα σκοπεῖν ἀξιοῖ, οὐδὲ τὰ κοινὰ πᾶσι τοῖς ποσοῖς, ἀλλὰ τῶν ὄντων ἁπάντων τὴν μίαν καὶ μόνην οὐσίαν καὶ ὕπαρξιν θεωρεῖ, καὶ διὰ τοῦτο πασῶν ἐστὶ τῶν ἐπιστημῶν περιληπτικωτάτη καὶ πᾶσαι παρ' ἐκείνης λαμβάνουσι τὰς ἀρχάς. ἀεὶ γὰρ αἱ ἀνωτέρω ταῖς ὑπ' αὐτὰς παρέχουσι τὰς πρώτας τῶν ἀποδείξεων ὑποθέσεις, ἡ δὲ τελειοτάτη τῶν ἐπιστημῶν ἁπάσαις ἀφ' ἑαυτῆς ἐνδί-

7 τῶν om. *G*. 13 τῶν δὲ ἂν ἀΰλων *G*. 14 Ἀλλὰ *M*. 17 τοσούτων *M*, *G*. 19 ᾗ ἂν ἐστιν *G*; pro ἂν ὂν substituit *C*. 21 πᾶσισ *M*. 22 μόνημον *G*. ‖ ὕπαρξιν ex *G*. ὕπ-ξιν in lineae fine et in initio sequentis lineae *M*. 27 Ἁπάσαις *M*.

δωσι ταῖς μὲν ὁλικωτέρας ταῖς δὲ μερικωτέρας ἀρχάς· δι' ὃ καὶ ὁ ἐν Θεαιτήτῳ Σωκράτης παιδιὰν σπουδῇ κεραννὺς περιστεραῖς μὲν ἀπεικάζει τὰς ἐν ἡμῖν ἐπιστήμας. πέτεσθαι δὲ αὐτὰς φησὶν τὰς μὲν κατ' ἀγέλας τὰς δὲ καὶ χωρὶς ἀπὸ τῶν ἄλλων. αἱ μὲν γὰρ κοινότεραι καὶ ὁλικώτεραι πολλὰς ἐν ἑαυταῖς περιέχουσι μερικωτέρας, αἱ δὲ τῶν διῃρημένων κατ' εἴδη γνωστῶν ἐφαπτόμεναι διεστήκασιν ἀλλήλων καὶ ἀσύναπτοι πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ἀπὸ διαφερουσῶν ὡρμημέναι τῶν πρώτων ἀρχῶν. μία τοίνυν ἐπιστήμη προτετάχθω τῶν πολλῶν ἐπιστημῶν καὶ μαθημάτων ἡ τὰ κοινὰ καὶ διὰ πάντων διήκοντα τῶν γενῶν γνωρίζουσα καὶ πάσαις ταῖς μαθηματικαῖς ἐπιστήμαις χορηγοῦσα τὰς ἀρχάς.

Καὶ μέχρι τοῦδε ἐν ἡμῖν ἡ περὶ αὐτῆς ἀφωρίσθω διδασκαλία. μετὰ δὲ τοῦτο τί ποτ' ἂν εἴη τὸ κριτήριον τῶν μαθημάτων θεωρήσωμεν καὶ προστησώμεθα καὶ τῆς τούτου παραδόσεως ἡγεμόνα τὸν Πλάτωνα διαιρούμενον ἐν πολιτείᾳ χωρὶς μὲν τὰ γνωστὰ χωρὶς δὲ τὰς γνώσεις καὶ συζύγως ἀπονέμοντα τοῖς γνωστοῖς τὰς γνώσεις. ‖ τῶν γὰρ ὄντων τὰ μὲν νοητὰ θέμενος τὰ δὲ αἰσθητά, τῶν δ' αὖ νοητῶν τὰ μὲν νοητὰ πάλιν τὰ δὲ διανοητά, καὶ τῶν αἰσθητῶν τὰ μὲν αἰσθητὰ τὰ δὲ εἰκαστά, τοῖς μὲν νοητοῖς, ἃ δὴ τῶν τεττάρων ἐστὶ γενῶν πρώτιστα, γνῶσιν ἐφίστησι τὴν νόησιν, τοῖς δὲ διανοητοῖς διάνοιαν, τοῖς δὲ αἰσθητοῖς πίστιν καὶ τοῖς εἰκαστοῖς εἰκασίαν. καὶ τοῦτον ἔχουσαν τὸν λόγον ἀποφαίνει τὴν εἰκασίαν πρὸς τὴν αἴσθησιν, ὃν ἡ

1 *ταῖς δὲ μερικωτέρας* om. *G.* 6 *καὶ ὁλικώτεραι* om. *G.* 16 *τί* om. *G.* addidit *C.* 18 *καὶ τῆς τούτου*] *δὲ, ἐπὶ τῆς τούτων G.* 20 *συζύγους G.* 28 *ἀποβαίνει G. ἀποφαίνει C.*

διάνοια πρὸς τὴν νόησιν· ἥ τε γὰρ εἰκασία τὰ εἴδωλα γιγνώσκει τῶν αἰσθητῶν ἔν τε ὕδασι φανταζόμενα καὶ τοῖς ἄλλοις κατόπτροις ἐσχάτην πως ἐν εἴδεσιν ἔχοντα τάξιν καὶ εἰδώλων ὄντως εἴδωλα γεγονότα, καὶ ἡ διάνοια τὰς τῶν νοητῶν εἰκόνας θεωρεῖ τὰς ἀπὸ τῶν πρώτων καὶ ἁπλῶν καὶ ἀμεριστῶν εἰδῶν εἰς πλῆθος καὶ διαίρεσιν ὑποβάσας, δι' ὃ καὶ ταύτης μὲν ἡ γνῶσις ἀπ' ἄλλων ὑποθέσεων ἤρτηται πρεσβυτέρων, ἡ δὲ νόησις ἐπ' αὐτὴν ἄνεισι τὴν ἀνυπόθετον ἀρχήν. εἰ τοίνυν τὰ μαθηματικὰ μήτε τὴν ἀμέριστον ἔλαχεν ὑπόστασιν καὶ χωριστὴν ἀπὸ πάσης διαιρέσεως καὶ ποικιλίας μήτε τὴν αἰσθήσει γνωριζομένην καὶ πολὺ μετάβολον καὶ πάντη μεριστήν, παντί που καταφανές, ὅτι διανοητὰ μέν ἐστι κατὰ τὴν οὐσίαν, διάνοια δὲ αὐτῶν προέστηκεν ὡς κριτήριον, ὥσπερ τῶν αἰσθητῶν αἴσθησις καὶ εἰκασία τῶν εἰκαστῶν. ὅθεν δὴ καὶ ὁ Σωκράτης ἀμυδροτέραν μὲν τὴν τούτων γνῶσιν εἶναι διορίζεται τῆς πρωτίστης ἐπιστήμης, τρανεστέραν δὲ τῆς δοξαστικῆς ἐπιβολῆς. τὸ μὲν γὰρ ἀνειλιγμένον καὶ διεξοδικὸν τῆς θεωρίας πλεονάζον ἔχουσι τῆς νοήσεως, τὸ δὲ μόνιμον τῶν λόγων καὶ ἀνέλεγκτον ὑπερέχον τῆς δόξης. καὶ τὸ μὲν ἐξ ὑποθέσεως ὡρμημένον κατὰ τὴν ὕφεσιν ἔλαχον τῆς πρώτης ἐπιστήμης, τὸ δὲ ἐν ἀΰλοις εἴδεσιν ὑφεστὸς κατὰ τὴν τελειοτέραν τῶν αἰσθητῶν εἴδησιν.

Τὸ μὲν οὖν κριτήριον τῶν μαθημάτων ἁπάντων τοιόνδε κατὰ τὸν νοῦν ἀφοριζόμεθα τοῦ Πλάτωνος·

2 ὕδασι] εἴδεσι *G*. 8 εἴρηται *G*, ἤρτηται *C*. 12 πολυμετάβολον *G*. 13 πάντι *G*, πάντη *M*, *C*. 16 ἡ αἴσθησις *G*. 18 τρανοτέραν *G*. 21 ἀνέλεγκτον ex *G*, ἀνέλεκτον *M*, *C*. 23 ὡρισμένον *G*, ὡρμημένον *C*. ‖ ὕφεσιν] φύσιν *C*, 'diminutionem' *B*.

τὴν διάνοιαν δόξης μὲν ὑπεριδρύσασαν ἑαυτὴν, τῆς δὲ νοήσεως ἀπολειπομένην. ἕπεται δέ που κατιδεῖν ἡμᾶς, τίνα τὴν οὐσίαν προσήκει λέγειν τῶν μαθηματικῶν ‖ εἰδῶν τε καὶ γενῶν, καὶ πότερον ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν αὐτὴν ὑφιστάνειν συγχωρητέον εἴτε κατὰ ἀφαίρεσιν, ὥς που λέγειν εἰώθασιν, εἴτε κατὰ ἄθροισιν τῶν μερικῶν εἰς ἕνα τὸν κοινὸν λόγον, ἢ καὶ πρὸ τούτων αὐτῇ τὴν ὑπόστασιν δοτέον, ὥς ὅ τε Πλάτων ἀξιοῖ καὶ ἡ τῶν ὅλων ἐπιδεικνύει πρόοδος. πρῶτον μὲν οὖν εἰ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν τὰ μαθηματικὰ εἴδη λέγομεν ὑποστῆναι, τῆς ψυχῆς ἀπὸ τῶν ἐν ὕλῃ τριγώνων ἢ κύκλων τὸ εἶδος τὸ κυκλικὸν ἢ τὸ τριγωνικὸν ὑστερογενῶς ἐν ἑαυτῇ μορφούσης, πόθεν ἡ ἀκρίβεια καὶ τὸ ἀνέλεγκτον ὑπάρχει τοῖς λόγοις; ἀνάγκη γὰρ, ἢ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν ἢ ἀπὸ ψυχῆς. ἀλλὰ μὴν ἀπό γε τῶν αἰσθητῶν ἀδύνατον, πολλῷ γὰρ ἂν μᾶλλον ἀκριβείας τούτοις μετῆν· ἀπὸ τῆς | ψυχῆς ἄρα, τοῖς μὲν ἀτελέσι τὸ τέλειον τοῖς δὲ μὴ ἀκριβέσι τὸ ἀκριβὲς προστιθείσης. ποῦ γὰρ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς τὸ ἀμερὲς ἢ τὸ ἀπλατὲς ἢ τὸ ἀβαθές, ποῦ δὲ ἡ τῶν ἐκ τοῦ κέντρου γραμμῶν ἰσότης, ποῦ δὲ οἱ ἑστῶτες ἀεὶ λόγοι τῶν πλευρῶν, ποῦ δὲ αἱ τῶν γωνιῶν ὀρθότητες; οὐχ ὁρῶμεν, ὡς ἐν ἀλλήλοις πάντα τὰ αἰσθητὰ συμμέμικται καὶ ὡς οὐδὲν ἐν τούτοις εἰλικρινὲς οἰδὲ τοῦ ἐναντίου καθαρεῦον, ἀλλὰ μεριστὰ πάντα καὶ διαστατά καὶ κινούμενα; πῶς οὖν τοῖς ἀκινήτοις λόγοις ἐκ τῶν κινουμένων καὶ ἄλλοτε ἄλλως ἐχόντων αὐτὴν

8 ὥστε omisso ὅ *G.* ὅ intra lineas scriptum prima manu *M.* 9 *δεικνύει G.* 14 *ἀνέλεκτον C.* 17 *μέτεσιν G, μέτεστιν C.* 23 *ὁρῶ μὲν G.* ‖ *αἰσθητὰ] μεριστὰ G, αἰσθητὰ C.* 24 *ὡς* om. *G.* 25 *καθαρεύον G.* ‖ *διεστητὰ C.* 26 *ἑνούμενα G, κινούμενα C.* ‖ *λόγοις* om. *G*, add. *C.*

τὴν μόνιμον οὐσίαν δώσομεν; πᾶν γὰρ τὸ ἀπὸ κινουμένων οὐσιῶν ὑφιστάμενον καὶ ὕπαρξιν μεταβλητὴν ἔχειν ὁμολογεῖται παρ' αὐτῶν. πῶς δὲ τοῖς ἀκριβέσι καὶ ἀνελέγκτοις εἴδεσιν ἀπὸ τῶν μὴ ἀκριβῶν τὴν ἀκρίβειαν προσθήσομεν; πᾶν γὰρ τὸ τῆς ἀκινήτου γνώσεως αἴτιον μειζόνως ἐστὶν αὐτὸ τοιοῦτον. ψυχὴν ἄρα τὴν γεννητικὴν ὑποθετέον τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν τε καὶ λόγων. ἀλλ' εἰ μὲν ἔχουσα τὰ παραδείγματα κατ' οὐσίαν ὑφίστησιν αὐτά, καὶ εἰσὶν αἱ γεννήσεις προβολαὶ τῶν ἐν αὐτῇ προυπαρχόντων εἰδῶν, τῷ τε Πλάτωνι συνεσόμεθα ταῦτα λέγοντες καὶ τὴν ἀληθῆ οὐσίαν τῶν μαθημάτων εὑρηκότες ἂν εἴημεν. εἰ δὲ μὴ ἔχουσα μηδὲ προειληφυῖα τοὺς λόγους τοσοῦτον ὑφαίνει διάκοσμον ἄϋλον καὶ τοσαύτην ἀπογεννᾷ θεωρίαν, πῶς τὰ γεννηθέντα δύναται διακρίνειν, εἴτε γόνιμα τυγχάνει ὄντα εἴτε ἀνεμιαῖα καὶ εἴδωλα ἀντ' ἀληθῶν, ποίοις δὲ κανόσι χρωμένη τὴν ἐν τούτοις ἀλήθειαν παραμετρεῖ; πῶς δὲ καὶ μὴ ἔχουσα τὴν οὐσίαν αὐτῶν ἀπογεννᾷ τοσαύτην ‖ ποικιλίαν λόγων; ηὐτοματισμένην γὰρ οὕτως τὴν ὑπόστασιν αὐτῶν ποιήσομεν καὶ πρὸς οὐδένα ὅρον ἀναφερομένην. εἰ ἄρα ψυχῆς ἐστιν ἔκγονα τὰ μαθηματικὰ εἴδη καὶ οὐκ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν ἔχει τοὺς λόγους, ὧν ὑφίστησιν ἡ ψυχή, καὶ ἀπ' ἐκείνων ταῦτα προβάλλεται καὶ αἱ ὠδῖνες αὐτῆς καὶ οἱ τόκοι μενόντων εἰσὶ καὶ ἀϊδίων ἐκφανεῖς εἰδῶν.

Δεύτερον τοίνυν εἰ κάτωθεν καὶ ἀπὸ τῶν αἰσθη-

1) δώσωμεν M. 3 ὡμολόγηται G. 4 ἀνελέκτοις C. 5 προστήσομεν G. ‖ ἀκινήτου ex C, ἀμιμήτου M, ἀεὶ κινίτου G. 8 τε om. G. 10 γενέσεις G. 23 ὧν] ὡς G, ὧν C.

τῶν ἀθροίζομεν τοὺς τῶν μαθημάτων λόγους, πῶς οὐκ ἀνάγκη τὰς ἀποδείξεις ἀμείνους λέγειν, ὅσαι ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν συνίστανται, καὶ οὐ τὰς ἀπὸ τῶν καθολικωτέρων ἀεὶ καὶ ἁπλουστέρων εἰδῶν; τὰ γὰρ αἴτια πανταχοῦ ταῖς ἀποδείξεσιν οἰκεῖα πρὸς τὴν τοῦ ζητουμένου θήραν εἶναι φαμέν. εἰ οὖν τὰ μερικὰ τῶν καθόλου καὶ τὰ αἰσθητὰ τῶν διανοητῶν αἴτια, τίς μηχανὴ τὸν ὅρον τῆς ἀποδείξεως ἐπὶ τὰ καθόλου μᾶλλον ἀναφέρειν ἀντὶ τῶν μεριστῶν καὶ τῶν διανοητῶν τὴν οὐσίαν πρὸ τῶν αἰσθητῶν ταῖς ἀποδείξεσιν συγγενεστέραν ἀποφαίνειν; οὐδὲ γὰρ εἴ τις φασὶν ἀποδείξειεν, ὅτι τὸ ἰσοσκελὲς δυεῖν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει τὰς γωνίας, καὶ ὅτι τὸ ἰσόπλευρον ὡδὶ καὶ τὸ σκαληνὸν ἐπίσταται κατὰ τρόπον, ἀλλ᾽ ὁ πᾶν τρίγωνον καὶ ἁπλῶς ἀποδείξας ἔχει τὴν ἐπιστήμην καθ᾽ αὑτό. καὶ πάλιν ὅτι τὸ καθόλου βέλτιον τοῦ κατὰ μέρος πρὸς ἀπόδειξιν, καὶ ἑξῆς ὅτι αἱ ἀποδείξεις ἐκ τῶν καθόλου μᾶλλον, ἐξ ὧν δὲ αἱ ἀποδείξεις, ταῦτα πρότερα καὶ τῇ φύσει προηγούμενα τῶν καθ᾽ ἕκαστα καὶ αἴτια τῶν δεικνυμένων. πολλοῦ ἄρα δέουσιν αἱ ἀποδεικτικαὶ τῶν ἐπιστημῶν περὶ τὰ ὑστερογενῆ καὶ τὰ ἀμυδρότερα τῶν αἰσθητῶν ἀθρεῖν, ἀλλ᾽ οὐ τὰ διανοίᾳ ληπτὰ καὶ τελειότερα τῶν αἰσθήσει καὶ δόξῃ γνωρίμων θεωρεῖν.

Ἔτι δὴ τὸ τρίτον λέγομεν, ὅτι καὶ τὴν ψυχὴν ἀτιμοτέραν ποιοῦσι τῆς ὕλης οἱ ταῦτα λέγοντες. εἰ γὰρ ἡ μὲν ὕλη τὰ οὐσιώδη καὶ μᾶλλον ὄντα καὶ τρανέστερα παρὰ τῆς φύσεως δέχεται, ἡ δὲ ψυχὴ δεύτερα

1 ἀθροίζοιμεν *C*. 3 alterum τῶν om. *G*. 12 δυοῖν *G*. 13 ὡσὶ *G*, ὡδὶ *C*. 14 ἀλλὰ πᾶν *G*. 17 ἕξεις *G*. ‖ ἐκ τῶν] αὐτῶν *G*. 22 23. ἀλλ᾽ οὐ . . . θεωρεῖν om. *G*. 24 ἔτι δε *G*. 25 τῆς ὕλης in margine prima, ut videtur, manu; in contextu τῶν εἰδῶν *M*. τῶν εἰδῶν *G*, B_2 B_3, 'formis' *Z*. 'materia' *B*.

ἀπ' ἐκείνων καὶ εἴδωλα καὶ εἰκόνας ὑστερογενεῖς ἐν ἑαυτῇ διαπλάττει πρὸς οὐσίαν ἀτιμοτέρας ἀφαιροῦσα τῆς ὕλης τὰ κατὰ φύσιν αὐτῆς ἀχώριστα, πῶς οὐχὶ τὴν ψυχὴν ἀδρανεστέραν τῆς ὕλης καὶ καταδεεστέραν ἀποφαίνουσι; τόπος μὲν γὰρ καὶ ἡ ὕλη τῶν ἐνύλων λόγων καὶ ἡ ψυχὴ τῶν εἰδῶν. ἀλλ' ἡ μὲν τῶν πρώτων ἡ δὲ τῶν δευτέρων, καὶ ἡ μὲν τῶν προηγουμένως ὄντων ἡ δὲ τῶν ἐκεῖθεν ὑφισταμένων, καὶ ἡ μὲν τῶν κατ' οὐσίαν, ἡ δὲ τῶν κατ' ἐπίνοιαν γενομένων. πῶς οὖν ἡ νοῦ καὶ τῆς νοερᾶς οὐσίας πρώτως μετέχουσα καὶ πληρουμένη τῆς γνώσεως ἐκεῖθεν ‖ καὶ τῆς ὅλης ζωῆς ἀμυδροτέρων εἰδῶν ἐστιν ὑποδοχὴ τῆς ἐσχάτης ἐν τοῖς οὖσιν ἕδρας καὶ πρὸς τὸ εἶναι πάντων ἀτελεστέρας; ἀλλὰ πρὸς μὲν ταύτην ἀπαντᾶν τὴν δόξαν πολλοῖς πολλάκις εὐθύνας δεδωκυῖαν περίεργον. εἰ δὲ μή ἐστι κατὰ ἀφαίρεσιν τῶν ἐνύλων τὰ μαθηματικὰ εἴδη μήτε κατὰ συναθροισμὸν τῶν ἐν τοῖς καθ' ἕκαστα κοινῶν, μηθ' ὅλως ὑστερογενῆ καὶ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν, ἀνάγκη δήπου τὴν ψυχὴν ἢ παρ' αὑτῆς ἢ παρὰ νοῦ λαμβάνειν αὐτὰ ἢ καὶ παρ' αὑτῆς καὶ παρ' ἐκείνου. ἀλλ' εἰ μὲν παρ' αὑτῆς μόνον, πῶς εἰκόνες ταῦτα τῶν νοερῶν εἰδῶν; πῶς δὲ μεταξὺ τῆς ἀμερίστου φύσεως καὶ τῆς μεριστῆς μηδεμίαν ἀπὸ τῶν πρώτων εἰς τὸ εἶναι συμπλήρωσιν λαχόντα; πῶς δὲ πρωτουργὰ παραδείγματα τῶν ὅλων τὰ ἐν νῷ προέστηκεν; εἰ | δὲ παρ' ἐκείνου μόνον, πῶς τὸ αὐτενέργητον τῆς ψυχῆς καὶ αὐτοκίνητον δύναται μένειν,

2 οὐσίας *G*, οὐσίαν *C*. ‖ ἀφαιροῦσα ex *G*, ἀφεροῦσα *M*. 5 ἀνύλων *G*, ἐνύλων *C*. 9 Post κατ' οὐσίαν addit γενομένων *G*. ‖ γενομένων] *λεγομένων et in margine γενομένων *G*, γενομένων *C*. 10 πρώτης *G*, πρώτως *C*. 19 ἀπ' αὐτῆς *G*. 25 ἐν ᾧ *G*, ἐν νῷ *C*.

εἴπερ οἱ ἐν αὐτῇ λόγοι κατὰ τὴν τῶν ἑτεροκινήτων ὑπόστασιν ἀλλαχόθεν εἰς αὐτὴν ἔρρευσαν; καὶ τί διοίσει τῆς ὕλης τῆς δυνάμει μόνον οὔσης πάντα, γεννώσης δὲ οὐδὲν τῶν ἐνύλων εἰδῶν; λείπεται δὴ οὖν καὶ παρ' αὑτῆς καὶ παρὰ νοῦ ταῦτα παράγειν καὶ εἶναι πλήρωμα τῶν εἰδῶν αὐτήν, ἀπὸ μὲν τῶν νοερῶν παραδειγμάτων ὑφισταμένων, αὐτογόνως δὲ τὴν εἰς τὸ εἶναι πάροδον λαγχανόντων. καὶ οὐκ ἄρα ἦν ἡ ψυχὴ γραμματεῖον καὶ τῶν λόγων κενόν, ἀλλὰ γεγραμμένον ἀεὶ καὶ γράφον ἑαυτὸ καὶ ὑπὸ νοῦ γραφόμενον. νοῦς γάρ ἐστι καὶ ἡ ψυχὴ κατὰ τὸν πρὸ αὐτοῦ νοῦν ἀνελίττων ἑαυτὸν καὶ εἰκὼν ἐκείνου καὶ τύπος ἔξω γενόμενος. εἰ οὖν ἐκεῖνος πάντα νοερῶς, καὶ ἡ ψυχὴ τὰ πάντα ψυχικῶς, καὶ εἰ παραδειγματικῶς ἐκεῖνος, καὶ ἡ ψυχὴ εἰκονικῶς, καὶ εἰ συνῃρημένως, ἡ ψυχὴ διῃρημένως. ὃ δὴ καὶ ὁ Πλάτων εἰδὼς ἐκ πάντων ὑφίστησι τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν τὴν ψυχὴν καὶ κατ' ἀριθμοὺς αὐτὴν διαιρεῖ καὶ συνδεῖ ταῖς ἀναλογίαις καὶ τοῖς ἁρμονικοῖς λόγοις, καὶ τὰς πρωτουργοὺς ἀρχὰς τῶν σχημάτων ἐν αὐτῇ καταβάλλεται, τό τε εὐθὺ καὶ τὸ περιφερές, καὶ κινεῖ τοὺς ἐν αὐτῇ κύκλους νοερῶς. πάντα ἄρα τὰ μαθηματικὰ πρῶτόν ἐστιν ἐν τῇ ψυχῇ καὶ πρὸ τῶν ἀριθμῶν οἱ αὐτοκίνητοι καὶ πρὸ τῶν φαινομένων σχημάτων τὰ ζωδιακὰ σχήματα καὶ πρὸ τῶν ἡρμοσμένων οἱ ἁρμονικοὶ λόγοι καὶ πρὸ τῶν κύκλῳ κινουμένων σωμάτων οἱ ἀφανεῖς κύκλοι δεδημιούργηνται καὶ πλήρωμα τῶν πάντων ἡ ψυχή· καὶ

3 τῇ δυνάμει *G.* 7 αὐτογόνων *G*, αὐτογόνως *C.* ‖ δὲ] καὶ *G.* 11 νοῦ *G.* 14 καὶ ante ἡ ψυχὴ om. *G*, add. *C.* 15 Post συνῃρημένως *G.* add. ἐκεῖνος. 16 ἰδὼν *G*, εἰδὼς *C.* 17 τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν om. *G.* 24 ζωδιακὰ] 'animales' et in margine 'vitales' *B.* 27 τῶν om. *G.*

διάκοσμος οὗτος ἄλλος αὐτὸς ἑαυτὸν παράγων καὶ ἀπὸ τῆς οἰκείας ἀρχῆς παραγόμενος ζωῆς τε πληρῶν ἑαυτὸν καὶ ἀπὸ τοῦ δημιουργοῦ πληρούμενος ἀσωμάτως καὶ ἀδιαστάτως, καὶ ὅτ' ἂν προβάλλῃ τοὺς αὐτοῦ λόγους, ‖ τότε καὶ ἐπιστήμας προφαίνει πάσας καὶ ἀρετάς. οὐσίωται οὖν ἐν τούτοις ἡ ψυχὴ τοῖς εἴδεσι καὶ οὔτε τὸν ἀριθμὸν ἐπ' αὐτῆς μονάδων πλῆθος ὑποληπτέον οὔτε τὴν τῶν διαστατῶν ἰδέαν σωματικῶς ἀκουστέον, ἀλλὰ πάντα ζωτικῶς καὶ νοερῶς τὰ παραδείγματα τῶν φαινομένων ἀριθμῶν καὶ σχημάτων καὶ λόγων καὶ κινήσεων ὑποθετέον ἑπομένοις τῷ Τιμαίῳ πᾶσαν αὐτῆς τὴν γένεσιν καὶ τὴν δημιουργίαν ἀπὸ τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν συμπληρώσαντι καὶ πάντων ἐν αὐτῇ τὰς αἰτίας ἱδρύσαντι. τῶν μὲν γὰρ ἀριθμῶν πάντων οἱ ἑπτὰ ὅροι τὰς ἀρχὰς περιειλήφασι τῶν γραμμικῶν καὶ τῶν ἐπιπέδων καὶ τῶν στερεῶν, τῶν δὲ λόγων πάντων οἱ ἑπτὰ λόγοι κατ' αἰτίαν ἐν αὐτῇ προϋφεστήκασι, τῶν δ' αὖ σχημάτων αἱ ἀρχαὶ δημιουργικῶς ἱδρύσθησαν ἐν αὐτῇ, τῶν δὲ κινήσεων ἡ πρωτίστη καὶ τὰς ἄλλας ἁπάσας περιέχουσα καὶ κινοῦσα συνυφέστηκεν αὐτῇ. πάντων γὰρ τῶν κινουμένων ὁ κύκλος ἀρχὴ καὶ ἡ κύκλῳ κίνησις. οὐσιώδεις ἄρα καὶ αὐτοκίνητοι τῶν μαθημάτων εἰσὶν οἱ λόγοι συμπληροῦντες τὰς ψυχάς, οὓς δὴ καὶ προβάλλουσα ἡ διάνοια καὶ ἐξελίττουσα πᾶσαν τὴν ποικιλίαν ὑφίστησι τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν, καὶ οὐ μή ποτε παύσηται, γεννῶσα μὲν ἀεὶ καὶ ἀνευρίσκουσα ἄλλα

6 οὐσιοῦται *G*. 11 ἑπόμενος (superscr. οι) *M*. ἑπομένους *G*. 15 ὅροι in contextu, in margine λόγοι *G;* sed omissa sunt τὰς ἀρχὰς περιειλήφασι .... οἱ ἑπτὰ λόγοι. 17 αἰτίαν] 'essentiam' et in margine 'causam' *B*. 23 μαθηματικῶν *G*.

ἐπ' ἄλλοις, τοὺς δὲ ἀμερεῖς αὐτῆς λόγους ἐξαπλοῦσα. πάντα γὰρ προείληφεν ἀρχοειδῶς καὶ κατὰ τὴν ἄπειρον ἑαυτῆς δύναμιν ἐκ τῶν προειλημμένων ἀρχῶν παντοδαπῶν θεωρημάτων ποιεῖται προβολάς.

Ἀλλὰ δὴ μετὰ τὴν οὐσίαν τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν ἐπὶ τὴν μίαν αὐτῶν ἐπιστήμην ἀναδράμωμεν, ἣν πρὸ τῶν πολλῶν ἐδείκνυμεν οὖσαν, καὶ θεωρήσωμεν, τί τὸ ἔργον αὐτῆς καὶ τίνες αἱ δυνάμεις, καὶ ἐπὶ πόσον διατείνουσαι ταῖς ἐνεργείαις.

Τὸ μὲν δὴ ἔργον τῆς ὅλης μαθηματικῆς διανοητικὸν, ὥσπερ τὸ πρότερον εἴπομεν, θετέον καὶ οὔτε τοιοῦτον, ὁποῖον τὸ νοερὸν ἐν ἑαυτῷ μονίμως ἱδρυμένον καὶ τέλειον καὶ αὔταρκες ἀφ' ἑαυτοῦ καὶ πρὸς ἑαυτὸ συνεῦον, οὔτε οἷον τὸ τῆς δόξης καὶ τῆς αἰσθήσεως. αὗται γὰρ αἱ γνώσεις πρὸς τὰ ἐκτὸς ἀπερείδονται καὶ περὶ ἐκεῖνα ἐνεργοῦσι καὶ τὰς αἰτίας οὐκ ἔχουσι τῶν γιγνωσκομένων. ἡ δ' αὖ μαθηματικὴ τῆς μὲν ἀναμνήσεως ἔξωθεν ἄρχεται, τελευτᾷ δὲ εἰς τοὺς ἔνδον λόγους, καὶ ἀνεγείρεται μὲν ἀπὸ τῶν ὑστέρων, καταντᾷ δὲ εἰς τὴν προηγουμένην οὐσίαν τῶν εἰδῶν, καὶ ἀκίνητος μὲν αὐτῆς οὐκ ἔστιν ἡ ἐνέργεια καθάπερ ἡ νοερά, διὰ δὲ κινήσεως οὐ ‖ τοπικῆς οὐδὲ ἀλλοιωτικῆς ὥσπερ αἱ αἰσθήσεις, ἀλλὰ ζωτικῆς ἀνελίσσεται καὶ διέξεισι τὸν ἀσώματον τῶν λόγων διάκοσμον, τότε μὲν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν ἐπὶ τὰ ἀποτελέσματα χωροῦσα, τότε δὲ ἀνάπαλιν ὁδεύουσα, καὶ τότε μὲν ἀπὸ τῶν προγιγνωσκομένων ἐπὶ τὰ ζητούμενα, τότε δὲ ἀπὸ τῶν ζητουμένων ἐπὶ τὰ προηγούμενα κατὰ τὴν γνῶσιν.

4 ποιεῖ τε *M.* ποιεῖται *G.* 6 μίαν] μετὰ *G*, μίαν *C.* 7 θεωρήσομεν *G.* 19 λόγοι *G*, λόγους *C.* 21 ἡ ante ἐνέργεια om. *G.* 24 τῷ λόγῳ *G.*

ἔτι τοίνυν οὔτε ὡς πλήρης ἑαυτῆς ἁπάσης ζητήσεως ὑπερίδρυται καθάπερ ὁ νοῦς, οὔτε ἀφ' ἑτέρων τελειοῦται ὡς ἡ αἴσθησις, ἀλλὰ διὰ ζητήσεως εἰς τὴν εὕρεσιν πρόεισιν καὶ ἀπὸ τοῦ ἀτελοῦς εἰς τελειότητα ἐπάνεισι.

Δυνάμεις γε μὴν ἔχει διττάς, | τὰς μὲν εἰς πλῆθος προαγούσας τὰς ἀρχὰς καὶ ἀπογεννώσας τὰς πολυειδεῖς τῆς θεωρίας ἀτραπούς, τὰς δὲ συναγωγοὺς τῶν πολλῶν διεξόδων εἰς τὰς οἰκείας ὑποθέσεις. διότι γὰρ ἀρχὰς προεστήσατο τό τε ἓν καὶ τὸ πλῆθος, τό τε πέρας καὶ τὸ ἄπειρον, τὰ ὑποκείμενα αὐτῇ πρὸς τὴν κατάληψιν μέσην τε ἐκληρώσατο τάξιν τῶν ἀμερίστων εἰδῶν καὶ τῶν πάντη μεριστῶν, εἰκότως δὴ οἶμαι καὶ αἱ γνωστικαὶ δυνάμεις τῆς ὅλης αὐτῶν ἐπιστήμης διπλαῖ πεφήνασιν οὖσαι, καὶ αἱ μὲν ἡμῖν εἰς τὴν ἕνωσιν σπεύδουσαι καὶ συμπτύσσουσαι τὸ πλῆθος, αἱ δὲ διακριτικαὶ τῶν ἁπλῶν εἰς τὰ ποικίλα καὶ τῶν καθολικωτέρων εἰς τὰ μερικώτερα, καὶ τῶν ἐν ἀρχῇ λόγων τεταγμένων εἰς τὰ δεύτερα καὶ τὰ πολλοστὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν. ἄνωθεν γὰρ ἀρχομένη διήκει μέχρι τῶν αἰσθητῶν ἀποτελεσμάτων καὶ συνάπτει πρὸς τὴν φύσιν καὶ συναποδείκνυσι πολλὰ μετὰ τῆς φυσιολογίας, ὥσπερ δὴ κάτωθεν ἐπανιοῦσα συνεγγίζει πως τῇ νοερᾷ γνώσει καὶ ἐφάπτεται τῆς τῶν πρώτων θεωρίας. διὸ δὴ καὶ ἐν ταῖς ἀποπερατώσεσιν ἑαυτῆς τήν τε μηχανικὴν ὅλην προύβαλεν καὶ τὴν ὀπτικὴν καὶ κατοπτρικὴν θεωρίαν καὶ ἄλλας πολλὰς συμπεπλεγμένας τοῖς αἰσθητοῖς καὶ δι' ἐκείνων ἐνεργούσας, καὶ ἐν ταῖς

2—3 ὑπερίδρυται ... ζητησέως bis redditum est in *G*; alterum del. not. C. 15 πεφύκασιν *G*. 16 συμπτώσσουσαι *M*, συμπτώσσουσι *G*. 25 ταῖς ἀπο- om. *G*.

ἀνόδοις τῶν ἀμερίστων καὶ ἀΰλων νοήσεων ἀντιλαμβάνεται καὶ μετ' ἐκείνων τελειοῖ τὰς μεριστὰς ἐπιβολὰς καὶ τὰς ἐν διεξόδοις φερομένας γνώσεις, τά τε ἑαυτῆς γένη καὶ εἴδη ταῖς οὐσίαις ἐκείναις ἀφομοιοῖ, καὶ τὴν περὶ θεῶν ἀλήθειαν καὶ τὴν περὶ τῶν ὄντων θεωρίαν ἐν τοῖς οἰκείοις ἐκφαίνει λογισμοῖς. τοσαῦτα καὶ περὶ τούτων εἰρήσθω.

Τὸ δὲ ἐντεῦθεν τῆς ἐπιστήμης ταύτης κατίδωμεν ἐξαίφνης ἀπὸ τῶν ἀρχηγικωτάτων γνώσεων μέχρι τῶν ἐσχάτων διατεῖνον. ὁ μὲν οὖν Τίμαιος κατὰ παίδευσιν ὁδὸν τὴν τῶν μαθημάτων γνῶσιν ἀποκαλεῖ. διότι δὴ τοῦτον ἔχει τὸν λόγον πρὸς τὴν τῶν ὅλων ‖ ἐπιστήμην καὶ τὴν πρώτην φιλοσοφίαν, ὃν ἡ παιδεία πρὸς τὴν ἀρετήν. ἡ μὲν γὰρ προευτρεπίζει τὴν ψυχὴν ἔθεσιν ἀδιαστρόφοις εἰς τὴν τελείαν ζωήν, ἡ δὲ προπαρασκευάζει τὴν διάνοιαν ἡμῶν καὶ τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς εἰς τὴν ἐντεῦθεν περιαγωγήν. διὸ καὶ ὁ ἐν πολιτείᾳ Σωκράτης ὀρθῶς εἶπεν· ὄμμα γὰρ τῆς ψυχῆς ὑπὸ τῶν ἄλλων ἐπιτηδευμάτων ἀποτυφλούμενον καὶ κατορυττόμενον ὑπὸ τῶν μαθημάτων μόνων ἀναζωπυρεῖσθαί τε καὶ ἀνεγείρεσθαι πάλιν εἰς τὴν θέαν τοῦ ὄντος καὶ ἀπὸ τῶν εἰδώλων ἐπὶ τὰ ἀληθῆ καὶ ἀπὸ τοῦ σκοτώδους εἰς τὸ νοερὸν μεθίστασθαι φῶς, καὶ ὅλως ἀπὸ τοῦ σπηλαίου καὶ τῶν ἐν τούτῳ γενεσιουργῶν δεσμῶν καὶ τῶν ἀγκτήρων τῆς ὕλης ἐπὶ τὴν ἀσώματον ἀνατείνασθαι καὶ ἀμέριστον οὐσίαν. τό τε γὰρ κάλλος καὶ ἡ τάξις τῶν ἐν μαθηματικῇ

4 εἴδη. καὶ ταῖς G. 6 ἐμφαίνει G. ἐκφαίνει C. 14 προευπρεπίζει G. προευτρεπίζει C. 15 εἴδεσι G. ‖ προκατασκευάζει G, προπαρασκευάζει C. 17 Polit. VII, p. 527, D. E. 21 ἀνεγείρεσθαι πέφυκεν. πάλιν G. 26 ἀνατείνεσθαι ἀμέριστον omisso καὶ G.

λόγων καὶ τὸ μόνιμον καὶ ἑστὼς τῆς θεωρίας αὐτοῖς ἡμᾶς συνάπτει τοῖς νοητοῖς καὶ ἐνιδρύει τελέως, ἀεὶ μὲν ἑστῶσιν, ἀεὶ δὲ τῷ θείῳ κάλλει διαπρέπουσιν, ἀεὶ δὲ τὴν πρὸς ἄλληλα τάξιν διασῴζουσιν. Ὁ δὲ ἐν τῷ Φαίδρῳ Σωκράτης τρεῖς ἡμῖν παραδίδωσι τοὺς ἀναγομένους, οἳ καὶ τὸν πρώτιστον αὐτοῦ συμπληροῦσι βίον· τὸν φιλόσοφον, τὸν ἐρωτικόν, τὸν μουσικόν. ἀλλὰ τῷ μὲν ἐρωτικῷ τῆς ἀναγωγῆς ἀρχὴ καὶ ὁδὸς ἐντεῦθεν ἀπὸ τοῦ φαινομένου κάλλους ἐπαναβασμοῖς χρωμένῳ τοῖς μέσοις εἴδεσι τῶν καλῶν, τῷ δὲ μουσικῷ τρίτην λαχόντι τάξιν ἀπὸ τῶν ἐν αἰσθήσεσιν ἁρμονιῶν ἐπὶ τὰς ἀφανεῖς ἁρμονίας καὶ τοὺς λόγους τοὺς ἐν ταύταις ἡ μετάβασις. καὶ τῷ μὲν ἡ ὄψις, τῷ δὲ ἡ ἀκοὴ τῆς ἀναμνήσεως ὄργανον. τῷ δὲ φιλοσόφῳ τὴν φύσιν πόθεν ἄρα καὶ διὰ τίνων ἡ ἀνακίνησις τῆς νοερᾶς γνώσεως καὶ ἡ πρὸς τὸ ὄντως ὂν καὶ τὴν ἀλήθειαν ἔγερσις; δεῖ γὰρ καὶ τούτῳ διὰ τὸ ἀτελὲς τῆς οἰκείας ἀρχῆς. ἡ γὰρ φυσικὴ ἀρετὴ καὶ ὄμμα ἀτελὲς καὶ ἦθος ἔλαχεν. ἐγήγερται μὲν οὖν ἤδη παρ' αὐτοῦ καὶ ἐπτόηται περὶ τὸ ὂν ὁ τὴν φύσιν τοιοῦτος, δοτέον δὲ αὐτῷ τὰ μαθήματα, φησὶν ὁ Πλωτῖνος, πρὸς συνεθισμὸν τῆς ἀσωμάτου φύσεως καὶ τούτοις ὥσπερ σχήμασι χρώμενον ἀκτέον ἐπὶ τοὺς ἐν τῇ διαλεκτικῇ λόγους καὶ ὅλως ὡς τὴν τῶν ὄντων θεωρίαν.

Ἀλλ' ὅτι μὲν πρὸς φιλοσοφίαν ἡ μαθηματικὴ τὴν πρωτίστην παρέχεται συντέλειαν, ἐκ τούτων δῆλον.

5 παρὰ δίδωσιν *M*. 6 αὐτῷ *G*. 9 ἐπαναβιβασμοῖς *G*. 15 ἀνακίνησις *M*, B_2 B_3, ἀνάμνησις *G*. 'recordatio' *Z*. 'reminiscentia' et in margine 'praeludium' *B*. 17 δεῖ δὴ *G*. δεῖ γὰρ *C*. ‖ τοῦτο *G*. τούτῳ *C*. 22 συνεθισμενὸν *G*. 24 ὡς τὴν . . . θεωρίαν] ἐν τῇ τῶν ὅλων (ὄντων *C*) θεωρίᾳ. *G*. Ad ὡς in *M* in margine annotatum est: ἐ͂ν πρὸς.

δεῖ δὲ καὶ τῶν καθ' ἕκαστα μεμνῆσθαι, καὶ ὅτι θεολογίᾳ μὲν προευτρεπίζει τὰς νοερὰς ἐπιβολάς. ὅσα γὰρ τοῖς ἀτελέσι δυσθήρατα καὶ ἀνάντη φαίνεται τῆς περὶ τῶν θεῶν ἀληθείας εἰς διάγνωσιν, ταῦτα οἱ τῆς μαθηματικῆς λόγοι πιστὰ καὶ καταφανῆ καὶ ἀνέλεγκτα διὰ τῶν εἰκόνων ἀποφαίνουσι. τῶν μὲν γὰρ ὑπερουσίων ἰδιοτήτων ‖ ἐν τοῖς ἀριθμοῖς τὰς ἐμφάσεις δεικνύουσι, τῶν δὲ νοερῶν σχημάτων ἐν τοῖς διανοητοῖς τὰς δυνάμεις ἐκφαίνουσιν. διὸ καὶ ὁ Πλάτων πολλὰ καὶ θαυμαστὰ δόγματα περὶ θεῶν διὰ τῶν μαθηματικῶν εἰδῶν ἡμᾶς ἀναδιδάσκει καὶ ἡ τῶν Πυθαγορείων φιλοσοφία παραπετάσμασι τού|τοις χρωμένη τὴν μυσταγωγίαν κατακρύπτει τῶν θείων δογμάτων. τοιοῦτος γὰρ καὶ ὁ ἱερὸς σύμπας λόγος καὶ ὁ Φιλόλαος ἐν ταῖς Βάκχαις καὶ ὅλος ὁ τρόπος τῆς Πυθαγόρου περὶ θεῶν ὑφηγήσεως.

Πρὸς δὲ τὴν φυσικὴν θεωρίαν τὰ μέγιστα συμβάλλεται, τήν τε τῶν λόγων εὐταξίαν ἀναφαίνουσα, καθ' ἣν δεδημιούργηται τὸ πᾶν, καὶ ἀναλογίαν τὴν πάντα τὰ ἐν τῷ κόσμῳ συνδήσασαν, ὥς που φησὶν ὁ Τίμαιος, καὶ φίλα τὰ μαχόμενα καὶ προσήγορα καὶ συμπαθῆ τὰ διεστῶτα ποιήσασαν, καὶ τὰ ἁπλᾶ καὶ πρωτουργὰ στοιχεῖα καὶ πάντη τῇ συμμετρίᾳ καὶ τῇ ἰσότητι συνεχόμενα δείξασα, δι' ὧν καὶ ὁ πᾶς οὐρανὸς ἐτελεώθη, σχήματα τὰ προσήκοντα κατὰ τὰς ἑαυτοῦ μερίδας ὑποδεξάμενος, ἔτι δὲ ἀριθμοὺς τοὺς οἰκείους ἑκάστῳ τῶν γιγνομένων καὶ ταῖς περιόδοις αὐτῶν καὶ ταῖς ἀποκαταστάσεσιν ἀνευροῦσα, δι' ὧν

1 καθέκαστον G, καθέκαστα C. ‖ θεολογία G. 9 ἐμφαίνουσι G, ἐκφαίνουσι C. ‖ διὸ δὴ καὶ G. 22 ποιήσασα G. 25 ἐτελειώθη G. 27 ἑκάστῳ ex G. ἕκαστα M.

τάς τε εὐγονίας ἑκάστων καὶ τὰς ἐναντίας φορὰς συλλογίζεσθαι δυνατόν. ταῦτα γὰρ οἶμαι καὶ ὁ Τίμαιος ἐνδεικνύμενος πανταχοῦ διὰ τῶν μαθηματικῶν ὀνομάτων ἐκφαίνει τὴν περὶ τῆς φύσεως τῶν ὅλων θεωρίαν καὶ τὰς γενέσεις τῶν στοιχείων ἀριθμοῖς καὶ σχήμασι κατακοσμεῖ καὶ τὰς δυνάμεις αὐτῶν καὶ τὰ πάθη καὶ τὰς ποιήσεις εἰς αὐτὰ ἀναφέρει, τῶν τε γωνιῶν τὰς ὀξύτητας καὶ τὰς ἀμβλύτητας καὶ τῶν πλευρῶν τὰς λειότητας ἢ τὰς ἐναντίας δυνάμεις, τό τε πλῆθος καὶ τὴν ὀλιγότητα τῶν στοιχείων αἰτιώμενος τῆς παντοίας μεταβολῆς.

Πρός γε μὴν τὴν πολιτικὴν καλουμένην φιλοσοφίαν πῶς οὐχὶ φήσομεν αὐτὴν πολλὰ δὴ καὶ θαυμαστὰ συντελεῖν, τούς τε καιροὺς τῶν πράξεων ἀναμετρουμένην καὶ τὰς ποικίλας περιόδους τοῦ παντὸς καὶ τοὺς προσήκοντας ἀριθμοὺς ταῖς γενέσεσι, τούς τε ἀφομοιωματικοὺς καὶ τοὺς τῆς ἀνομοιότητος αἰτίους, τούς τε γονίμους καὶ τελείους, καὶ τοὺς ἐναντίους τούτοις, τούς τε ἐναρμονίου ζωῆς χορηγοὺς καὶ τοὺς τῆς ἀναρμοστίας παρεκτικοὺς καὶ ὅλως φορᾶς καὶ ἀφορίας οἰστικούς. ἃ δὴ καὶ ὁ ἐν πολιτείᾳ τῶν μουσῶν λόγος ἐκφαίνει τὸν γεωμετρικὸν ἀριθμὸν σύμπαντα κύριον ἀμεινόνων καὶ χειρόνων γενέσεων τιθέμενος καὶ τῆς τε ἀλύτου τῶν ἀδιαστρόφων ἠθῶν διαμονῆς, καὶ τῆς μεταβολῆς τῶν ἀρίστων πολιτειῶν εἰς τὰς ἀλόγους καὶ ἐμπαθεῖς. ὅτι γὰρ τῆς ὅλης ἐστὶ μαθηματικῆς τὴν ἐπιστήμην παραδοῦναι τοῦ λεγομένου τούτου γεωμετρικοῦ ἀριθμοῦ καὶ οὐ μιᾶς τινὸς οἷον ἀριθμη-

19 *ἐναρμονίους G, M.* 20 *ἀναρμοσίας G.* 21 Polit. VIII p. 546, C. 547, C. 25 *ἀρίστων* ex *G.* *ἀριστερῶν M.* 26 *μαθηματικῆς ἐστι G.*

τικῆς ἢ γεωμετρίας παντί που δῆλον· διὰ πάντων γὰρ τῶν μαθημάτων οἱ λόγοι τῆς τε εὐγονίας ‖ καὶ τῆς ἀγονίας διήκουσι.

Πρὸς δ' αὖ τὴν ἠθικὴν φιλοσοφίαν ἡμᾶς τελειοῖ, τάξιν καὶ ἐναρμόνιον ζωὴν ἐντιθεῖσα τοῖς ἤθεσιν ἡμῶν καὶ σχήματα πρέποντα τῇ ἀρετῇ καὶ μέλη καὶ κινήσεις παραδίδωσιν, ἀφ' ὧν δὴ καὶ ὁ Ἀθηναῖος ξένος τελειοῦσθαι βούλεται τοὺς τῆς ἠθικῆς ἀρετῆς ἐκ νέων μεταληψομένους, τῶν τε ἀρετῶν προτείνει τοὺς λόγους, ἄλλως μὲν ἐν τοῖς ἀριθμοῖς, ἄλλως δὲ ἐν τοῖς σχήμασιν, ἄλλως δὲ ἐν τοῖς κατὰ μουσικὴν συμφώνοις καὶ τῶν κακιῶν τὰς ὑπερβολὰς καὶ τὰς ἐνδείας παραδείκνυσι, δι' ὧν ἀποτελούμεθα μέτριοι τὸ ἦθος καὶ κεκοσμημένοι. καὶ διὰ τοῦτο ὁ Σωκράτης ἐν Γοργίᾳ μὲν τὸν Καλλικλέα τῆς ἀτάκτου καὶ ἀκολάστου ζωῆς αἰτιώμενος, γεωμετρίας γάρ, φησίν, ἀμελεῖς καὶ τῆς κατ' αὐτὴν ἰσότητος. ἐν πολιτείᾳ δὲ τῆς τυραννικῆς ἡδονῆς τὴν ἀπόστασιν, ἣν ἔλαχεν, εὑρίσκει πρὸς τὴν τοῦ βασιλέως κατὰ τὴν ἐπίπεδον γένεσιν καὶ τὴν στερεάν.

Ἀλλὰ μὴν ταῖς τε ἄλλαις ἐπιστήμαις τε καὶ τέχναις ἡλίκον τὸ ἀπὸ τῆς μαθηματικῆς ὄφελος παραγίνεται, μάθοιμεν ἂν ἐννοήσαντες, ὅτι ταῖς μὲν θεωρητικαῖς οἷον ῥητορικῇ καὶ ταῖς τοιαῖσδε πάσαις, ὅσαι διὰ λόγων κυροῦνται, τελειότητα καὶ τάξιν προστίθησιν καὶ τὸ ἐκ πρώτων τε καὶ μέσων καὶ τελευταίων συμπληροῦσθαι κατὰ τὴν πρὸς αὐτὴν ἀπεικασίαν, ταῖς δὲ

2 εὐγωνίας ... ἀγωνίας M, G. 3 διώκουσι G. διήκουσι C. 5 ἐντεθεῖσα M, G. ‖ τοῖς om. G. 7 Plat. Leg. II, p. 672—673. 12 τὰς ante ἐνδείας om. G. 13 παραδεικνύουσι G. 17 ἀμελῆς C. ‖ Polit. IX, 587. D. 18 ἢ M. ‖ ἤλαχεν C. 19 βασιλικοῦ G, βασιλέως C. 27 εἰκασίαν G, ἀπεικασίαν C.

ποιητικαῖς ἐν παραδείγματος τάξει προυφέστηκε τοὺς λόγους τῶν ποιουμένων καὶ τὰ μέτρα ἐν αὐτῇ προυποστήσασα, ταῖς δὲ πρακτικαῖς τὴν ἐνέργειαν καὶ τὴν κίνησιν ἀφορίζει διὰ τῶν ἑστώτων ἑαυτῆς καὶ ἀκινήτων εἰδῶν. ὅλως γὰρ αἱ τέχναι πᾶσαι, καθάπερ δή φησιν ὁ ἐν τῷ Φιλήβῳ Σωκράτης, ἀριθμητικῆς δέονται καὶ μετρητικῆς καὶ στατικῆς, ἤτοι πασῶν ἤ τινῶν. αὗται δὲ πᾶσαι περιέχονται ἐν τοῖς μαθηματικοῖς λόγοις καὶ κατ' ἐκείνους ὁρίζονται. καὶ γὰρ αἱ τῶν ἀριθμῶν διανομαὶ καὶ ἡ τῶν μέτρων ποικιλία καὶ ἡ τῶν βαρῶν διαφορότης ὑπὸ ταύτης γνωρίζονται.

Τὸ μὲν τοίνυν ὄφελος τῆς μαθηματικῆς ὅλης ἐπιστήμης πρός τε φιλοσοφίαν αὐτὴν καὶ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας καὶ τέχνας ἔσται διὰ τούτων γνώριμον τοῖς ἀκούουσιν, ἤδη δέ τινες τῶν ἀντιλογικῶν | *ἐπιχειροῦσι καθαιρεῖν τὴν ἀξίαν τῆς ἐπιστήμης ταύτης, οἱ μὲν τὸ καλὸν αὐτῆς καὶ τὸ ἀγαθὸν ἀφαιροῦντες ὡς οὐ περὶ τούτων ποιουμένης τοὺς λόγους, οἱ δὲ χρησιμωτέρας τὰς τῶν αἰσθητῶν ἐμπειρίας ἀποφαίνονται τῶν ἐν αὐτῇ καθόλου θεωρουμένων,* ‖ *οἷον γεωδεσίαν γεωμετρίας, καὶ τὴν τῶν πολλῶν ἀριθμητικὴν τῆς ἐν θεωρήμασιν ὑφεστώσης, καὶ τὴν ναυτικὴν ἀστρολογίαν τῆς καθόλου δεικνυούσης. οὔτε γὰρ πλουτοῦμεν*

2 *τὰ ἐν αὐτῇ G, ἐν αυτῇ* omisso spiritus signo *M.* 4 *διὰ*] *δὲ G*, *Ν̓ὰ* (supra) *J M.* 6 *τῷ* om. *G.* 7 *μετρικῆς G, μετρητικῆς C.* 8 *τοῖς τῆς μαθηματικῆς G.* In *M* supra *τοῖς* scriptum est compendium articuli *τῆς* prima ut videtur manu. 11 *βαρβάρων G, βαρῶν C.* 15 Post *ἀντιλογικῶν* sequuntur in *G* *διὰ τοὺς βουλομένους ἀνατρέπειν τὴν γεωμετρίαν*, quae in *M* leguntur in margine inter signa ℭ = *σημαίνει* et ⸸; loco praepositionis *διὰ* est compendium ∆̹ = *διὰ τοῦτον.* 19 *αἰσθήσεων G.*

τῷ γινώσκειν τὸν πλοῦτον, ἀλλὰ τῷ χρῆσθαι, οὔτε εὐδαιμονοῦμεν τῷ τὴν εὐδαιμονίαν γινώσκειν, ἀλλὰ τῷ ζῆν εὐδαιμονικῶς, ὥστε καὶ πρὸς τὸν βίον τὸν ἀνθρώπινον καὶ τὰς πράξεις οὐ τὰς γνωστικὰς τῶν μαθηματικῶν, ἀλλὰ τὰς ἐμπειρικὰς συντελεῖν ὁμολογήσομεν. οἱ γὰρ ἀγνοοῦντες μὲν τοὺς λόγους, γεγυμνασμένοι δὲ περὶ τὴν ἐν τοῖς καθ' ἕκαστα πεῖραν ὅλῳ καὶ παντὶ διαφέρουσι πρὸς τὰς ἀνθρωπικὰς χρείας τῶν περὶ τὴν θεωρίαν μόνην ἐσχολακότων.

Πρὸς δὴ τοὺς ταῦτα λέγοντας ἀπαντησόμεθα τὸ μὲν κάλλος ἐπιδείκνυντες τῶν μαθημάτων ἀπὸ τούτων, ἀφ' ὧν καὶ ὁ Ἀριστοτέλης ἐπεχείρησεν ἡμᾶς πείθειν. τρία γὰρ ταῦτα διαφερόντως καὶ ἐν τοῖς σώμασι καὶ ἐν ταῖς ψυχαῖς τὸ κάλλος ἀποτελεῖν, τὴν τάξιν, τὴν συμμετρίαν, τὸ ὡρισμένον, ἐπεὶ καὶ τὸ αἶσχος τὸ μὲν σωματικὸν ἀπὸ τῆς ὑλικῆς ἀταξίας καὶ ἀμορφίας καὶ ἀσυμμετρίας καὶ ἀοριστίας ἐν τῷ συνθέτῳ κρατησάσης παρυφίσταται, τὸ δὲ [ψυχικὸν] ἀπὸ τῆς ἀλογίας πλημμελῶς καὶ ἀτάκτως κινουμένης καὶ ἀναρμόστου πρὸς τὸν λόγον οὔσης καὶ τὸν ἐκεῖθεν ὅρον οὐ καταδεχομένης, ὥστε καὶ τὸ κάλλος ἐν τοῖς ἐναντίοις ἂν ἔχοι τὴν ὕπαρξιν, τάξει δηλαδὴ καὶ συμμετρίᾳ καὶ τῷ ὡρισμένῳ. ταῦτα δὲ ἐν τῇ μαθηματικῇ μάλιστα θεωροῦμεν ἐπιστήμῃ, τὴν μὲν τάξιν ἐν τῇ τῶν δευτέρων ἀεὶ καὶ ποικιλωτέρων ἀπὸ τῶν πρώτων καὶ ἁπλουστέρων ἐκφάνσει — συνήρτηται γὰρ ἀεὶ τὰ ἑπόμενα τοῖς ἔμπροσθεν, καὶ τὰ μὲν ἀρχῆς ἔχει λόγον, τὰ

4 ἀνθρώπινον] ἀνῖνον G. quod compendium est vocis ἀνθρώπινον. 8 ἀνῖνας G. ‖ χεῖρας prima ut videtur manu intra lineas in χρείας mutatum M. 18 ψυχικὸν ego addidi. 20 τὸν om. G. 26 ἐμφάσει G.

δὲ τῶν ἑπομένων ταῖς πρώταις ὑποθέσεσιν — τὴν δὲ συμμετρίαν ἐν τῇ συμφωνίᾳ τῶν δεικνυμένων πρὸς ἄλληλα καὶ τῇ πρὸς τὸν νοῦν πάντων ἀναφορᾷ — μέτρον γάρ ἐστι κοινὸν τῆς ὅλης ἐπιστήμης ὁ νοῦς, παρ' οὗ καὶ τὰς ἀρχὰς λαμβάνει καὶ πρὸς ὃν ἐπιστρέφει τοὺς μανθάνοντας — τὸ δὲ ὡρισμένον ἐν τοῖς ἑστῶσιν ἀεὶ καὶ ἀκινήτοις λόγοις· οὐ γὰρ ἄλλοτε ἄλλως ἔχει τὰ γνωστὰ αὐτῆς ὥσπερ τὰ δοξαστὰ καὶ τὰ αἰσθητὰ αὐτῆς, ἀλλ' ἀεὶ τὰ αὐτὰ προτείνεται καὶ ὥρισται τοῖς νοεροῖς εἴδεσιν. εἰ τοίνυν τὰ μὲν ἀποτελεστικὰ τοῦ κάλλους ἐστὶ ταῦτα διαφερόντως, τὰ δὲ μαθήματα κατὰ ταῦτα χαρακτηρίζεται, πρόδηλον ὅτι καὶ ἐν τούτοις ἐστὶ τὸ καλόν. καὶ πῶς γὰρ οὐ μέλλει, νοῦ μὲν καταλάμποντος ἄνωθεν τὴν ἐπιστήμην, ταύτης δὲ εἰς νοῦν ἐπειγομένης καὶ ἡμᾶς ἀπὸ αἰσθήσεως εἰς ἐκεῖνον μετάγειν σπευδούσης;

Τὸ ‖ δ' αὖ ὄφελος αὐτῆς οὐκ εἰς τὰς ἀνθρωπίνας χρείας ἀφορῶντας κρίνειν ἀξιώσομεν οὐδὲ τῆς ἀνάγκης στοχαζομένους· οὕτω γὰρ καὶ τὴν θεωρητικὴν ἀρετὴν αὐτὴν ἄχρηστον ὁμολογήσομεν εἶναι ἑαυτὴν τῶν ἀνθρωπίνων χωρίζουσαν καί, οὗ ταῦτα συντείνει, μήδ' ὅλως γινώσκειν αἱρουμένην. ὃ καὶ ὁ ἐν Θεαιτήτῳ Σωκράτης περὶ τῶν κορυφαίων χρησμῳδῶν ὄντως [?] πάσης μὲν αὐτοὺς ἀφίστησι σχέσεως τῆς πρὸς τὸν ἀνθρώπινον βίον, πάσης δὲ ἀνάγκης καὶ χρείας εὔλυτον αὐτῶν τὴν διάνοιαν εἰς τὴν τῶν ὄντων ἀνατείνει περιωπήν. καὶ τοίνυν καὶ τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην αὐτὴν δι' αὑτὴν αἱρετὴν καὶ τὴν ἐξ αὐτῆς θεωρίαν

4 κοινὸν om. *G.* 9 αὐτῆς post αἰσθητὰ om. *G.* 11 ταῦτα διαφερόντως ἐστί *G.* ‖ μαθηματικὰ *G.* 21 οὗ ex *G.* οὐ *M.* 22 καὶ ἐν omisso ὁ *G.* ‖ Theät. 173. C. 23 ὄντων *G.*

εἶναι θετέον, ἀλλ' οὐ διὰ τὰς ἀνθρωπίνας χρείας. εἰ δὲ χρὴ πρὸς ἄλλο τι τὸ ἐξ αὐτῆς ὄφελος ἀναφέρειν, πρὸς τὴν νοερὰν γνῶσιν τὴν ὠφέλειαν τὴν ἀπ' αὐτῆς ἀνενεκτέον· εἰς γὰρ ἐκείνην ἡμᾶς ποδηγεῖ καὶ προευτρεπίζει, τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς ἀποκαθαίρουσα καὶ ἀφαιροῦσα τὰ ἀπὸ τῶν αἰσθήσεων ἐμπόδια πρὸς τὴν γνῶσιν τῶν ὅλων. ὥσπερ οὖν τὴν καθαρτικὴν ὅλην ἀρετὴν οὐ πρὸς τὰς βιωτικὰς χρείας ἀποβλέποντες χρησίμην ἢ ἄχρηστόν φαμεν, ἀλλὰ πρὸς τὸν ἐν θεωρίᾳ βίον, οὑτωσὶ καὶ τῆς μαθηματικῆς τὸ τέλος εἰς νοῦν ἀναπέμπειν προσήκει καὶ τὴν σύμπασαν σοφίαν. διὸ καὶ ἡ περὶ αὐτὴν ἐνέργεια καθ' αὑτήν τέ ἐστιν ἀξία σπουδῆς καὶ διὰ τὴν νοερὰν ζωήν. δηλοῖ δὲ τὸ δι' ἑαυτὴν εἶναι τοῖς μετιοῦσιν αἱρετήν, ὃ καὶ Ἀριστοτέλης πού φησιν, τὸ μηδενὸς μισθοῦ προκειμένου τοῖς ζητοῦσιν ὅμως ἐν ὀλίγῳ χρόνῳ τοσαύτην ἐπίδοσιν τὴν τῶν μαθημάτων θεωρίαν λαβεῖν, ἔτι δὲ τὸ πάντας ἐν αὐτῇ φιλοχωρεῖν καὶ βούλεσθαι σχολάζειν τῶν ἄλλων ἀφεμένους, ὅσοι καὶ κατὰ μικρὸν ἐφήψαντο τῆς ἀπ' αὐτῆς ὠφελείας, ὥστε οἵ γε καταφρονητικῶς ἔχουσι τῆς τῶν μαθημάτων γνώσεως, ἄγευστοι τυγχάνουσιν ὄντες τῶν ἐν αὐτοῖς ἡδονῶν.

Οὐ δὴ οὖν διὰ τοῦτο τὴν μαθηματικὴν ἀτιμαστέον, ὅτι μὴ πρὸς τὰς ἀνθρωπίνας ἡμῖν χρείας συντελεῖ — τὰ γὰρ ἔσχατα αὐτῆς | ἀπηχήματα τῆς τοιαύτης χρείας στοχάζεται καὶ ὅσα μεθ' ὕλης ἐνεργεῖ — ἀλλὰ τοὐναντίον θαυμαστέον αὐτῆς τὴν ἀϋλίαν καὶ

1 οὐδὲ G, οὐ διὰ C. 4 ἀνακτέον G, ἀνανεκτέον C. 6 αἰσθητῶν G, αἰσθήσεων C. 9 ἄχρηστον ex G. ἄχριστον M. 14 αὐτὴν G. 20 οἵ γε] ὅσοι H_2 p. 254. 21 ἔχοντες G. 22 ὄντες om. H_2 p. 254. 24 τὰς om. G. 25 ἀπευχήματα G. ἀπηχήματα C. 26 ὅλης G.

τὸ ἐν αὐτῇ μόνῃ τὸ ἀγαθὸν ἔχειν. καὶ γὰρ ὅλως παυσάμενοι τῆς περὶ τὰ ἀναγκαῖα φροντίδος οἱ ἄνθρωποι περὶ τὴν ζήτησιν ἐτράποντο τῶν μαθημάτων. καὶ τοῦτο εἰκότως· πρῶτα μὲν γὰρ τὰ σύντροφα καὶ ὁμοφυῆ τῇ γενέσει περισπούδαστά ἐστι τοῖς ἀνθρώποις· δεύτερα δὲ τὰ τῆς γενέσεως ἀπολύοντα τὴν ψυχὴν καὶ ἀναμιμνήσκοντα τοῦ ὄντος. οὕτως ἄρα καὶ τὰ ἀναγκαῖα πρὸ τῶν δι' αὑτὰ τιμίων καὶ τὰ τῆς αἰσθήσεως σύμφυλα πρὸ τῶν κατὰ νοῦν γιγνωσκομένων μέτιμεν. καὶ γὰρ πᾶσα ἡ γένεσις καὶ ἡ ἐν αὐτῇ στρεφομένη τῆς ψυχῆς ζωὴ πέφυκεν ‖ ἀπὸ τοῦ ἀτελοῦς εἰς τὸ τέλειον χωρεῖν. τοσαῦτα καὶ πρὸς τούτους εἰρήσθω τοὺς τὴν μαθηματικὴν ἀτιμάζοντας ἐπιστήμην.

Ἴσως δ' ἄν τινες ἐκ τῆς ἡμετέρας ἑστίας ὁρμώμενοι καὶ τὸν Πλάτωνα προιστάμενοι μάρτυρα τῶν λόγων ἐπιχειρήσειαν εἰς ὑπεροψίαν ἄγειν τοὺς ἐπιπολαιοτέρους τῆς τῶν μαθημάτων ἀκροάσεως. καὶ γὰρ αὐτὸν δήπου τὸν φιλόσοφον ἐν πολιτείᾳ τὴν μαθηματικὴν ταύτην γνῶσιν τοῦ τῶν ἐπιστημῶν ἀπελαύνειν χοροῦ καὶ τὰς ἀρχὰς τὰς αὐτῆς ὡς ἀγνοοῦσαν διελέγχειν, καὶ τὸ ᾧ ἀρχὴ μέν, ὃ μὴ εἶδεν, τελευτὴ δὲ καὶ μέσα, ἐξ ὧν οὐκ οἶδεν, ἐπὶ τούτοις προσθήσουσι, καὶ ὅσα ἄλλα παρὰ τοῦ Σωκράτους ἐν ἐκείνοις ὀνείδη κατὰ τῆς θεωρίας ταύτης ἀπέρριπται. πρὸς δὴ φίλους ἄνδρας ἡμεῖς ποιούμενοι τοὺς λόγους ἀναμνήσομεν αὐτούς, ὅτι καὶ αὐτὸς ὁ Πλάτων καθαρτικὴν τῆς ψυχῆς καὶ ἀναγωγὸν τὴν μαθηματικὴν εἶναι σαφῶς

1 τὸ alter.] τι G. 7 οὕτως] 'Iure' et in margine 'Sic' B. 9 μέτειμεν M, G. 11 τοῦ om. G. 15 τὸν ex G, τῶν M. 16 ἐπιπολεωτέρους G. 20 τὰς ante αὐτῆς om. G. ‖ ἀγνοοῦσαν ex G, ἀγνοοῦσα M. 24 κατὰ θεωρίας ... πρὸς om. G. 25 ἀναμιμνήσομεν G, ἀναμνήσομεν C.

ἀποφαίνεται, τὴν ἀχλὺν ἀφαιροῦσαν τοῦ νοεροῦ τῆς διανοίας φωτὸς τοῦ κρείττονος σωθῆναι μυρίων σωματικῶν ὀμμάτων κατὰ τὴν Ὁμηρικὴν Ἀθηνᾶν, ὡς ἂν μὴ μόνον τῶν Ἑρμαϊκῶν δώρων, ἀλλὰ καὶ τῶν Ἀθηναϊκῶν μετέχουσαν· καὶ ὡς ἐπιστήμην αὐτὴν ἀποκαλεῖ πανταχοῦ καὶ ὡς τῆς μεγίστης εὐδαιμονίας αἰτίαν τοῖς μετιοῦσιν.

Ἀλλὰ τί βούλεται διὰ τῶν ἐν πολιτείᾳ λόγων ἀφαιρῶν αὐτῆς τὴν τῆς ἐπιστήμης ἐπωνυμίαν; ἐγὼ φράσω συντόμως· πρὸς γὰρ εἰδότας ὁ παρὼν ἔσται μοι λόγος. ἐπιστήμην ὁ Πλάτων πολλαχοῦ μὲν προσαγορεύει πᾶσαν ὡς εἰπεῖν οὕτω τὴν τῶν καθόλου γνῶσιν, ἀντιδιαιρούμενος αὐτὴν πρὸς τὴν αἴσθησιν τὰ καθ' ἕκαστα γνωρίζουσαν, κἂν τεχνικὸς κἂν ἐμπειρικὸς τῆς τοιαύτης γνώσεως ὁ τρόπος. καὶ κατὰ τοῦτον οἶμαι τὸν λόγον ἔν τε πολιτικῷ καὶ ἐν σοφιστῇ φαίνεται χρώμενος τῷ τῆς ἐπιστήμης ὀνόματι, καὶ αὐτὴν τὴν γενναίαν τὴν σοφιστικὴν ἐπιστήμην τιθέμενος, ἣν ὁ ἐν Γοργίᾳ Σωκράτης ἐμπειρίαν ἀπέφηνεν οὖσαν, καὶ τὴν κολακικὴν καὶ πολλὰς ἄλλας, ἐμπειρίας οὔσας ἀλλ' οὐκ ἐπιστήμας ἀληθεῖς. ταύτην δὲ αὐτὴν τῶν καθόλου γνῶσιν διελόμενος εἴς τε τὴν τὰς αἰτίας γνωρίζουσαν καὶ τὴν ἄνευ αἰτίας γνωστικήν, τὴν μὲν ἑτέραν ἐπιστήμην ἀξιοῖ καλεῖν, τὴν δὲ λοιπὴν ἐμπειρίαν. καὶ οὕτως δὴ ταῖς μὲν τέχναις μεταδίδωσί που || τοῦ τῆς ἐπιστήμης ὀνόματος, ταῖς δὲ ἐμπειρίαις

1 *ἀποφαίνεται* om. H_2 p. 254. 4 *μόνων G.* 9 ; ego posui, in *M* invenitur colon, in *G* comma. 14 *ἕκαστον G.* || *τεχνικῶς G, τεχνικός C.* || *ἐμπειρικῶς G, ἐμπειρικός C.* 20 *καὶ πολλὰς] ὁ πολλὰς C.* 21 *ἐπιστήμης C.* 25 *δὲ G, δὴ C.* 26 *τοῦ* om. *G*, add. *C.* || *ταῖς δὲ ἐμπειρίαις* ex *G*, *τὰς δὲ ἐμπειρίας C, ταῖς δὲ ἐμπειρίας M.*

οὐδαμῶς. ἄλογον γὰρ πρᾶγμά φησιν ἐν συμποσίῳ, πῶς ἂν εἴη ἐπιστήμη. καὶ πᾶσα ἄρα γνῶσις λόγον ἔχουσα τῶν γνωστικῶν καὶ αἰτίαν ἐπιστήμη τίς ἐστιν. πάλιν τοίνυν τὴν ἐπιστήμην ταύτην ἀπ' αἰτίας γνωριστικὴν τῶν ὑποκειμένων διαιρεῖ, καὶ τὴν μὲν στοχαστικὴν καὶ μεριστήν, τὴν δὲ τῶν καθ' αὑτὰ καὶ ὡσαύτως ἐχόντων ἀεὶ γνωστικὴν [διακρίνει?] καὶ κατὰ ταύτην την διάκρισιν ἰατρικὴν μὲν καὶ πᾶσαν τὴν περὶ τὰ ἔνυλα πραγματείαν χωρίζει τῆς ἐπιστήμης, τὴν δ' αὖ μαθηματικὴν καὶ ὅλως τὴν τῶν ἀϊδίων θεωρητικὴν ἐπιστήμην προσαγορεύει. ταύτην δ' αὖ τὴν ἐπιστήμην, ἣν τῶν τεχνῶν ἀφορίζομεν, διαιρῶν τὴν μὲν ἀνυπόθετον εἶναι βούλεται, τὴν δὲ ἐξ ὑποθέσεως ὡρμημένην, καὶ τὴν μὲν ἀνυπόθετον τῶν ὅλων εἶναι γνωστικὴν μέχρι τοῦ ἀγαθοῦ καὶ τῆς ἀνωτάτω τῶν πάντων αἰτίας ἀναβαίνουσαν καὶ τῆς ἀναγωγῆς τέλος ποιουμένην τὸ ἀγαθόν, τὴν δὲ ὡρισμένας ἀρχὰς προστησαμένην ἀπὸ τούτων δεικνύναι τὰ ἑπόμενα αὐταῖς οὐκ ἐπ' ἀρχὴν ἀλλ' ἐπὶ τελευτὴν ἰοῦσαν. καὶ οὕτως δὴ τὴν μαθηματικὴν ἅτε ὑποθέσεσιν χρωμένην τῆς ἀνυποθέτου καὶ τελείας ἐπιστήμης ἀπολείπεσθαί φησιν. μία γὰρ ἡ ὄντως ἐπιστήμη, καθ' ἣν τὰ ὄντα πάντα γινώσκειν πεφύκαμεν, καὶ ἀφ' ἧς πᾶσαι αἱ

4 *ταύτην*] In *M* eadem ut videtur manu scriptum est *ταύτὴν*. 7 *γνωριστικὴν* *G*. 8 *τὴν* post *ταύτην* om. *G*. ‖ *διαίρεσιν* *G*, *διάκρισιν* *C*. 13 *ἐξ ὑποθέσεως ὡρμημένην*] *ἐνυπόθετον* H_2 p. 262. 17 Post *τὴν δὲ* additum est *ἐνυπόθετον* in H_2. 18 *καὶ ἀπὸ τούτων δεικνύουσαν* *G*. 19 'ad principium, sed ad finem tendere' et in margine 'in principio, sed in fine esse' *B*. ‖ *οὖσαν* *G*. 20 *ὑποθέσεσιν* *G*, *ὑπόθεσιν* *M*, sed supra lineam postera manu *θέσεις*, *ὑποθέσει* H_1 p. 451, H_2 p. 262. ... 21 usque ad p. 32, 4 *ἀπολείπεσθαι* .... *μιᾶς ἐπιστήμης* om. *G*; ädd. *C*.

ἀρχαὶ ταῖς μὲν ἐγγυτέρω τεταγμέναις, ταῖς δὲ πορρωτέρω. μὴ δὴ τοίνυν λέγωμεν, ὅτι τῶν ἐπιστημῶν ὁ Πλάτων ἀπελαύνει τὴν μαθηματικήν, ἀλλ' ὅτι μιᾶς ἐπιστήμης αὐτὴν τῆς ἀκροτάτης δευτέραν ἀποφαίνει, μηδ' ὅτι τὰς οἰκείας ἀρχὰς ἀγνοεῖν αὐτήν φησιν, ἀλλ' ὅτι παρ' ἐκείνης λαβοῦσαν καὶ ἀναποδείκτως ἔχουσαν ἐκ τούτων τὰ ἐφεξῆς ἀποδεικνύναι. καὶ γὰρ τὴν ψυχὴν τὴν ἐκ τῶν μαθηματικῶν λόγων ὑποστᾶσαν ποτὲ μὲν κινήσεως ἀρχὴν εἶναι συγχωρεῖ, ποτὲ δὲ ἀπὸ τῶν νοητῶν γενῶν δέχεσθαι τὴν κίνησιν. καὶ συνᾴδει ταῦτα ἀλλήλοις. τοῖς μὲν γὰρ ἀπ' ἄλλου κινουμένοις αἰτία τῆς κινήσεώς ἐστιν, ἁπάσης δὲ ἄρα κινήσεως οὐκ αἰτία. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ἡ μαθηματικὴ τῆς μὲν πρωτίστης ἐστὶν ἐπιστήμης δευτέρα καὶ ὡς πρὸς ἐκείνην ἀτελής, ἐπιστήμη δὲ ὅμως, | οὐχ ὡς ἀνυπόθετος, ἀλλ' ὡς τῶν ἰδίων ἐν ψυχῇ λόγων γνωριστικὴ καὶ ὡς τὰς αἰτίας ἀποδιδοῦσα τῶν συμπερασμάτων καὶ λόγον ἔχουσα τῶν ὑποκειμένων ἑαυτῇ γνωστῶν. τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς Πλάτωνος γνώμης ὑπὲρ τῶν μαθημάτων εἰρήσθω.

‖ *Τίνα δ' ἄν τις ἀπαιτήσειεν τὸν μαθηματικόν, καὶ πῶς ἂν δύναιτό τις αὐτὸν κρίνειν ὀρθῶς μετὰ ταῦτα λέγωμεν. ὁ μὲν γὰρ ἁπλῶς πεπαιδευμένος περὶ πάντα κριτικός, φησὶν Ἀριστοτέλης, ὁ δὲ περὶ τὰ μαθήματα πεπαιδευμένος τῶν ἐν τούτοις λόγων ἔσται κριτικὸς τῆς ὀρθότητος. δεῖ τοίνυν ὅρους προσειληφέναι τῆς κρίσεως καὶ γιγνώσκειν πρῶτον μὲν ἐφ'*

2 *μὴ δὲ τοίνυν λέγομεν* C. 8 *λόγων* om. G, add. C. 9 *ἀρχὴν συγχωρεῖν* omisso *εἶναι* C. 17 *τῷ συμπεράσματι* G, *τῶν συμπερασμάτων* C. 18 *ἐν αὐτῇ* G, *ἑαυτῇ* C. 20 *μαθηματικῶν* G. 23—25 *περὶ πάντα . . . πεπαιδευμένος* om. G. 25 *ἐν* ex G, *ἐκ* M.

ὧν δεῖ κατὰ τὰ κοινὰ ποιεῖσθαι τὰς ἀποδείξεις, καὶ ἐφ' ὧν εἰς τὰς ἑκάστων ἰδιότητας ἀποβλέπειν. πολλὰ γὰρ ὑπάρχει τὰ αὐτὰ τοῖς κατ' εἶδος διαφέρουσιν, οἷον τριγώνοις πᾶσιν αἱ δύο ὀρθαί. πολλὰ δὲ τὴν μὲν αὐτὴν ἔχει κατηγορίαν, διαφέρει δὲ κατ' εἶδος ἐφ' ἑκάστων τὸ κοινόν, οἷον ἡ ὁμοιότης ἐν σχήμασι καὶ ἀριθμοῖς. οὐ δεῖ δὴ μίαν ἀπόδειξιν ἐπὶ τούτων ἀπαιτεῖν τὸν μαθηματικόν· οὐ γὰρ αἱ αὐταὶ ἀρχαὶ σχημάτων καὶ ἀριθμῶν, ἀλλὰ διαφέρουσαι κατὰ τὸ ὑποκείμενον γένος. εἰ δὲ τὸ καθ' αὑτὸ συμβεβηκὸς ἕν, καὶ ἡ ἀπόδειξις μία· τὸ γὰρ δύο ὀρθὰς ἔχειν γωνίας ταὐτὸν ἐν πᾶσι τριγώνοις, καὶ τὸ ᾧ συμβέβηκεν ταὐτὸν ἐν ἅπασι, τὸ τρίγωνον, καὶ ὁ τριγωνικὸς λόγος. ὥσπερ δὴ καὶ τὸ τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσας ἔχειν τὰς ἐκτὸς οὐ τοῖς τριγώνοις μόνον, ἀλλὰ καὶ πᾶσιν εὐθυγράμμοις ὑπάρχει, καὶ ἡ ἀπόδειξις ἐπὶ πάντα ἐφαρμόττει, καθόσον εὐθύγραμμα. καὶ γὰρ ἕκαστος λόγος συνεισφέρει τινὰ πάντως ἰδιότητα καὶ πάθος, οὗ μετέχει πάντα κατὰ τὸν λόγον ἐκεῖνον, οἷον τὸν τριγωνικὸν ἢ τὸν εὐθυγραμμικὸν ἢ ὅλως τὸν τοῦ σχήματος.

Δεύτερον τοίνυν, εἰ κατὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην ποιεῖται τὰς ἀποδείξεις, οἷον εἰ ἀναγκαίους ἀποδίδωσι λόγους καὶ ἀνελέγκτους, ἀλλὰ μὴ πιθανοὺς μηδὲ τοῦ εἰκότος ἀναπεπλησμένους. ὅμοιον γάρ φησιν Ἀριστοτέλης ῥητορικὸν ἀποδείξεις ἀπαιτεῖν καὶ μαθη-

7 δὲ *G*. 9 διαφερούσας postera manu correctum in διαφέρουσαι *M*. 10 Post γένος perverse additum est in *G*: ὥσπὲρ δὴ καὶ τὸ τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσας ἔχειν. 12 ᾧ] 'cuius causa' et in margine 'cui' *B*. 13 Post ἅπασι perverse additum est in *G*: ὀρθαῖς ἴσας ἔχειν τὰς ἐκτός. *B* quoque in contextu 'Rectis aequales habere externos' post 'Triangulum nempe' addit, in margine autem haec verba omittit. 23—24 ἀλλὰ μὴ . . . . ἀναπεπλησμένους om. *G*.

ματικοῦ πιθανολογοῦντος ἀποδέχεσθαι. δεῖ γὰρ ἕκαστον ἐπιστήμονα καὶ τεχνίτην προσήκοντας ἀποδιδόναι τοῖς πράγμασι, περὶ ἃ πραγματεύεται, τοὺς λόγους. οὕτως καὶ ὁ *Πλάτων* ἐν Τιμαίῳ τὸν μὲν φυσιολόγον εἰκότας ἀπαιτεῖ λόγους ὡς ἂν περὶ τοιούτων πραγματευόμενον, τὸν δὲ περὶ τῶν νοητῶν ἀναδιδάσκοντα καὶ τῆς ἑστώσης οὐσίας ἀνελέγκτους καὶ ἀκινήτους. εὐθὺς γὰρ τὰ ὑποκείμενα ταῖς ἐπιστήμαις ἢ ταῖς τέχναις ποιεῖ διαφοράς, οἷον εἰ τὰ μὲν ἀκίνητα, τὰ δὲ κινούμενα, καὶ τὰ μὲν ἁπλούστερα, τὰ δὲ συνθετώτερα, ‖ καὶ τὰ μὲν νοητά, τὰ δὲ αἰσθητά. οὔτ' οὖν πᾶσαν τὴν μαθηματικὴν τὴν αὐτὴν ἀκρίβειαν ἀπαιτήσομεν — εἰ γὰρ ἡ μὲν αἰσθητῶν ἐφάπτοιτό πως, ἡ δὲ νοητῶν εἴη γνῶσις ὑποκειμένων, οὐχ ὁμοίως ἀμφότεραι ἀκριβεῖς, ἀλλ' ἡ ἑτέρα μᾶλλον. διὸ τὴν ἀριθμητικὴν τῆς ἁρμονικῆς μᾶλλον ἀκριβῆ φαμεν — οὔθ' ὅλως τὴν μαθηματικὴν καὶ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας ταῖς αὐταῖς ἀποδείξεσιν ἀξιώσομεν χρῆσθαι. τὰ γὰρ ὑποκείμενα διαφορὰν οὐκ ὀλίγην παρέχεται.

Τὸ δὴ τρίτον λέγομεν, ὅτι καὶ περὶ ταυτότητος καὶ ἑτερότητος ἐπεσκέφθαι δεῖ τὸν μέλλοντα κρίνειν ὀρθῶς τοὺς τῆς μαθηματικῆς λόγους καὶ περὶ τοῦ καθ' αὑτὸ καὶ τοῦ κατὰ συμβεβηκὸς καὶ περὶ τῆς ἀναλογίας καὶ περὶ πάντων τῶν τοιούτων. σχεδὸν γὰρ αἱ ἁμαρτίαι πᾶσαι κατὰ ταῦτα συμβαίνουσι τῶν οἰομένων ἀποδεικνύναι μαθηματικῶς, οὐ μέντοι καὶ δεικνύντων, ὅταν τὸ ταὐτὸν ὡς ἕτερον καθ' ἕκαστον

5 τούτων *G*. 9 διαφορά sequente rasura unius litterae *M*. 16—17 τῆς ἁρμονικῆς . . . μαθηματικὴν om. *G*, add. *C*. 17 οὐ ταῖς αὐταῖς *G*; οὐ delet *C*. 20 τὸ δὲ τρίγωνον *G*, τὸ δὴ τρίτον *C*.

εἶδος ἀποδεικνύωσιν, ἢ τὸ ἕτερον ὡς ταὐτόν, ἢ ὅταν τὸ κατὰ συμβεβηκὸς ὑπάρχον ὡς καθ' αὑτὸ παραλαμβάνωσιν, ἢ τὸ καθ' αὑτὸ ὡς κατὰ συμβεβηκός, οἷον ὅτι ἡ περιφέρεια καλλίων τῆς εὐθείας, ἢ τὸ ἰσόπλευρον τοῦ ἰσοσκελοῦς. οὐ γὰρ μαθηματικοῦ ταῦτα διορίζειν.

Τέταρτον οὖν, ὅτι τῆς μαθηματικῆς μέσην ἐχούσης τάξιν τῶν τε νοητῶν καὶ αἰσθητῶν καὶ πολλὰς μὲν εἰκόνας τῶν θείων ἐν ἑαυτῇ δεικνυούσης, πολλὰ δὲ παραδείγματα τῶν φυσικῶν λόγων, δεῖ καὶ τὰς ἀποδείξεις τριπλᾶς ἐπ' αὐτῆς θεωρεῖν, τὰς μὲν νοερωτέρας, τὰς δὲ διεξοδικωτέρας, τὰς δὲ καὶ δόξης ἐφαπτομένας. δεῖ γὰρ κατὰ τὰ προβλήματα τὰς ἀποδείξεις διαφερούσας εἶναι καὶ οἰκείως τοῖς γένεσι διαιρεῖσθαι τῶν ὄντων, ἐπεὶ καὶ αὐτὴ πᾶσι συνυφαίνεται αὐτοῖς καὶ πρὸς πάντας συναρμόζει τοὺς ἑαυτῆς λόγους.

Ἀλλὰ τούτων μὲν ἅδην, περὶ δὲ τῶν εἰδῶν τῆς μαθηματικῆς μετὰ ταῦτα διοριστέον, τίνα τε καὶ πόσα τὸν ἀριθμόν ἐστιν. μετὰ γὰρ τὸ ὅλον καὶ παντελὲς αὐτῆς γένος δεῖ δή που καὶ τὰς τῶν μερικωτέρων ἐπιστημῶν κατ' εἴδη διαφορὰς ἀναλογίσασθαι. τοῖς μὲν οὖν Πυθαγορείοις ἐδόκει τετραχῇ διαιρεῖν τὴν ὅλην μαθηματικὴν ἐπιστήμην, τὸ μὲν αὐτῆς περὶ τὸ ποσόν, τὸ δὲ περὶ τὸ πηλίκον ἀφορίζουσι καὶ τούτων ἑκάτερον διττὸν τιθεμένοις· τό τε γὰρ ποσὸν ἢ καθ' αὑτὸ τὴν ὑπόστασιν ἔχειν, ἢ πρὸς ἄλλο θεωρεῖσθαι | κατὰ σχέσιν, καὶ τὸ πηλίκον ἢ ‖ ἑστὼς ἢ κινούμενον εἶναι· καὶ τὴν μὲν ἀριθμητικὴν τὸ καθ' αὑτὸ τὸ πο-

7 Τέταρτον οὖν ego conieci; τί γὰρ τῶν M, B_2, τί γάρ τοι G, B_3, 'quid enim' Z. 'quarto denique loco dicimus' B. 12 δόξη C 15 αὐτῇ G, αὐτὴ C. 16 συναρμόζειν C. 19 ἐστιν om. G.

σὸν θεωρεῖν, τὴν δὲ μουσικὴν τὸ πρὸς ἄλλο, γεωμετρίαν δὲ τὸ πηλίκον ἀκίνητον ὑπάρχον καὶ τὴν σφαιρικὴν τὸ καθ' αὑτὸ κινούμενον· ἐπισκοπεῖν δ' αὖ τὸ πηλίκον καὶ ποσὸν οὔτε μέγεθος ἁπλῶς οὔτε πλῆθος ἀλλὰ τὸ καθ' ἑκάτερον ὡρισμένον· τοῦτο γὰρ ἀφελούσας τῶν ἀπείρων τὰς ἐπιστήμας κατανοεῖν, ὡς οὐκ ἐνὸν τὴν καθ' ἑκάτερον ἀπειρίαν γνώσει περιλαβεῖν. ὅταν δὲ ταῦτα λέγωσιν ἄνδρες εἰς ἅπαν σοφίας ἐληλακότες, οὔτε τὸ ποσὸν τὸ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς ἀκούειν ἡμεῖς ἀξιώσομεν οὔτε τὸ πηλίκον τὸ περὶ τὰ σώματα φανταζόμενον. ταῦτα γὰρ οἶμαι θεωρεῖν τῆς φυσιολογίας ἐστίν, ἀλλ' οὐ τῆς μαθηματικῆς αὐτῆς. ἀλλ' ἐπεὶ τὴν ἕνωσιν καὶ τὴν διάκρισιν τῶν ὅλων καὶ τὴν ταυτότητα μετὰ τῆς ἑτερότητος εἰς τὴν τῆς ψυχῆς συμπλήρωσιν ὁ δημιουργὸς παρείληφεν καὶ πρὸς ταύταις στάσιν καὶ κίνησιν καὶ ἐκ τούτων αὐτὴν τῶν γενῶν ὑπέστησεν, ὡς ὁ Τίμαιος ἡμᾶς ἀνεδίδαξεν, λεκτέον, ὅτι κατὰ μὲν τὴν ἑτερότητα τὴν αὑτῆς καὶ τὴν διαίρεσιν τῶν λόγων καὶ τὸ πλῆθος ἡ διάνοια στᾶσα καὶ νοήσασα ἑαυτὴν ἓν καὶ πολλὰ οὖσαν τούς τε ἀριθμοὺς προβάλλει καὶ τὴν τούτων γνῶσιν, τὴν ἀριθμητικήν, κατὰ δὲ τὴν ἕνωσιν τοῦ πλήθους καὶ τὴν πρὸς ἑαυτὸ κοινωνίαν καὶ τὸν σύνδεσμον τὴν μουσικήν. δι' ὃ καὶ ἡ ἀριθμητικὴ πρεσβυτέρα τῆς μουσικῆς, ἐπεὶ καὶ ἡ ψυχὴ διαιρεῖται πρῶτον δημιουργικῶς, εἶθ' οὕτως

5 *ὠφελούσας G.* 6 *οὐ κενὸν G.* 7 *γνώσει λαβεῖν G, γνῶσιν περιλαβεῖν C.* 10 *ἡμᾶς G, ἡμεῖς C.* 13 *ἐπὶ C, εἰς* H_2 p. 254. ‖ *διαίρεσιν G.* 16 *καὶ* ante *ἐκ* addidit in *M* postera manus, quae eadem *ὑπέστη* in *ὑπέστησεν* mutavit. ‖ *αὐτῇ G.* 17 *ὑπέστη M.* ‖ *ἐδίδαξεν G, ἀνεδίδαξεν C.* 18 *κατὰ μὲν* om. H_2 p. 254. 20–23 In *G* duae lineae (13 et 14) inter se sunt permutatae; corr. *C.* 20 *ἓν καὶ πολλὰ*] *ἐν πολλοῖς* H_2 p. 254. 22 *ἑαυτὴν* H_2 p. 255. 25 *πρώτως G.*

συνδέδεται τοῖς λόγοις, ὡς ὁ Πλάτων ὑφηγεῖται. καὶ αὖ πάλιν κατὰ μὲν τὴν στάσιν τὴν ἐν αὐτῇ τὴν ἐνέργειαν ἱδρύσασα γεωμετρίαν ἀφ' ἑαυτῆς ἐξέφηνεν, καὶ τὸ ἓν σχῆμα τὸ οὐσιῶδες καὶ τὰς δημιουργικὰς ἀρχὰς τῶν σχημάτων πάντων, κατὰ δὲ τὴν κίνησιν τὴν σφαιρικήν.· κινεῖται γὰρ καὶ αὐτὴ κατὰ τοὺς κύκλους, ἕστηκεν δὲ ἀεὶ ὡσαύτως κατὰ τὰς αἰτίας τῶν κύκλων, τὸ εὐθὺ καὶ περιφερές. καὶ διὰ τοῦτο κἀνταῦθα προϋφέστηκεν ἡ γεωμετρία τῆς σφαιρικῆς ὥσπερ ἡ στάσις τῆς κινήσεως.

Ἐπεὶ δ' οὐκ εἰς τὴν ἀπειροδύναμον ἑαυτῆς ἀφορῶσα τῶν εἰδῶν ἀνέλιξιν τὰς ἐπιστήμας ἐγέννησεν ταύτας, ἀλλ' εἰς τὴν κατὰ γένη τοῦ πέρατος περιοχήν, διὰ δὴ τοῦτό φασιν αὐτὰς ἀπό τε τοῦ πλήθους καὶ μεγέθους ἀφελούσας τὸ ἄπειρον περὶ τὸ πεπερασμένον ἤδη τὴν πραγματείαν ἔχειν. ἀρχὰς γὰρ ἐν αὐτῇ πάντων ἵδρυσεν ὁ νοῦς καὶ τοῦ πλήθους καὶ τοῦ μεγέθους. ἐπεὶ καὶ ὁμοιομερής ἐστιν ὅλη πρὸς ἑαυτὴν καὶ μία καὶ ἀδιαίρετος καὶ αὖ πάλιν διῃρημένη καὶ τὸν τῶν εἰδῶν ἐκφαίνουσα κόσμον, περατός τε μετέχει καὶ ἀπειρίας οὐσιώδους ἀπὸ τῶν νοητῶν. ἀλλὰ νοεῖ μὲν αὐτὴν κατὰ τὸ πέρας, γεννᾷ δὲ ζωὰς καὶ λόγους παντοίους κατὰ τὴν ἀπειρίαν. αἱ τοίνυν νοήσεις αὐτῆς τὰς ἐπιστήμας ταύτας ὑπέστησαν κατὰ τὸ πέρας τὸ ἐν αὐταῖς, ἀλλ' οὐ κατὰ τὴν ‖ ἀπειρίαν τῆς ζωῆς. νοῦ γὰρ εἰκόνα φέρουσιν, ἀλλ' οὐ ζωῆς.

2 αὖ] †ὧν H_2 p. 255, ex quo οὖν vel μὴν conicit. ‖ κατὰ μὲν στάσιν *M.* ‖ αυτῇ *M*, αὐτῇ *G*, αὐτῇ H_2 p. 255. 4 τὸ οὐσιῶδες om. *G*. 11 τὴν om. *G*. 13 καταγενῆ *G*. 14 δὴ om. *G*, add. *C*. 16 ἔχει *G*, ἔχειν *C*. 21 νοῦ μὲν αὐτὴ *G*, νοεῖν μὲν αὐτὴν *C*. 22—24 γεννᾷ δὲ .... κατὰ τὸ πέρας om. *G*, add. *C*.

Τῶν μὲν τοίνυν Πυθαγορείων ὁ λόγος οὗτος καὶ ἡ τῶν τεττάρων ἐπιστημῶν διαίρεσις, κατ' ἄλλον δ' αὖ τρόπον τὴν μαθηματικὴν τέμνειν τινὲς ἀξιοῦσιν, ὥσπερ καὶ Γεμῖνος, καὶ ποιοῦσι τὴν μὲν περὶ τὰ νοητὰ μόνον, τὴν δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ [ἐνεργοῦσαν?] καὶ τούτων ἐφαπτομένην, νοητὰ δήπου καλοῦντες, ὅσα καθ' ἑαυτὴν ἡ ψυχὴ θεάματα ἀνακινεῖ, χωρίζουσα τῶν ἐνύλων ἑαυτὴν εἰδῶν. καὶ τῆς μὲν περὶ τὰ νοητὰ πραγματευομένης δύο τὰ πρώτιστα καὶ κυριώτατα μέρη τίθενται ἀριθμητικὴν καὶ γεωμετρίαν, τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ τὴν ἐνέργειαν ἐχούσης ἕξ, μηχανικήν, ἀστρολογίαν, ὀπτικήν, γεωδεσίαν, κανονικήν, λογιστικήν. τὸ δ' αὖ τακτικὸν οὐκ ἀξιοῦσιν ἕν τι τῶν μερῶν τῆς μαθηματικῆς λέγειν, ὥσπερ ἕτεροι, ἀλλὰ προσχρῆσθαι τότε μὲν λογιστικῇ, καθάπερ ἐν ταῖς ἐξαριθμήσεσι τῶν λόγων, τότε δὲ γεωδεσίᾳ, καθάπερ ἐν ταῖς διαιρέσεσι τῶν χωρίων καὶ ταῖς ἀναμετρήσεσιν, ὥσπερ δὴ πολλῷ πλέον οὔτε τὸ ἱστορικὸν οὔτε τὸ ἰατρικὸν μέρος εἶναι μαθηματικῆς, εἰ καὶ προσχρῶνται πολλάκις οἵ τε τὰς ἱστορίας γράφοντες τοῖς μαθηματικοῖς θεωρήμασιν, ἢ θέσεις κλιμάτων φράζοντες ἢ μεγέθη πόλεων καὶ διαμέτρους ἢ περιβόλους καὶ διαμέτρους ἢ περιμέτρους συλλογιζόμενοι, καὶ οἱ ἰατροὶ πολλὰ τῶν οἰκείων διὰ τῶν τοιούτων ἐφόδων σαφηνίζοντες. τὸ γὰρ ἀπὸ τῆς ἀστρολογίας ὄφελος εἰς ἰατρικὴν καὶ Ἱπποκράτης δῆλον ποιεῖ καὶ πάντες ὅσοι τι περὶ

3 τὸν μαθηματικὸν *G*, τὴν μαθηματικὴν *C*. 5 ἐνεργοῦσαν om. *M*, *G*; equidem hoc vel simile verbum addendum esse puto. 6 δέ που *G*. 12 λογικὴν *G*, λογιστικὴν *C*. 14 ἕτερον *G*. 15 λογικῆς *G*, λογιστικῆς *C*. 20 μαθηματικῆς *G*. 22 καὶ διαμέτρους post περιβόλους om. *G*. 23 οἱ om. *G*.

ὡρῶν καὶ τόπων εἰρήκασι. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ὁ τακτικὸς χρήσεται μὲν τοῖς θεωρήμασι τῶν μαθηματικῶν, οὐ μέντοι μαθηματικός ἐστιν, εἰ καὶ ποτὲ μὲν ἐλάχιστον δεῖξαι τὸ πλῆθος βουλόμενος εἰς κύκλον σχηματίζοι τὸ στρατόπεδον, ποτὲ δὲ πλεῖστον εἰς τετράγωνον ἢ πεντάγωνον ἢ ἄλλο τι πολύγωνον.

Τούτων δὴ τῶν εἰδῶν ὄντων τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἡ μὲν γεωμετρία διαιρεῖται πάλιν εἴς τε τὴν ἐπίπεδον θεωρίαν καὶ τὴν στερεομετρίαν. ‖ περὶ γὰρ σημεῖα καὶ γραμμὰς ἰδιάζουσά τις οὐκ ἔστι πραγματεία, καθόσον οὐδὲ σχῆμα γένοιτο ἂν ἐν τούτοις ἄνευ ἐπιπέδων ἢ στερεῶν. παν|ταχοῦ γε μὴν ἔργον τῆς γεωμετρίας ἔν τε ἐπιπέδοις καὶ στερεοῖς ἢ συνιστάνειν ἢ συγκρίνειν ἢ διαιρεῖν τὰ συνεστῶτα. τῆς δὲ ἀριθμητικῆς ὡσαύτως ἡ διαίρεσις εἴς τε τὴν τῶν γραμμικῶν ἀριθμῶν θεωρίαν καὶ τὴν τῶν ἐπιπέδων καὶ τὴν τῶν στερεῶν. καὶ γὰρ τὰ εἴδη τοῦ ἀριθμοῦ καθ' αὑτὰ σκοπεῖ προϊόντα ἀπὸ μονάδος, καὶ τὰς γενέσεις τῶν ἐπιπέδων τῶν τε ὁμοίων καὶ τῶν ἀνομοίων, καὶ τὰς εἰς τρίτην αὔξην προόδους. γεωδεσία δὲ καὶ λογιστικὴ ταύταις ἀνάλογον, οὐ περὶ νοητῶν ἀριθμῶν ἢ σχημάτων, ἀλλὰ περὶ αἰσθητῶν ποιούμεναι τοὺς λόγους. οὐ γὰρ κύλινδρον ἢ κῶνον ἔργον τῆς γεωδεσίας μετρεῖν, ἀλλὰ σωροὺς ὡς κώνους καὶ φρέατα ὡς κυλίνδρους, οὐδὲ δι' εὐθειῶν νοητῶν, ἀλλὰ δι' αἰσθητῶν, τότε μὲν ἀκριβεστέρων, ὡς διὰ τῶν ἀκτίνων τῶν ἡλια-

1 *κατὰ*] *καὶ C.* 5 *σχηματίσει G.* 7 *δὲ G, δὴ C.* 11 *ἐν τοῦτο G, ἐν τούτοις C,* 'ex his' et in margine 'in his' *B.* 15 *γραμματικῶν G, γραμμικῶν C.* 19 *τὰς*] *τὰ M.* 20 *αὔξησιν G.* 21 *ἀνάλογον M, G, ἀνάλογοι N.* p. 41. 26 *ἀμειβεστέρων G, ἀκριβεστέρων* C_1, B_2 B_3, H_1 p. 452. ‖ *ὡς* ego scripsi, *πῶς M.* ‖ *ὡς διὰ τῶν . . . παχυτέρων* om. *G.* 'modo quodam'

κῶν, τότε δὲ παχυτέρων, οἷον διὰ σπάρτων καὶ στάθμης. οὐδ' αὖ ὁ λογιστικὸς αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ θεωρεῖ τὰ πάθη τῶν ἀριθμῶν, ἀλλ' ἐπὶ τῶν αἰσθητῶν, ὅθεν καὶ τὴν ἐπωνυμίαν αὐτοῖς ἀπὸ τῶν μετρουμένων τίθεται, μηλίτας καλῶν τινας καὶ φιαλίτας. καὶ ἐλάχιστον μὲν οὐδὲν εἶναι συγχωρεῖ καθάπερ ὁ ἀριθμητικός, ὡς μέντοι πρός τι γένος λαμβάνει τὸ ἐλάχιστον. ὁ γὰρ εἷς ἄνθρωπος μέτρον αὐτῷ γίνεται τοῦ πλήθους ὡς μονάς. πάλιν ὀπτικὴ καὶ κανονικὴ γεωμετρίας εἰσὶ καὶ ἀριθμητικῆς ἔκγονοι, ἡ μὲν ταῖς ὄψεσι γραμμαῖς χρωμένη καὶ ταῖς ἐκ τούτων συνισταμέναις γωνίαις, διαιρουμένη δὲ εἴς τε τὴν ἰδίως καλουμένην ὀπτικήν, ἥτις τῶν ψευδῶς φαινομένων παρὰ τὰς ἀποστάσεις τῶν ὁρατῶν τὴν αἰτίαν ἀποδίδωσιν, οἷον τῆς τῶν παραλλήλων συμπτώσεως ἢ τῆς τῶν τετραγώνων ὡς κύκλων θεωρίας, καὶ εἰς τὴν κατοπτρικὴν σύμπασαν τὴν περὶ τὰς ἀνακλάσεις τὰς παντοίας πραγματευομένην καὶ τῇ εἰκαστικῇ γνώσει συμπλεκομένην, καὶ τὴν λεγομένην σκηνογραφικὴν δεικνῦσαν, πῶς ἂν τὰ φαινόμενα μὴ ἄρυθμα ἢ ἄμορφα φαντάζοιτο ἐν ταῖς εἰκόσι παρὰ τὰς ἀποστάσεις καὶ τὰ ὕψη τῶν γεγραμμένων. ἡ δ' αὖ κανονικὴ τοὺς φαινομένους λόγους τῶν ἁρμονιῶν σκοπεῖται, τὰς τῶν κανόνων κατατομὰς ἀνευρίσκουσα καὶ τῇ αἰσθήσει πανταχοῦ

Z, 'quodam pacto, ut' *B*. 1 *καὶ διὰ σταθμῆς G*. 4 *αὐτοῖς* ego scripsi, ⁄·*τοῖς M* (⁄· seiunctionis signum praecedentem syllabam *αν* ab articulo *τοῖς* seiungit.), *τοῖς G*, 'his' *B*, om. *Z*, *αὐτοῖς* vel *τούτοις N*. p. 42. 5 *μηλίας M*, *G*, *μηλίτας N*. 8 *ἄνθρωπος*] *ἑνὸς G*, *ἄνος* id est *ἄνθρωπος C*. 13 *ψευδῶν G*. 19 *σκιογραφικὴν G*, *σκηνογραφικὴν C*. || *δεικνύουσαν G*.

προσχρωμένη καὶ ὡς φησὶν ὁ Πλάτων ‖ ὦτα τοῦ νοῦ προστησαμένη.

Πρὸς δὴ ταύταις ἡ μηχανικὴ καλουμένη τῆς περὶ τὰ αἰσθητὰ καὶ τὰ ἔνυλα πραγματείας μέρος ὑπάρχουσα, ὑπὸ δὲ ταύτην ἥ τε ὀργανοποιϊκὴ τῶν κατὰ πόλεμον ἐπιτηδείων ὀργάνων, οἷα δὴ καὶ Ἀρχιμήδης λέγεται κατασκευάσαι τῶν πολεμούντων τὴν Συράκουσαν ἀμυντικὰ ὄργανα, καὶ ἡ θαυματοποιϊκὴ τα μὲν διὰ πνῶν φιλοτεχνοῦσα, ὥσπερ καὶ Κτησίβιος καὶ Ἥρων πραγματεύονται, τὰ δὲ διὰ ῥοπῶν, ὧν τῆς μὲν κινήσεως τὴν ἀνισορροπίαν αἰτιατέον, τῆς δὲ στάσεως τὴν ἰσορροπίαν, ὥσπερ καὶ ὁ Τίμαιος διώρισεν, τὰ δὲ διὰ νεύρων καὶ σπάρτων ἐμψύχους ὁλκὰς καὶ κινήσεις ἀπομιμουμένων. ὑπὸ δὲ τὴν μηχανικήν ἐστιν καὶ ἡ τῶν ἰσορρόπων ὅλως καὶ τῶν λεγομένων κεντροβαρικῶν διάγνωσις, καὶ ἡ σφαιροποιΐα κατὰ μίμησιν τῶν οὐρανίων περιφορῶν, οἵαν καὶ Ἀρχιμήδης ἐπραγματεύσατο, καὶ ὅλως πᾶσα ἡ τῆς ὕλης κινητική. λοιπὴ δὲ ἡ ἀστρολογία περὶ τῶν κοσμικῶν κινήσεων διαλαμβάνουσα καὶ περὶ μεγεθῶν καὶ σχημάτων τῶν οὐρανίων σωμάτων καὶ φωτισμῶν καὶ ἀποστάσεων τῶν ἀπὸ γῆς καὶ τῶν τοιούτων ἁπάντων, πολὺ μὲν ἀπολαύουσα τῆς αἰσθήσεως, πολὺ δὲ καὶ πρὸς τὴν φυσικὴν ἐπικοινωνοῦσα θεωρίαν. ταύτης δὲ ἄρα μέρος ἐστὶ καὶ ἡ γνωμονικὴ περὶ τὴν ὡρῶν καταμέτρησιν ἀσχολουμένη διὰ τῆς τῶν γνωμόνων θέσεως, καὶ

1 Pol. VII, p. 531, A. 2 *προστησαμένη* om. *G*, *προστημένη* add. *C*. 3 *δὲ G*, *δὴ C*. 5 *ὀργανοποιητική G*, *ὀργανοποιϊκὴ C*. 8 *θαυμαστοποιητικὴ G*. 9 *πνευμάτων G*. 11 *αἰτιατὸν G*, *αἰτιαντὸν C*. 12 *τὴν* om. *G*, add. *C*. 21 *ἀποστάτων G*, *ἀποστάσεων C*. 23 *καὶ* om. *G*, add. *C*. 25 *γνωμικὴ C*. ‖ *ὅρων M, G*. 'horarum' *Z, B*.

ἡ μετεωροσκοπικὴ τῶν τε ἐξαρμάτων τὰς διαφορὰς καὶ τῶν ἄστρων τὰς ἀποστάσεις ἀνευρίσκουσα καὶ πολλὰ ἄλλα καὶ ποικίλα τῶν κατ' ἀστρολογίαν θεωρημάτων ἀναδιδάσκουσα, καὶ ἡ διοπτρικὴ τὰς ε̄ ἀποχὰς ἡλίου καὶ σελήνης καὶ τῶν ἄλλων ἄστρων καταμανθάνουσα διὰ τῶν τοιούτων ὀργάνων. τοιαῦτα καὶ περὶ τῶν τῆς μαθηματικῆς μερῶν ὑπὸ τῶν παλαιῶν ἀναγεγραμμένα παρειλήφαμεν.

Εἶεν δὴ οὖν. πάλιν ἐκεῖνα θεωρήσωμεν, ὅπως ὁ Πλάτων θριγχὸν τῶν μαθημάτων ἐν πολιτείᾳ τὴν διαλεκτικὴν προσείρηκεν, καὶ ὅστις ὁ σύνδεσμος αὐτῶν, ὃν (?) τὴν ἐπινομίδα συνθεὶς παραδίδωσι. καὶ λέγομεν, ὅτι καθάπερ ὁ νοῦς ὑπερίδρυται τῆς διανοίας καὶ χορηγεῖ τὰς ἀρχὰς ἄνωθεν αὐτῇ καὶ τελειοῖ τὴν διάνοιαν ‖ ἀφ' ἑαυτοῦ, κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ διαλεκτική, φιλοσοφίας οὖσα τὸ καθαρώτατον μέρος, προσεχῶς ὑπερήπλωται τῶν μαθημάτων καὶ περιέχει τὴν ὅλην αὐτῶν ἀνέλιξιν, καὶ δίδωσι δυνάμεις ἀφ' ἑαυτῆς ταῖς ἐπιστήμαις αὐτῶν παντοίας, τελεσιουργοὺς καὶ κριτικὰς καὶ νοεράς, τὴν ἀναλυτικὴν λέγω καὶ τὴν διαιρετικὴν καὶ τὴν ὁριστικὴν καὶ τὴν ἀποδεικτι-

1 τε om. *G*, add. *C*. 4 διοπτικὴ *M*. ‖ ε om. *G*. 9 οὖν δὴ *G*. ‖ θεωρήσομεν *G*. 10 θριγκὸν *G*. ‖ Pol. VII, p. 534, E. 11 αὐτῶν, ὃν τὴν ἐπινομίδα ego scripsi; αὐτὸν οητὴν ἐπινομίδα *M*, αὐτῷ νοητὴν* ἐπινομήδη (ἐπινομήδα *C*, B_2 ἐπινομίδα B_3) *G*. 'appellaverit: quale que um culum (sic) ipsa componens nobis tradit' *Z*, 'ipsarum ...., ut tradit etiam ille, qui Epinomidem composuit' *B*. 12 λέγω μὲν *G*, λέγομεν *C*.

15 †ἐφ' ἑαυτῆς (ἐφ' ἑαυτοῖς) H_2 p. 262. 17 Post προσεχῶς additum est οὖσα (H_1 p. 452) H_2 p. 262. ‖ μαθηματικῶν *G*, μαθημάτων *C*. 18 τὴν ὅλην αὐτῶν ἀνέλιξιν] 'totum ipsarum orbem' et in praefatione 'materiam ipsarum invincibilem' *B*. 'the complet circle of these sciences' *T*. ‖ ἐφ' ἑαυτοῦ H_2. 19 τελεσιουργικὰς (τελειουργικὰς) H_1 p. 452 H_2 p. 262.

κήν. ἀφ' ὧν δὴ χορηγουμένη καὶ τελειουμένη ἡ μαθηματικὴ τὰ μὲν δι' ἀναλύσεως εὑρίσκει, τὰ δὲ διὰ συνθέσεως, καὶ τὰ μὲν διαιρετικῶς ὑφηγεῖται, τὰ δὲ ὁριστικῶς, | τὰ δὲ δι' ἀποδείξεως καταδεῖται τῶν ζητουμένων, συναρμόζουσα μὲν τοῖς ὑποκειμένοις ἑαυτῇ τὰς μεθόδους ταύτας, χρωμένη δὲ ἑκάστῃ πρὸς τὴν θεωρίαν τῶν μέσων λόγων, ὅθεν δὴ καὶ αἱ ἀναλύσεις ἐπ' αὐτῆς καὶ οἱ ὁρισμοὶ καὶ αἱ διαιρέσεις καὶ αἱ ἀποδείξεις οἰκεῖαί τέ εἰσι καὶ κατὰ τὸν τρόπον τῆς μαθηματικῆς γνώσεως ἀνελίσσονται. θριγκὸς οὖν εἰκότως ἐστὶν ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων, πᾶν τὸ νοερὸν αὐτῶν τελειοῦσα καὶ τὸ ἀκριβὲς ἀνελεγκτότερον ἀπεργαζομένη καὶ τὸ ἀκίνητον μόνιμον ὡσαύτως διαφυλάττουσα καὶ τὸ ἄϋλον καὶ καθαρὸν εἰς τὴν ἁπλότητα τὴν τοῦ νοῦ καὶ τὴν ἀϋλίαν ἀναφέρουσα καὶ τάς τε ἀρχὰς αὐτῶν τὰς πρώτας ἀφορίζουσα διὰ τῶν λόγων καὶ τὰς τῶν γενῶν καὶ εἰδῶν τῶν ὑπ' αὐτὰ διακρίσεις ἐκφαίνουσα, τάς τε συνθέσεις τὰς ἐκ τῶν ἀρχῶν τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς προαγούσας καὶ τὰς ἀναλύσεις τάς τ' ἐπὶ τὰ πρῶτα καὶ τὰς ἀρχὰς ἐπανιούσας ἀναδιδάσκουσα.

Καὶ μὴν καὶ τὸν σύνδεσμον τῶν μαθημάτων οὐ τὴν ἀναλογίαν, ὥσπερ Ἐρατοσθένης οἴεται, θετέον. ἡ γὰρ ἀναλογία τῶν κοινῶν τοῖς μαθήμασιν ἕν τι καὶ λέγεται εἶναι καὶ ἔστιν. πολλὰ δ' αὖ καὶ ἄλλα διήκει διὰ πάντων ὡς εἰπεῖν τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τῇ

5 καὶ ante συναρμόζουσα add. *G*, delet *C*. || μὲν om. *G*. || ἑαυτῆς *M*, *G*, ἑαυτῇ (ἑαυτοῦ) H_1 p. 452, H_2 p. 263. 7 λόγων ex *G*, ἀλόγων *M*, 'rationum' *Z*, 'sermones' *B*. 8 ἐπ'] ἀπ' *G*. || αὐτοῖς *C*. 10 γνώσεως] ἀποδείξεως *C*. 12 ἀνελυκτότερον *G*, ἀνελεκτότερον *M*, *C*. 14 τὸ καθαρὸν *G*. 17 ἐπ' αὐτὰ *G*. 20 τ' om. *G*, add. *C*.

κοινῇ φύσει τῶν μαθημάτων. ἀλλ' ὡς ἡμεῖς ἂν φαῖμεν, προσεχὴς μέν ἐστιν αὐτῶν σύνδεσμος ἡ μία καὶ ὅλη μαθηματικὴ τὰς πασῶν τῶν καθ' ἕκαστα ἐπιστημῶν ἀρχὰς ἁπλούστερον ἐν ἑαυτῇ περιέχουσα καὶ τήν τε κοινωνίαν αὐτῶν καὶ τὴν διαφορὰν ἐπεσκεμμένη καὶ ὅσα τὰ αὐτὰ ἐν πάσαις ἀναδιδάσκουσα, καὶ ὅσα πλείοσιν ὑπάρχει καὶ ὅσα ἐλάττοσιν. καὶ ἐπὶ ταύτην ἀπὸ τῶν πολλῶν ἡ ἄνοδος τοῖς κατὰ τρόπον μανθάνουσιν. ἀνωτέρω δ' ἔτι ταύτης ἡ διαλεκτικὴ τῶν μαθημάτων ἂν εἴη σύνδεσμος, ἣ καὶ θριγχὸν αὐτῶν, ὡς ἔφην, ἐν πολιτείᾳ προσείρηκεν. αὕτη γὰρ καὶ τὴν ὅλην μαθηματικὴν τελειοῖ καὶ εἰς νοῦν ἀναπέμπει ταῖς ἑαυτῆς δυνάμεσι, ‖ καὶ ἐπιστήμην ὄντως ἀποφαίνει καὶ μόνιμον καὶ ἀνέλεγκτον ἀπεργάζεται. τρίτην δ' ἂν ἔχοι τάξιν ἐν τοῖς συνδέσμοις ὁ νοῦς αὐτὸς ὁ πάσας τὰς διαλεκτικὰς δυνάμεις ἐν ἑαυτῷ μονοειδῶς περιέχων καὶ τὴν ποικιλίαν αὐτῶν διὰ τῆς ἁπλότητος καὶ τὸν μερισμὸν διὰ τῆς ἀμεροῦς γνώσεως καὶ τὸ πλῆθος διὰ τῆς ἑνώσεως συνάγων. αὐτὸς δὴ οὖν συμπτύσσει μὲν τὰς ἀνελίξεις τῶν διαλεκτικῶν μεθόδων, συνδεῖ δὲ ἄνωθεν πᾶσαν τὴν διέξοδον τῶν μαθηματικῶν λόγων, τέλος δ' ἐστὶ τὸ ἄριστον τῆς ἀναγώγου πορείας καὶ τῆς γνωστικῆς ἐνεργείας. ταῦτά μοι καὶ περὶ τούτων διωρίσθω.

Τὸ δ' αὖ ὄνομα αὐτὸ τοῦτο τὸ τῆς μαθηματικῆς καὶ τὸ τῶν μαθημάτων πόθεν ἂν φαῖμεν ὑπὸ τῶν

7 ὑπερέχει *G*, ὑπάρχει *C*. 9 ἑκατέρα *G*, ἀνωτέρα *C*. 10 ἂν om. *G*. 11 προσέθηκεν *C*. ‖ αὐτὴ *G*. 14 ἀνέλεκτον *M*, *C*. 21 διέξοδον] 'cogitationem' et in margine 'progressum' *B*. 22 τὸ ἄριστον] 'longe optimus' (sc. finis) et in margine 'ipsum optimum' *B*. 26 ss. *M*. in margine: πόθεν ἐκλήθησαν μαθημάτων τὰ γεωμετρικὰ καὶ ἀριθμητικὰ καὶ τὰ συγγενῆ τούτοις.

παλαιῶν ταῖς ἐπιστήμαις ταύταις ἀποδεδόσθαι καὶ τίνα ἂν ἔχοι προσήκοντα λόγον; δοκεῖ δή μοι μὴ τῶν ἐπιτυχόντων εἶναι, καθάπερ δὴ τὰ πολλὰ τῶν ὀνομάτων, ἡ τοιαύτη τῆς ἐπιστήμης τῶν διανοητικῶν λόγων προσηγορία, ἀλλ' ὥσπερ δὴ καὶ λέγεται τῶν Πυθαγορείων κατειδότων μὲν ὅτι πᾶσα ἡ καλουμένη μάθησις ἀνάμνησίς ἐστιν οὐκ ἔξωθεν ἐντιθεμένη ταῖς ψυχαῖς, ὥσπερ τὰ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν φαντάσματα τυποῦται ἐν τῇ φαντασίᾳ, οὐδ' ἐπεισοδιώδης οὖσα, καθάπερ ἡ δοξαστικὴ γνῶσις, ἀλλ' ἀνεγειρομένη μὲν ἀπὸ τῶν φαινομένων, προβαλλομένη δὲ ἔνδοθεν ἀπ' αὐτῆς τῆς διανοίας εἰς ἑαυτὴν ἐπιστρεφομένης, κατειδότων δ' αὖ καὶ ὅτι τὰς ἀναμνήσεις εἰ καὶ πολλαχόθεν δεικνύναι δυνατόν, ἀλλὰ διαφερόντως, ὅτι καὶ Πλάτων φησίν, ἐκ τῶν μαθημάτων. ἐὰν γάρ τις ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ, φησὶν ἐκεῖνος, ἐνταῦθα ἄρα σαφέστατα κατηγορεῖ, ὡς ἔστιν ἡ μάθησις ἀνάμνησις. ὅθεν δὴ καὶ ὁ ἐν τῷ Μένωνι Σωκράτης ἐκ τοῦδε τοῦ τρόπου τῆς ἐπιχειρήσεως ἐπέδειξεν, ὅτι τὸ μανθάνειν οὐκ ἄλλο τί ἐστιν ἢ ἀναμιμνήσκεσθαι τὴν ψυχὴν τῶν ἑαυτῆς λόγων. αἴτιον δὲ ὅτι τὸ μὲν ἀναμιμνησκόμενόν ἐστι τὸ διανοητικὸν τῆς ψυχῆς. τοῦτο δὲ ἐν τοῖς λόγοις οὐσίωται τῶν μαθημάτων καὶ τὰς ἐπιστήμας αὐτῶν ἐν ἑαυτῷ προείληφεν, κἂν μὴ ἐνεργῇ κατ'

2 *μὴ*] *καὶ G.* 7 *ἐντεθειμένη τῇ ψυχῇ* H_2 p. 253. 10 *ἀνεξεγειρομένη* H_2 p. 253. 11 *ἀπ' αὐτῆς*] *ἐφ' ἑαυτῆς*, (*ἀφ' ἑαυτῆς*) H_2 p. 253. 13—14 *τὰς ἀναμνήσεις . . . ὅτι καὶ* om. *G*, add. *C.* 16 *φησὶν ἐκεῖνος*] Phaedo p. 73 *B*, ex quo loco *Kn III* p. 40 addendum esse censet inter *ἄγῃ* et *ἐνταῦθα*: *ἢ ἄλλο τι τῶν τοιούτων, ἐνταῦθα σαφέστατα κατηγορεῖ, ὅτι τοῦτο οὕτως ἔχει.* 18 *ἐν τῷ Μένωνι*] p. 81, E ss. ‖ *Μέμνονι G.* 23 *οὐσιωτὸν* H_2 p. 254, quod corr. *Kn. III* p. 41.

αὐτάς. ἔχει δ' οὖν πάσας οὐσιωδῶς καὶ κρυφίως, προφαίνει δὲ ἑκάστην, ὅταν ἀφαιρεθῇ τῶν ἐμποδίων τῶν ἐκ τῆς αἰσθήσεως. αἱ μὲν γὰρ αἰσθήσεις συνάπτουσιν αὐτὴν τοῖς μεριστοῖς, αἱ δὲ φαντασίαι μορφωτικῶν κινήσεων ἀναπιμπλᾶσιν, αἱ δὲ ὀρέξεις περισπῶσιν εἰς τὸν ἐμπαθῆ βίον. ‖ πᾶν δὲ τὸ μεριστὸν ἐμπόδιόν ἐστι τῆς εἰς ἑαυτοὺς ἡμῖν ἐπιστροφῆς, καὶ πᾶν τὸ μορφωτικὸν ἐπιθολοῖ τὴν ἀμόρφωτον γνῶσιν, καὶ πᾶν τὸ ἐμπαθὲς κώλυμα τῆς ἀπαθοῦς ἐνεργείας ἐστίν. ὅταν οὖν ταῦτα τῆς διανοίας ἀφέλωμεν, τότε κατ' αὐτὴν γιγνώσκειν τοὺς ἐν αὐτῇ δυνάμεθα λόγους, καὶ ἐπιστήμονες εἶναι κατ' ἐνέργειαν καὶ γνῶσιν τὴν οὐσιώδη προβάλλειν. δεσμῶται δὲ ὄντες καὶ τὸ ὄμμα τῆς ψυχῆς μύοντες οὐ μή ποτε τὴν προσήκουσαν ἡμῖν τελειότητα σχοίημεν. αὕτη τοίνυν ἐστὶν ἡ μάθησις ἡ τῶν ἀϊδίων ἐν ψυχῇ λόγων ἀνάμνησις, καὶ μαθηματικὴ διὰ ταύτην ἡ πρὸς τὰς ἀναμνήσεις ἡμῖν τὰς ἐκείνων συντελοῦσα γνῶσις διαφερόντως | ἐπονομάζεται. καὶ τὸ ἔργον ἄρα τῆς ἐπιστήμης ταύτης ὁποῖον δή τί ἐστιν ἐκ τοῦ ὀνόματος δηλοῦται κινητικὸν τῆς ἐμφύτου γνώσεως καὶ ἐγερτικὸν τῆς νοήσεως καὶ καθαρτικὸν τῆς διανοίας καὶ ἐκφαντορικὸν τῶν κατ' οὐσίαν ἡμῖν ὑπαρχόντων εἰδῶν, λήθης τε καὶ ἀγνοίας ἀφαιρετικόν, ὧν ἀπὸ τῆς γενέσεως ἔσχομεν, καὶ ἀπολυτικὸν τῶν ἐκ τῆς ἀλογίας δεσμῶν, κατὰ τὸν θεὸν ὄντως τὸν τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἔφορον, ὃς προάγει μὲν εἰς

2 ἕκαστον G, ἑκάστην C. ‖ τὸ ἐμπόδιον H_2 p. 254. 3 ἐκ τῆς] αὐτῆς G, ἐκ τῆς C. 5 περὶ πτῶσιν M. In margine legitur in M: σημ. ὡρ. ἄγαν. 7 ἡμῶν H_2 p. 254. 15 αὐτὴ G, αὕτη C. 18 γνώσεις G. 20 ἐμφύτου om. G, add. C. 22 ἐκφαντικὸν G, ἐκφαντορικόν C. 24 ἔχομεν G, ἔσχομεν C. 25 ὄντος C.

τὸ ἐμφανὲς τὰ νοερὰ δῶρα, πληροῖ δὲ πάντα τῶν θείων λόγων, κινεῖ δὲ τὰς ψυχὰς ἐπὶ νοῦν, καὶ ὥσπερ ἐκ κάρου βαθέος ἀνεγείρει, διὰ ζητήσεως δὲ ἐπιστρέφει πρὸς ἑαυτάς, καὶ διὰ μαιείας τελειοῖ, καὶ δι᾽ εὑρέσεως τοῦ καθαροῦ νοῦ περιάγει πρὸς τὴν μακαρίαν ζωήν. ᾧ δὴ καὶ ἡμεῖς ἀναθέντες τουτὶ τὸ σύγγραμμα τὴν περὶ τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης θεωρίαν περιγράψομεν.

1 *δὲ* om. *M*. 3 *βαθέως G*. 4 *αὐτὰς G*. || *μανείας G*, *μαιείας C*. || *διὰ ῥεύσεως G*.

PROLOGI PARS POSTERIOR.

‖ *Τὰ μὲν δὴ κοινὰ καὶ ἐπὶ πᾶσαν διατείνοντα τὴν μαθηματικὴν ἐπιστήμην ἐν τοῖς προειρημένοις λόγοις τεθεάμεθα τῷ τε Πλάτωνι συμπορευόμενοι καὶ παρὰ τῶν ἄλλων ἀναλεγόμενοι τὰ πρὸς τὴν παροῦσαν πραγματείαν ἡμῖν συντείνοντα νοήματα. τούτοις δὲ ἕπεται περί τε αὐτῆς τῆς γεωμετρίας εἰπεῖν καὶ τῆς προκειμένης στοιχειώσεως, ἧς ἕνεκα τὸν σύμπαντα λόγον ἐνεστησάμεθα.*

Ὅτι μὲν οὖν ἡ γεωμετρία τῆς ὅλης ἐστὶ μαθηματικῆς μέρος καὶ ὅτι δευτέραν ἔχει τάξιν μετὰ τὴν ἀριθμητικὴν ὡς ἐκ ταύτης τελειουμένη καὶ ἀφοριζομένη — πᾶν γάρ, ὅσον ἐστὶ ῥητὸν ἐν αὐτῇ καὶ γνωστόν, ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν ἀφορίζεται λόγων — εἴρηται τοῖς παλαιοῖς καὶ οὐ πολλοῦ δεῖται λόγου πρὸς τὸ παρόν. γένοιτο δ' ἂν ἡμῖν ἡ περὶ αὐτῆς ὑφήγησις κατὰ νοῦν, εἰ τὴν ὑποκειμένην αὐτῇ ἐπισκοπήσαιμεν ὕλην, τίνα τάξιν ἔλαχεν ἐν τοῖς οὖσι, καὶ τὴν οὐσίαν.

ΠΡΌΚΛΟΥ ΛΥΚΊΟΥ ΠΛΑΤΩΝΙΚΟΥ͂ ΔΙΑΔΌΧΟΥ ΕἸΣ ΤῸ ΠΡΩ͂ΤΟΝ ΕΥ̓ΚΛΕΊΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ λο΄ ᾶ *M*; at in margine λο΄ β͂. *ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΑΔΟΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ. G.*

1 *μὲν δὴ*] *μέντοι G.* ‖ *ἐπὶ*] *διὰ C.* 3 *τιθέμεθα G, τεθεάμεθα C.* 4 *ἀνελόμενοι G, ἀναλεγόμενοι C.* 17 *ὕλην* in margine *M.* ‖ *ὕλην ἐπισκοπήσαιμεν G.*

ἀπὸ γὰρ ταύτης καλῶς θεωρηθείσης καὶ ἡ τῆς γιγνωσκούσης αὐτὴν ἐπιστμήμης καταφανήσεται δύναμις καὶ ἡ ὠφέλεια ἡ ἀπ' αὐτῆς καὶ τὸ ἀγαθόν, ὅπερ εἰς τοὺς μανθάνοντας παραγίνεται. καὶ γὰρ δὴ καὶ ἀπορήσειεν ἄν τις, ἐν τίνι γένει τῶν ὄντων τὴν γεωμετρικὴν ὕλην τιθέμενος οὐκ ἂν ἁμάρτοι τῆς περὶ αὐτὴν ἀληθείας. εἴτε γὰρ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς ἐστι τὰ σχήματα, περὶ ὧν ὁ γεωμέτρης διαλέγεται, καὶ ἀχώριστα τῆς ὕλης, πῶς ἔτι τὴν γεωμετρίαν τῶν αἰσθητῶν ἡμᾶς ἀπολύειν φήσομεν καὶ περιάγειν εἰς τὴν ἀσώματον ὑπόστασιν καὶ συνεθισμὸν εἶναι πρὸς τὴν θέαν τῶν νοητῶν καὶ προευτρεπίζειν εἰς τὴν κατὰ νοῦν ἐνέργειαν; ποῦ δὲ καὶ τεθεάμεθα ἐν τοῖς αἰσθητοῖς τὸ ἀμερὲς σημεῖον ἢ τὴν ἀπλατῆ γραμμὴν ἢ ‖ τὴν ἀβαθῆ ἐπιφάνειαν ἢ τὴν ἰσότητα τῶν ἐκ τοῦ κέντρου γραμμῶν ἢ ὅλως τὰ πολύγωνα καὶ πολύεδρα σχήματα πάντα, περὶ ὧν ἡ γεωμετρία διδάσκει; πῶς δὲ καὶ οἱ λόγοι τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἀνέλεγκτοι μένουσι τῶν αἰσθητῶν σχημάτων καὶ εἰδῶν τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ἐπιδεχομένων καὶ κινουμένων πάντη καὶ μεταβαλλομένων ἁπάσης τε ἀοριστίας ὑλικῆς ἀναπεπλησμένων καὶ τῆς μὲν ἰσότητος μετὰ τῆς ἐναντίας ἀνισότητος ὑφεστηκυίας, τῶν δὲ ἀμερίστων κατὰ μερισμὸν καὶ διάστασιν προεληλυθότων; εἴτε ἔξω τῆς ὕλης ἐστὶ τὰ ὑποκείμενα τῇ γεωμετρίᾳ καὶ λόγοι καθαροὶ καὶ χωριστοὶ τῶν αἰσθητῶν, ἀμέριστοι πάντες ἔσονται καὶ ἀσώματοι καὶ ἀμεγέθεις. ἔκτασις γὰρ καὶ ὄγκος καὶ ὅλως διάστασις τοῖς λόγοις διὰ τὴν ὑλικὴν ὑποδοχὴν παραγίνεται, τὰ μὲν ἀμέ-

3 ἐπ' C. 11 εἰς θέαν G, πρὸς τὴν θέαν C. 18 ἀνέλεκτοι M, C. 20 πάντων G, πάντη M, C. 21 ἰσότης M. 23 διάστασιν G, διάσπασιν M, C. 26 πάντως G.

ριστα μεριστῶς, τὰ δὲ ἀδιάστατα διαστατῶς, τὰ δὲ ἀκίνητα κινουμένως δεχομένην. πῶς οὖν ἔτι τὴν εὐθεῖαν τέμνομεν καὶ τὸ τρίγωνον καὶ τὸν κύκλον; πῶς δὲ γωνιῶν διαφορὰς λέγομεν καὶ αὐξήσεις αὐτῶν καὶ μειώσεις σχημάτων, οἷον τριγωνικῶν ἢ τετραγωνικῶν; πῶς δὲ τὰς ἁφὰς τῶν κύκλων ἢ τῶν εὐθειῶν; | πάντα γὰρ ταῦτα μεριστὴν εἶναι τὴν γεωμετρικὴν ὕλην ἐπιδεικνύουσι καὶ οὐκ ἐν ἀμερέσι λόγοις ὑφεστηκυῖαν.

Τὰ μὲν οὖν ἄπορα τοιαῦτα πρὸς τὸ καὶ τὸν Πλάτωνα διανοητὰ μὲν προσαγορεύειν τὰ τῆς γεωμετρίας εἴδη, χωρίζειν δὲ ἡμᾶς ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν τὰ τοιαῦτα καὶ εἰς νοῦν ἐγείρειν ἀπὸ αἰσθήσεως συγχωρεῖν, καίτοι γε, ὅπερ ἔφην, τῶν ἐν διανοίᾳ λόγων ἀμερῶν ὄντων καὶ ἀδιαστάτων κατὰ τὴν ἰδιότητα τὴν ψυχικὴν ὑφεστηκότων. εἰ δὲ δεῖ καὶ τοῖς πράγμασιν αὐτοῖς καὶ τῇ τοῦ Πλάτωνος ὑφηγήσει συμφώνους ἀποδιδόναι λόγους, οὑτωσὶ διελόντες εἴπωμεν, πᾶν τὸ καθόλου καὶ τὸ ἓν τὸ τῶν πολλῶν περιληπτικὸν ἢ ἐν τοῖς καθ' ἕκαστα φαντάζεσθαι (πέφυκεν ἢ φαίνεται?) καὶ τὴν ὕπαρξιν ἐν τούτοις ἔχειν ἀχώριστον ἀπ' αὐτῶν ὑπάρχον καὶ κατατεταγμένον ἐν αὐτοῖς καὶ μετὰ τούτων ἢ συγκινούμενον ἢ μονίμως ἑστὼς καὶ ἀκινήτως, ἢ πρὸ τῶν πολλῶν ὑφεστάναι καὶ γεννητικὸν εἶναι

1—2 διαστατῶς ... ἀκίνητα om. G. 10—12 τὸν Πλάτωνα ... τὰ τοιαῦτα καὶ om. G, add. C. 12 χωρίζειν] ‘progredi ... ad’ et in praefatione ‘separari ... per’ B, ‘advance ... to’ T. 13 ἐγείρειν] ‘exurgere’ et in praefatione ‘excitari’ B, ‘rise’ T. 15 καὶ om. G, add. C. ‖ διαστατων C. 18 εἴπομεν M. 19 τὸ ἓν τὸ] τὸ ἓν καὶ H_2 p. 260. 20 πέφυκεν ἢ φαίνεται omissum est in H_2. 21 ἔχον M, G, ἔχειν (ἐκεῖνα χωρὶς τῶν) H_1 p. 452, H_2 p. 260. 23 ἑστὼς M, ἑστῶς G, ἑστὸς (ἑστῶσ, ἑστῶς) H_2.

τοῦ πλήθους ἐμφάσεις ἀφ' ἑαυτοῦ τοῖς πολλοῖς παρέχον καὶ ἀμερίστως μὲν αὐτὸ προτεταγμένον τῶν μετεχόντων, ποικίλας δὲ μεθέξεις εἰς τὰ δεύτερα χορηγοῦν, ἢ κατ' ἐπίνοιαν ἀπὸ τῶν πολλῶν μορφοῦσθαι καὶ τὴν ὕπαρξιν ἐπιγενηματικὴν ἔχειν καὶ ὑστερογενῶς ἐπισυνίστασθαι τοῖς πολλοῖς. κατὰ γὰρ ταύτας οἶμαι τὰς τριπλᾶς ὑποστάσεις εὑρήσομεν τὰ μὲν πρὸ τῶν πολλῶν, τὰ δὲ ἐν τοῖς πολλοῖς, τὰ δὲ κατὰ τὴν πρὸς αὐτὰ σχέσιν καὶ κατηγορίαν ὑφιστάμενα. ‖ τριττῶν δὲ ὄντων ὡς συνελόντι φάναι τῶν καθολικῶν εἰδῶν τοῦ μετεχομένου καὶ ἐν τοῖς πολλοῖς ὄντος καὶ τὰ μερικὰ συμπληροῦντος νοήσωμεν διαφορὰς κατὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην. καὶ τὰ μετέχοντα αὐτὰ διττὰ θέμενοι, τὰ μὲν αἰσθητὰ τὰ δὲ ἐν φαντασίᾳ τὴν ὑπόστασιν ἔχοντα — καὶ γὰρ ἡ ὕλη διττή, καὶ ἡ μὲν τῶν αἰσθήσει συζυγούντων ἡ δὲ τῶν φανταστῶν, ὥς που καὶ Ἀριστοτέλης φησι διττὸν εἶναι τὸ καθόλου — τὸ κατατεταγμένον συγχωρήσομεν, τὸ μὲν αἰσθητὸν ὡς μετεχόμενον ὑπὸ τῶν αἰσθητῶν, τὸ δὲ φανταστὸν ὡς ἐν τοῖς τῆς φαντασίας πλήθεσιν ὑφεστηκός. καὶ γὰρ ἡ φαντασία διά τε τὴν μορφωτικὴν κίνησιν καὶ τὸ μετὰ σώματος καὶ ἐν σώματι τὴν ὑπόστασιν ἔχειν με-

2 προτεταμένον *G*, προτεταγμένον *C*. 5 γεννηματικὴν *G*, γενηματικὴν *C*. 6 κατὰ] καὶ H_1 p. 452, H_2 p. 260.
πολλῶν
7 ἄλλων prima manu *M*. 8—11 τὰ δὲ κατὰ τὴν . . . ἐν τοῖς πολλοῖς om. *G*, add. *C*. ‖ τὰ δὲ κατὰ] (καὶ H_1 H_2). ‖ πρὸς αὐτὰ (πρὸς αὐτὰ) H_1 H_2. 9 καὶ ante κατηγορίαν omissum est in H_1 H_2. 10 ἓν (ἐν) ante συνελόντι est additum in H_1 H_2, 'unico verbo' *B*, 'ut breviter dicam' *Z*. 11 καὶ ante ἐν τοῖς πολλοῖς omissum est in H_1 H_2. ‖ ὄντως *M*. ‖ μεριστὰ *G*, μερικὰ *C*, (μετρικὰ H_2). 12 ἐκπληροῦντος (H_1) H_2. 13 αὐτοῦ M, *G*, αὐτὰ (αὐτοῦ) H_2. 16 φανταστικῶν H_2. 20 τῆς om. *G*.

ριστῶν ἀεὶ καὶ διῃρημένων ἐστὶν καὶ ἐσχηματισμένων τύπων οἰστική, καὶ πᾶν ὃ γιγνώσκει τοιαύτην ἔλαχεν ὕπαρξιν. ὅθεν δὴ καὶ νοῦν παθητικόν τις αὐτὴν προσειπεῖν οὐκ ὤκνησεν. καίτοι γε εἰ νοῦς, πῶς οὐκ ἀπαθὴς καὶ ἄϋλος; εἰ δὲ μετὰ πάθους ἐνεργεῖ, πῶς ἔτι νοῦς ἂν κληθείη δικαίως; ἀπάθεια μὲν γὰρ τῷ νῷ προσήκει καὶ τῇ νοερᾷ φύσει, τὸ δὲ παθητικὸν πόρρω τῆς οὐσίας ἐκείνης. ἀλλ' οἶμαι τὸ μέσον αὐτῆς ἐμφῆναι βουλόμενος τῶν τε πρωτίστων γνώσεων καὶ τῶν ἐσχάτων ἅμα καὶ νοῦν αὐτὴν προσεῖπεν ὡς ἐοικυῖαν ταῖς πρωτίσταις καὶ παθητικὸν κατὰ τὴν πρὸς τὰ ἔσχατα συγγένειαν. αἱ μὲν γὰρ ἀσχημάτιστοι καὶ ἀμόρφωτοι γνώσεις εἰσὶν ἐν ἑαυταῖς ἔχουσαι τὰ νοητὰ καὶ περὶ ἑαυτὰς ἐνεργοῦσαι καὶ συνηνωμέναι τοῖς γνωστοῖς, παντὸς τύπου καὶ πάθους ἀλλαχόθεν ἐφήκοντος καθαρεύουσαι. αἱ δὲ ἔσχαται διὰ τῶν ὀργάνων ἐνεργοῦσι καὶ παθήματα μᾶλλόν εἰσιν, ἔξωθεν εἰσδεχόμεναι τὰς γνώσεις καὶ συγκινούμεναι τοῖς ὑποκειμένοις. τοιαῦτα γὰρ αἱ αἰσθήσεις, ἐκ βιαίων παθημάτων γινόμεναι, φησὶν ὁ Πλάτων. ἡ δ' αὖ φαντασία τὸ μέσον κέντρον κατέχουσα τῶν γνώσεων ἀνεγείρεται μὲν ἀφ' ἑαυτῆς καὶ προβάλλει τὸ γνωστόν, ἅτε δὲ οὐκ ἔξω σώματος οὖσα ἐκ τοῦ ἀμεροῦς τῆς ζωῆς εἰς μερισμὸν καὶ διάστασιν καὶ σχῆμα προάγει τὰ γνωστὰ αὐτῆς, καὶ διὰ τοῦτο πᾶν, ὅπερ ἂν νοῇ, τύπος ἐστὶ καὶ μορφὴ νοήματος, καὶ τόν τε κύκλον διαστατῶς νοεῖ τῆς μὲν ἐκτὸς ὕλης καθαρεύοντα

2 οἰστικόν G. 4 εἰ om. G, add. C. 16 δι' ὧν (διὰ τῶν) ὀργάνων prima manu M, δι' ὧν ὀργάνων C. 19 παθημάτων om. G. 22 παραβάλλει G, προβάλλει C. 25 ἀνοῇ M. 26 τῶν τε κύκλων C.

νοητὴν δὲ ὕλην ἔχοντα τὴν ἐν αὐτῇ, καὶ διὰ τοῦτο οὐχ εἷς ἐν αὐτῇ κύκλος, ὥσπερ οὐδὲ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς. ἅμα γὰρ διάστασις ἀναφαίνεται καὶ τὸ μεῖζον καὶ τὸ ἔλασσον καὶ τὸ πλῆθος τῶν τε κύκλων καὶ τῶν τριγώνων. εἰ οὖν ‖ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς κύκλοις ἐστὶ τὸ καθόλου κατατεταγμένον, ὃ καὶ ἕκαστον αὐτῶν κύκλον ἀπετέλεσεν καὶ πάντας ὁμοίους ἀλλήλοις καθ' ἕνα λόγον ὑποστάντας, διαφέροντας δὲ ἢ μεγέθεσιν ἢ τοῖς ὑποκειμένοις, κἂν τοῖς φανταστοῖς κύκλοις ἐστί τι κοινὸν καὶ μετεχόμενον καὶ κατὰ τοῦτο πάντες τὴν αὐτὴν ἔχουσι μορφήν. ἡ δὲ διαφορὰ αὐτοῖς καθ' ἓν ἐνταῦθα μόνον τὸ ἐν τῇ φαντασίᾳ μέγεθος. ὅταν γὰρ πολλοὺς ὁμοκέντρους φαντασθῇς, ἐν ἑνὶ μὲν πάντες ὑποκειμένῳ καὶ ἀΰλῳ καὶ ἐν ζωῇ τὴν ὕπαρξιν ἔχουσιν ἀχωρίστῳ σώματος ἁπλοῦ καὶ τῷ διαστήματι πλεονάσαντος τῆς ἀμεροῦς οὐσίας, διαφέρουσι δὲ τῷ τε μεγέθει καὶ τῇ μικρότητι καὶ τῷ περιέχεσθαι καὶ περιέχειν. διττὸν οὖν σοι νοείσθω τὸ καθόλου τὸ ἐν τοῖς πολλοῖς, τὸ μὲν ἐν τοῖς αἰσθητοῖς, τὸ δὲ ἐν τοῖς φανταστοῖς. καὶ ὁ κυκλικὸς λόγος διττὸς καὶ ὁ τριγωνικὸς καὶ αὐτὸς ὁ τοῦ σχήματος, ὁ μὲν ἐπὶ τῆς νοητῆς ὕλης, ὁ δὲ ἐπὶ τῆς αἰσθητῆς. πρὸ δὲ τούτων ἦν ὅ τε ἐν διανοίᾳ λόγος καὶ ὁ ἐν τῇ φύσει, ὁ μὲν τῶν φανταστῶν κύκλων ὑποστάτης καὶ τοῦ ἐν αὐτοῖς ἑνὸς εἴδους, ὁ δὲ τῶν αἰσθητῶν. ἔστωσαν γὰρ οἱ ἐν οὐρανῷ κύκλοι καὶ ὅλως οἱ τῆς φύσεως ἔκγονοι. καὶ ὥσπερ ἀμερὴς ὁ ἐν διανοίᾳ λόγος, οὕτως καὶ ὁ φυσι-

3 *ἀναφένεται M.* 4 *τε* om. *G.* 8 *ὑποστάντος C.* 9 *λόγοις G, κύκλοις C.* 12 *ὅτε G, ὅταν C.* 13 *ἐν* om. *M, G;* 'in uno' *B.* 15 *πλεονάζοντος G.* 16 *τε* om. *G*, add. *C.* 17 *τῷ*] *τὸ M, G.* 18 *σοι* om. *G, συννοείσθω C.*

κός. ἔστι γὰρ καὶ τὰ διαστατὰ ἀδιαστάτως καὶ τὰ μεριστὰ ἀμερίστως καὶ τὰ μεγέθη ἀμεγέθως ἐν | ταῖς ἀσωμάτοις αἰτίαις, ὥσπερ αὖ ἀνάπαλιν τὰ ἀμέριστα μεριστῶς καὶ τὰ ἀμεγέθη μεγεθυσμένως ἐν ταῖς σωματικαῖς. καὶ διὰ τοῦτο ὁ μὲν ἐν διανοίᾳ κύκλος εἷς καὶ ἁπλοῦς ἐστι καὶ ἀδιάστατος καὶ αὐτὸ τὸ μέγεθος ἀμέγεθες ἐκεῖ — λόγοι γὰρ ἄνευ ὕλης τὰ τοιαῦτα καὶ τὸ σχῆμα ἀσχημάτιστον — ὁ δ' ἐν φαντασίᾳ μεριστὸς ἐσχηματισμένος διάστατος, οὐχ εἷς μόνον, ἀλλ' εἷς καὶ πολύς, καὶ οὐκ εἶδος μόνον, ἀλλὰ κατατεταγμένον εἶδος, ὁ δ' ἐν τοῖς αἰσθητοῖς καὶ τῆς ἀκριβείας ὕφεσιν ἔχων καὶ ἀνάπλεως τῆς εὐθείας καὶ τῆς καθαρότητος τῶν ἀΰλων ἀπολειπόμενος.

Τὴν τοίνυν γεωμετρίαν ὅταν περὶ κύκλου τι λέγῃ καὶ διαμέτρου καὶ τῶν περὶ τὸν κύκλον παθημάτων, οἷον ἁφῶν διαιρέσεων τῶν τοιούτων, μήτε περὶ τῶν αἰσθητῶν λέγωμεν ἀναδιδάσκειν — χωρίζειν γὰρ ἀπὸ τούτων ἐπιχειρεῖ — μήτε τοῦ ἐν διανοίᾳ εἴδους. εἷς γὰρ ὁ κύκλος, ἡ δὲ περὶ πολλῶν ποιεῖται τοὺς λόγους καθ' ἕνα ἕκαστον προβάλλουσα καὶ περὶ ἁπάντων τὰ αὐτὰ θεωροῦσα. καὶ ἀδιαίρετος μὲν ἐκεῖνος, διαιρετὸς δὲ || ὁ ἐν γεωμετρίᾳ κύκλος. ἀλλὰ τὸ καθόλου μὲν αὐτῷ συγχωρῶμεν ἐπισκοπεῖν, τοῦτο δ' ἄρα ἐκεῖνο τὸ κατατεταγμένον ἐν τοῖς φανταστοῖς κύκλοις, καὶ ἄλλον μὲν ὁρᾶν καὶ κατ' ἄλλον θεωρεῖν τὸν ἐν διανοίᾳ κύκλον, περὶ ἄλλον δὲ ποιεῖσθαι τὰς ἀποδείξεις. ἔχουσα γὰρ ἡ διάνοια τοὺς λόγους, ἀσθενοῦσα δὲ

4 *μεγεθισμένως G.* 5 *ἐν* ante *διανοίᾳ* om. *G*, add. *C.* 10 *πολλοὶ G.* 13 *κύκλων G, ἀΰλων C.* 14 *ὅτε G, ὅταν C.* 15 *αμέτρου* omissa syllaba *δι M.* || *περὶ τὸν κύκλον*] *περὶ κύκλου G.* 17 *λέγομεν G.* 18 *ἐπιχωρεῖ G, ἐπιχειρεῖ C.* 25 *ἄλλῳ M.*

συνεπτυγμένως ἰδεῖν ἀναπλοῖ τε αὐτοὺς καὶ ὑπεκτίθεται καὶ εἰς τὴν φαντασίαν ἐν προθύροις κειμένην προάγει καὶ ἐν ἐκείνῃ ἢ καὶ μετ' ἐκείνης ἀνελίττει τὴν γνῶσιν αὐτῶν, ἀγαπήσασα μὲν τὸν ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν χωρισμόν, τὴν δὲ φανταστὴν ὕλην εὐτρεπῆ πρὸς ὑποδοχὴν εὑροῦσα τῶν ἑαυτῆς εἰδῶν. ὅθεν καὶ ἡ νόησις αὐτῆς μετὰ φαντασίας αἵ τε συνθέσεις τῶν σχημάτων καὶ αἱ διαιρέσεις φανασταὶ καὶ ἡ γνῶσις ὁδὸς μὲν εἰς τὴν διανοητικήν ἐστιν οὐσίαν, οὔπω δὲ εἰς ἐκείνην ἀναδεδράμηκε, τῆς διανοίας εἰς τὰ ἔξω βλεπούσης καὶ ταῦτα κατὰ τὰ ἔνδοθεν θεωρούσης καὶ προβολαῖς μὲν χρωμένης λόγων ἀλλ' ἀφ' ἑαυτῆς εἰς τὸ ἔξω κινουμένης. εἰ δέ ποτε συμπτύξασα τὰς διαστάσεις καὶ τοὺς τύπους καὶ τὸ πλῆθος ἀτυπώτως καὶ ἑνοειδῶς θεασαμένη πρὸς ἑαυτὴν ἐπιστρέψαι δυνηθείη, τότ' ἂν διαφερόντως τοὺς λόγους τοὺς γεωμετρικοὺς ἴδοι τοὺς ἀμερίστους, τοὺς ἀδιαστάτους, τοὺς οὐσιώδεις, ὧν ἐστι πλήρωμα. καὶ ἡ ἐνέργεια αὐτῆς αὕτη τέλος ἂν εἴη τὸ ἄριστον τῆς περὶ γεωμετρίαν σπουδῆς καὶ ὄντως τῆς Ἑρμαϊκῆς δόσεως ἔργον, ἀπό τινος Καλυψοῦς ἀναγούσης αὐτὴν εἰς τελειοτέραν καὶ νοερωτέραν γνῶσιν καὶ ἀπολυούσης τῶν ἐν φαντασίᾳ μορφωτικῶν ἐπιβολῶν. καὶ ταύτην δεῖ τὴν μελέτην μελετᾶν τὸν ὡς ἀληθῶς γεωμετρικόν, καὶ πρὸς τὴν ἔγερσιν καὶ τὴν ἀπὸ τῆς φαντασίας μετάστασιν εἰς μόνην τὴν διάνοιαν αὐτὴν καθ' αὑτὴν ποιεῖσθαι τέλος, ἁρπάζοντα ἑαυτὸν ἀπὸ τῶν διαστάσεων καὶ τοῦ

1 ἀναπλῶται αὐτοὺς καὶ ὑποτίθεται *G*, ἀναπλοῖ τε αὐτοὺς καὶ ὑπεκτίθεται *C*. 9 ἀδιανοητικὴν *G*, διανοητικὴν *C*. 12 χρωμενη *C*. 19 αὕτη om. *G*. 20 ὑπό *C*. 21 τελειοτητα *G*, τελειοτέραν *C*. 22 νεωτέραν *G*. 24 τὴν post πρὸς om. *G*, add. *C*.

παθητικοῦ νοῦ πρὸς τὴν διανοητικὴν ἐνέργειαν, καθ' ἣν πάντα ἀδιαστάτως ὄψεται καὶ ἐν ἀμερεῖ τὸν κύκλον, τὴν διάμετρον, τὰ ἐν τῷ κύκλῳ πολύγωνα, καὶ πάντα ἐν πᾶσιν καὶ ἕκαστον χωρίς. διὰ γὰρ τοῦτο καὶ ἐν φαντασίᾳ δείκνυμεν ἔν τε τοῖς πολυγώνοις τοὺς κύκλους ἐγγραφομένους καὶ ἐν τοῖς κύκλοις τὰ πολύγωνα, μιμούμενοι τὴν τῶν ἀμερῶν λόγων δι' ἀλλήλων δεῖξιν. διὰ ταῦτα γὰρ ἄρα καὶ συστάσεις σχημάτων καὶ γενέσεις καὶ διαιρέσεις ἀναγράφομεν καὶ θέσεις καὶ παραβολάς. διότι τῇ φαντασίᾳ προσχρώμεθα καὶ ταῖς ἐκ ταύτης διαστάσεσιν, ἐπεὶ τό γε εἶδος αὐτὸ ἀκίνητόν ἐστι καὶ ἀγένητον καὶ ἀδιαίρετον καὶ παντὸς ὑποκειμένου καθαρεῦον. ἀλλὰ καὶ ὅσα κρυφίως ἐστὶν ἐν ἐκείνῳ, διαστατῶς καὶ μεριστῶς εἰς φαντασίαν προάγεται καὶ τὸ μὲν προβάλλον ἡ διάνοια, τὸ δὲ ἀφ' οὗ ‖ προβάλλεται τὸ διανοητὸν εἶδος, τὸ δὲ ἐν ᾧ τὸ προβαλλόμενον παθητικὸς οὗτος καλούμενος νοῦς, ἐξελίττων ἑαυτὸν περὶ τὴν ἀμέρειαν τοῦ ἀληθοῦς νοῦ καὶ διϊστὰς ἑαυτοῦ τὸ ἀδιάστατον τῆς ἀκραιφνοῦς νοήσεως καὶ μορφῶν ἑαυτὸν κατὰ πάντα τὰ ἀμόρφωτα εἴδη καὶ πάντα γιγνόμενος, ἅ ἐστιν ἡ διάνοια καὶ ὁ ἀμερὴς ἐν ἡμῖν λόγος.

Περὶ μὲν οὖν τῆς γεωμετρικῆς ὕλης τοσαῦτα ἔχομεν λέγειν οὐκ ἀγνοοῦντες, ὅσα καὶ ὁ φιλόσοφος Πορφύριος ἐν τοῖς συμμίκτοις γέγραφεν καὶ οἱ πλεῖστοι

8 *δεῖξιν* ex *G; δίμξιν*, sed *μ* (= *ν*) rasura maximam partem deleto, *M*. 10 *προσχρώμεθα* om. *G*, add. *C*. 11 Post *ταύτης ταύταις* add. *M, C*. 13 *καθαριεύον C*. 14 *διαστατῶς καὶ ἀμερίστως M, G, διαστατῶς ἀμερίστως* B_3, 'absque intervallo ac sine partitione' *Z*, 'cum intervallis, partibiliterque' *B*. 16 *τὸ δὲ ἐν ᾧ τὸ*] *δὲ* et alterum *τὸ* add. *G*, delet *C*, om. M. 19 *ἑαυτοῦ G, ἑαυτὸν M, C;* a sese *B;* magis placet *ἑαυτῷ* vel *ἐν ἑαυτῷ*.

τῶν Πλατωνικῶν διατάττονται, συμφωνότερα δὲ εἶναι ταῦτα ταῖς γεωμετρικαῖς ἐφόδοις νομίζοντες καὶ τῷ Πλάτωνι διανοητὰ καλοῦντι τὰ ὑποκείμενα τῇ γεωμετρίᾳ. συνᾴδει γὰρ οὖν ταῦτα ἀλλήλοις, διότι τῶν γεωμετρικῶν εἰδῶν αἱ μὲν αἰτίαι, καθ' ἃς καὶ ἡ διάνοια προβάλλει τὰς ἀποδείξεις, ἐν αὐτῇ προυφεστήκασιν, αὐτὰ δὲ ἕκαστα τὰ διαιρούμενα καὶ συντιθέμενα σχήματα περὶ τὴν φαντασίαν προβέβληται. περὶ δὲ τῆς ἐπιστήμης αὐτῆς τῆς τούτων θεωρετικῆς μετὰ ταῦτα λέγωμεν. γνωστικὴ μὲν οὖν ἐστι μεγεθῶν καὶ σχημάτων καὶ τῶν ἐν τούτοις περάτων, ἔτι δὲ τῶν λόγων τῶν ἐν αὐτοῖς ἡ γεωμετρία καὶ τῶν παθῶν τῶν περὶ αὐτὰ καὶ τῶν παν | τοίων θέσεων καὶ κινήσεων, προϊοῦσα μὲν ἀπὸ τοῦ ἀμεροῦς σημείου, καταβαίνουσα δὲ μέχρι τῶν στερεῶν καὶ τὰς πολυειδεῖς αὐτῶν διαφορότητας ἀνευρίσκουσα, καὶ αὖ πάλιν ἀπὸ τῶν συνθετωτέρων ἐπὶ τὰ ἁπλούστερα καὶ τὰς ἀρχὰς τὰς τούτων ἀνατρέχουσα. καὶ γὰρ συνθέσεσιν χρῆται καὶ ἀναλύσεσιν, ἀεὶ μὲν ἐξ ὑποθέσεων ὁρμῶσα καὶ τὰς ἀρχὰς ἀπὸ τῆς πρὸ αὐτῆς ἐπιστήμης λαμβάνουσα, χρωμένη δὲ ταῖς διαλεκτικαῖς ἁπάσαις μεθόδοις, περὶ μὲν τὰς ἀρχὰς διαιρέσεσι τῶν εἰδῶν ἀπὸ τῶν γενῶν καὶ τοῖς ὁριστικοῖς λόγοις, περὶ δὲ τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς ἀποδείξεσι καὶ ἀναλύσεσιν, ἵνα καὶ ἀπὸ τῶν ἁπλουστέρων τὰ ποικιλώτερα δεικνύῃ προϊόντα καὶ ἐπ' αὐτὰ πάλιν ἀναστρέφοντα καὶ χωρὶς μὲν περὶ τῶν ὑποκειμένων αὐτῇ ποιουμένη τοὺς λόγους, χωρὶς δὲ περὶ τῶν ἀξιωμάτων, ἀφ' ὧν ὥρμηται πρὸς τὰς ἀπο-

6 ἀποδείξης *M*. 8 βέβληται *G*, προβέβληται *C*.
10 λέγομεν *M*. 12 τῶν ante παθῶν om. *G*.

δείξεις, καὶ τῶν αἰτημάτων, χωρὶς δὲ περὶ τῶν καθ' αὑτὰ συμβεβηκότων, ἃ καὶ δείκνυσιν ὑπάρχοντα τοῖς ὑποκειμένοις. ἑκάστη γὰρ τῶν ἐπιστημῶν ἄλλο μὲν ἔχει τὸ γένος, περὶ ὃ πραγματεύεται καὶ οὗ τὰ πάθη σκοπεῖν προτίθεται, ἄλλας δὲ τὰς ἀρχάς, αἷς χρῆται πρὸς τὰς ἀποδείξεις, ἄλλα δὲ τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα. καὶ τὰ μὲν ἀξιώματα || κοινὰ πάσαις, εἰ καὶ ἑκάστη χρῆται πρὸς τὴν ὑποκειμένην ὕλην οἰκείως αὐτοῖς, τὸ δὲ γένος καὶ τὸ καθ' αὑτὸ συμβεβηκὸς διαφέρον.

Τὰ μὲν οὖν ὑποκείμενα γεωμετρίας ἐστὶ τρίγωνα καὶ τετράγωνα καὶ κύκλοι καὶ ὅλως σχήματα καὶ μεγέθη καὶ τὰ τούτων πέρατα, τὰ δὲ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τούτοις αἱ διαιρέσεις, οἱ λόγοι, αἱ ἁφαί, αἱ ἰσότητες, αἱ παραβολαί, αἱ ὑπερβολαί, αἱ ἐλλείψεις, πάντα τὰ τοιαῦτα, τὰ δὲ αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα, δι' ὧν ἀποδείκνυσιν ἕκαστα, τὸ ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν ἄγειν, τὸ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, ἴσα εἶναι τὰ καταλειπόμενα καὶ τὰ τούτοις ἑπόμενα. διὸ καὶ οὔτε πᾶν πρόβλημα οὔτε πᾶν ἐρώτημα γεωμετρικόν ἐστιν, ἀλλὰ ὅσα ἐκ τῶν γεωμετρίας ἐστὶν ἀρχῶν, καὶ ὁ ἐκ τούτων ἐλεγχόμενος ἐλέγχοιτο ἂν ὡς γεωμέτρης. ὅσα δὲ μὴ ἐκ τούτων, οὐ γεωμετρικὰ ἀλλ' ἀγεωμέτρητα. διττὰ δὲ καὶ ταῦτά ἐστιν· ἢ γὰρ παντελῶς ἐξ ἑτέρων ἐστὶν ἀρχῶν, ὥσπερ τὸ μουσικὸν ἐρώτημά φαμεν ἀγεωμέτρητον, ὅτι ἐξ ἄλλων παντελῶς ὑποθέσεων ὥρμηται καὶ οὐκ ἐκ τῶν γεωμετρίας ἀρχῶν, ἢ τὸ ταῖς γεωμετρικαῖς ἀρχαῖς χρώμε-

1 τῶν αἰτημάτων om. *G*, τὰ αἰτήματα add. *C*. 14 αἱ ὑπερβολαί, αἱ ἐλλείψεις, πάντα τὰ τοιαῦτα in *M* in trium deinceps linearum extremis partibus sunt scripta, quarum linearum reliquae partes sunt vacuae relictae. Posteram manum vix agnoveris, nec in B_3 est, quod suspicionem moveat. 17 ἀνάγειν *C*.

νον, ἀλλὰ διαστρόφως, οἷον εἴ τις λέγοι τὰς παραλλήλους συμπίπτειν. καὶ διὰ ταῦτα ἄρα καὶ ἡ γεωμετρία κριτήρια παραδίδωσιν ἡμῖν, ἀφ' ὧν δυνησόμεθα διαγιγνώσκειν τά τε ἑπόμενα ταῖς ἀρχαῖς αὐτῆς καὶ ὅσα τὴν ἐκείνων ἀλήθειαν ἐκβαίνει. οἱ γὰρ τρόποι, καθ' οὓς τὰ ψευδάρια διελέγχειν δυνατόν, ὅπῃ διημάρτηται, ταύτην ἔχουσι τὴν ἐπαγγελίαν. ἄλλα γὰρ ἕπεται ταῖς γεωμετρικαῖς ἀρχαῖς καὶ ἄλλα ταῖς ἀριθμητικαῖς. τί γὰρ δεῖ λέγειν περὶ τῶν . . . πάμπολυ λείπονται τούτων; ἀκριβεστέρα γάρ ἐστιν ἐπιστήμη ἄλλη ἄλλης, ὥς φησιν Ἀριστοτέλης, ἥ τε ποικιλωτέραις ἀρχαῖς χρωμένη τῆς ἐξ ἁπλουστέρων ὑποθέσεων ὡρμημένης καὶ ἡ τὸ διότι λέγουσα τῆς τὸ ὅτι γινωσκούσης καὶ ἡ περὶ νοητῶν πραγματευομένη τῆς τῶν αἰσθητῶν ἐφαπτομένης. καὶ κατὰ ταύτας τὰς ἀποδόσεις τῆς ἀκριβείας ἀριθμητικὴ μὲν ἀκριβεστέρα γεωμετρίας — αἱ γὰρ ἐκείνης ἀρχαὶ τῇ ἁπλότητι διαφέρουσιν. ἡ μὲν γὰρ μονὰς ἄθετός ἐστιν, ἡ δὲ στιγμὴ θέσιν ἔχουσα, καὶ ἀρχαὶ γεωμετρίας μὲν ἡ στιγμὴ προσλαβοῦσα τὴν θέσιν, ἀριθμητικῆς δὲ ἡ μονάς — γεωμετρία δὲ σφαιρικῆς καὶ ἀριθμητικὴ μουσικῆς — αὗται γὰρ τὰς αἰτίας ἀποδιδόασι καθόλου τῶν ὑπ' ἐκείνας θεωρημάτων — γεωμετρία δὲ μηχανικῆς ἢ ὀπτικῆς, ὅτι περὶ

6 ὃ μὴ *G*, ὀπὴ *C*. 9 τῶν ὑπάμπολυ *M*; super υ postera manus scripsit οἳ, quod eadem manus etiam in margine adscripsit; τῶν ἄλλων εἰ πάμπολυ *G*; τῶν ἃ πάμπολυ B_3; 'si ex his multa sunt defectiva' *Z*; 'de aliis, . ., si quidem ab iis plurimum distant' *B*. Ego coniecerim ab initio scriptum fuisse τῶν ὑπὸ ταύτας ἐπιστημῶν, αἳ vel alia similia. 11 An. post. 1, 24. 12 ἐξ B_3 *G*, om. *M*. Dicendum fuisse ἥ τε ἐξ ἁπλουστέρων ὑποθέσεων ὡρμημένη τῆς ποικιλωτέραις ἀρχαῖς χρωμένης vidit Barocius. Dubium tamen est utrum lapsus calami autori an scribae sit tribuendus. ‖ ὡρμουμένης *C*. 15 ἀποδείξεις *G*. 19 μὲν γεωμετρίας *G*. 23 ἢ ὀπτικῆς om. *G*, καὶ ὀπτικῆς add. *C*.

αἰσθητῶν αὗται ποιοῦνται τοὺς λόγους. αἱ μὲν οὖν ἀριθμητικῆς ἀρχαὶ καὶ γεωμετρίας τῶν ἄλλων ‖ διαφέρουσιν, αἱ δὲ αὐτῶν τούτων ὑποθέσεις διεστήκασι μὲν ἀπ' ἀλλήλων, καθ' ἣν εἴπομεν διάστασιν, ἔχουσιν δ' αὖ καὶ κοινωνίαν πρὸς ἀλλήλας, διὸ καὶ τῶν θεωρημάτων τῶν δεικνυμένων τὰ μέν ἐστιν αὐταῖς κοινὰ τὰ δὲ ἴδια ἑκατέρας. τὸ μὲν γὰρ πάντα λόγον εἶναι ῥητὸν ἀριθμητικῇ προσήκει μόνῃ, γεωμετρίᾳ δὲ οὐδαμῶς· εἰσὶ γὰρ ἐν αὐτῇ καὶ ἄρρητοι λόγοι. καὶ τὸ ὡρίσθαι κατὰ τὸ ἔλασσον τοὺς τῶν τετραγώνων γνώμονας ἀριθμητικῆς ἴδιον· ἐν γεωμετρίᾳ γὰρ τὸ ἐλάχιστον ὅλως οὐκ ἔστιν. γεωμετρίας δέ ἐστιν ἐξαίρετα τὰ περὶ τὰς θέσεις — οἱ γὰρ ἀριθμοὶ θέσιν οὐκ ἔχουσιν — τὰ περὶ τὰς ἁφάς — ἐν γὰρ συνεχέσι τὸ ἅπτεσθαι — τὸ περὶ τὰς ἀλόγους — ὅπου γὰρ ἐπ' ἄπειρον ἡ διαίρεσις, ἐκεῖ καὶ τὸ ἄλογον. κοινὰ δέ ἐστιν ἀμφοτέρων τὰ κατὰ τὰς τομάς, οἵας Εὐκλείδης ἐν τῷ δευτέρῳ παραδίδωσι, πλὴν τῆς τὴν εὐθεῖαν εἰς ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνούσης. τῶν δ' αὖ κοινῶν τούτων θεωρημάτων τὸ μὲν ἀπὸ γεωμετρίας εἰς ἀριθμητικὴν μετάγεται, τὰ δὲ ἔμπαλιν ἀπὸ ἀριθμητικῆς εἰς γεωμετρίαν, τὰ δὲ ὁμοίως ἀμφοτέραις προσῆκεν ἀπὸ τῆς ὅλης μαθηματικῆς ἐπιστήμης εἰς | αὐτὰς καθήκοντα. τὸ μὲν γὰρ ἐναλλὰξ καὶ αἱ ἀναστροφαὶ τῶν λόγων καὶ αἱ συνθέσεις καὶ αἱ διαιρέσεις κατὰ τοῦτον τὸν τρόπον ἐστὶ κοινὸν ἀμφοτέραις, τὰ δὲ τῶν συμμέτρων ἀριθμητικὴ μὲν θεωρεῖ πρώτως, γεωμετρία δὲ δευτέρως ἐκείνην μιμουμένη. διὸ καὶ τὰ σύμμετρα

8 μόνον *G.* 19 λόγον om. *G.* 22 ὁμοίως ἀμφοτέραις, ὁμοίως *G.* 23 αὐτὰ *M.* 25 τῶν κατὰ τοῦτον τρόπον *M.*

τούτῳ ταῦτα ἀφορίζεται, ὅσα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν ὡς τῆς συμμετρίας προηγουμένως ἐν ἀριθμοῖς ὑφισταμένης. ὅπου γὰρ ἀριθμός, ἐκεῖ καὶ τὸ σύμμετρον, καὶ ὅπου τὸ σύμμετρον, καὶ ὁ ἀριθμός. τά γε μὴν τῶν τριγώνων καὶ τετραγώνων γεωμετρία μὲν θεωρεῖ πρώτως, κατ' ἀναλογίαν δὲ λαβοῦσα παρ' αὐτῆς ἡ ἀριθμητική· καὶ γὰρ ἐν τοῖς ἀριθμοῖς σχήματα κατ' αἰτίαν ἐστίν. ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων οὖν ὁρμηθέντες ἐπὶ τὰς αἰτίας αὐτῶν τὰς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς μέτιμεν, καὶ ὅπου μὲν ἀπαραλλάκτως τὰ αὐτὰ συμπτώματα θεωροῦμεν, ὥσπερ ὅτι πᾶν πολύγωνον εἰς τρίγωνα διαλύεται, ὅπου δὲ τὸ σύνεγγυς ἀγαπῶμεν, οἷον εὑρόντες ἐν γεωμετρίᾳ τετράγωνον τετραγώνου διπλάσιον, ἐν ἀριθμοῖς δὲ οὐκ ἔχοντες ἑνὸς δέοντός φαμεν ἄλλον ἄλλου διπλάσιον ὑπάρχειν, ὥσπερ τοῦ ἀπὸ τῆς πεντάδος ὁ ἀπὸ τῆς ἑπτάδος διπλάσιος ἑνὸς δέοντος.

Ταῦτα μὲν οὖν ἐπὶ πλέον προηγάγομεν τὴν κοινωνίαν τὴν κατὰ τὰς ἀρχὰς τῶν δύο τούτων ‖ ἐπιστημῶν καὶ τὴν διαφορὰν παριστάντες. γεωμετρικοῦ γὰρ τὸ συνορᾶν τὰ μὲν κοινὰ θεωρήματα, ποίαις ἀρχαῖς ἕπεται κοιναῖς, τὰ δὲ ἴδια ποίαις, καὶ οὕτω τά τε ἀγεωμέτρητα καὶ τὰ γεωμετρικὰ διαιρεῖσθαι, καὶ τὰ μὲν εἰς ἄλλην, τὰ δὲ εἰς ἄλλην ἐπιστήμην ἄγειν. ἄνωθεν δὲ πάλιν ἐπιόντες κατίδωμεν τὴν ὅλην γεωμετρίαν, ὅθεν τε ὥρμηται καὶ μέχρι τίνος πρόεισιν. οὕτω γὰρ τὸν ἐν αὐτῇ διάκοσμον τῶν λόγων θεασώ-

1 τούτων G. 9 τὰς ante αἰτίας om. G. 12 τρίγωνον G. 15 ἄλλο G. 16 πεμπτάδος G. 18 ταῦτα] τὴν G, ταῦτα C. 23 θεωρεῖσθαι G, διαιρεῖσθαι C. 25 ἐπιόντες .... γεωμετρίαν om. G, add. C. 27 τὸν λόγον G, τῶν λόγων C.

μεθα. νοήσωμεν δὴ πᾶσι τοῖς οὖσιν αὐτὴν συμπαρεκτεινομένην καὶ πᾶσιν ἐπιβάλλουσαν τὰς ἑαυτῆς διανοήσεις καὶ πάντων ἐν ἑαυτῇ περιέχουσαν τὰ εἴδη, κατὰ μὲν τὸ ἀκρότατον αὐτῆς καὶ νοερώτατον τὰ ὄντως ὄντα περιαθροῦσαν καὶ δι' εἰκόνων ἀναδιδάσκουσαν τάς τε τῶν θείων διακόσμων ἰδιότητας καὶ τὰς τῶν νοερῶν εἰδῶν δυνάμεις — ἔχει γὰρ καὶ τούτων τοὺς λόγους ἐν τοῖς οἰκείοις θεάμασι καὶ δείκνυσι, τίνα μέν ἐστι τὰ θεοῖς ὡς προσήκοντα σχήματα, τίνα δὲ ταῖς πρώταις οὐσίαις, τίνα δὲ ταῖς τῶν ψυχῶν ὑποστάσεσι — κατὰ δὲ τὰς μέσας γνώσεις ἀνελίττει τοὺς διανοητικοὺς λόγους καὶ ἐξαπλοῖ καὶ θεωρεῖ τὴν ἐν αὐτοῖς ποικιλίαν καὶ τὰς ὑπάρξεις αὐτῶν ἐκφαίνει καὶ τὰ περὶ αὐτοὺς πάθη, τάς τε κοινωνίας αὐτῶν καὶ τὰς διαφορότητας, ἀφ' ὧν δὴ καὶ τὰς φανταστὰς διαμορφώσεις σχημάτων ἐν πέρασιν ὡρισμένοις περιλαμβάνει καὶ ἀνάγει πρὸς τὴν οὐσιώδη τῶν λόγων ὑπόστασιν — κατὰ δὲ τὰς τρίτας τῆς διανοήσεως διεξόδους τὴν φύσιν ἐπισκοπεῖ καὶ τὰ εἴδη τῶν αἰσθητῶν στοιχείων καὶ τῶν περὶ αὐτὰ δυνάμεων, ὅπως κατ' αἰτίαν ἐν τοῖς λόγοις αὐτῆς προείληπται, παραδίδωσιν. ἔχει γὰρ εἰκόνας μὲν τῶν νοητῶν ὅλων γενῶν, παραδείγματα δὲ τῶν αἰσθητῶν, οὐσίωται δὲ κατὰ τὰ εἴδη τὰ διανοητὰ καὶ διὰ μέσων τούτων ἄνεισί τε καὶ κάτεισιν ἐφ' ὅλα τὰ ὄντα καὶ τὰ γινόμενα. γεωμετρικῶς δὲ περὶ τῶν ὄντων ἀεὶ φιλοσο-

4 *καὶ τὰ*, supra lineam *κατὰ* postera ut videtur manu *M; καὶ κατὰ G.* 11 *στοιχειώσεις G, γνώσεις C.* 16 *ἐν πέρασιν ἐν πεϱασμῶι* M, *ἐμπερασμοῖς G, ἐν πέρασιν ἐν περασμῷ C.* 18 *τρίττὰς M, τριτὰς G*, 'triplici' *Z*, 'tertias' *B.* 20 *δυνάμιν G, δυνάμεων C.* 21 *αὐτοῖς G.* 24 *τὰ εἴδη* om. *G*, add. *C.*

φοῦσα καὶ πρὸς τοῖς λόγοις ἅπασι τῶν ἀρετῶν τὰς εἰκόνας περιέχει τῶν τε νοερῶν καὶ τῶν ψυχικῶν καὶ τῶν φυσικῶν καὶ πάσας ἐν τάξει παραδίδωσι τὰς τῶν πολιτειῶν διακοσμήσεις καὶ ἐν αὐτῇ δείκνυσι τὰς ποικίλας αὐτῶν μεταβολάς, καὶ ταῦτα μὲν ἀΰλως καὶ γνωστικῶς ἐνεργοῦσα, τῆς δὲ ὕλης ἐφαπτομένη πολλὰς ἀφ' ἑαυτῆς || ἐπιστήμας ἐκδίδωσιν, οἷον τὴν γεωδεσίαν, τὴν μηχανικήν, τὴν ὀπτικήν, δι' ὧν καὶ τὸν θνητὸν βίον εὐεργετεῖ. καὶ γὰρ πολεμιστήρια ὄργανα καὶ φυλακτήρια τῶν πόλεων διὰ τούτων κατεσκευάσατο καὶ τὰς τῶν ὡρῶν περιόδους γνωρίμους ἐποίησεν καὶ τὰς τῶν τόπων θέσεις, μέτρα τε ὑφηγήσατο τὰ μὲν τῶν κατὰ γῆν ὁδῶν, τὰ δὲ τῶν κατὰ θάλασσαν, ζυγά τε καὶ τρυτάνας ἐδημιούργησεν, ἀφ' ὧν τὴν κατ' ἀριθμὸν ἰσότητα ταῖς πόλεσι διηκρίβωσεν, τοῦ τε παντὸς κόσμου τὴν τάξιν δι' εἰκόνων ἐμφανῆ κατέστησεν καὶ πολλὰ τοῖς ἀνθρώποις ἀπὸ ἀπίστων ἀνέφηνε καὶ πιστὰ πᾶσιν ἔδειξεν· οἷον δὴ καὶ Ἱέρων ὁ Συρακούσιος εἰπεῖν λέγεται περὶ Ἀρχιμήδους, ὅτε τὴν τριάρμενον κατεσκεύασε ναῦν, ἣν παρεσκευάζετο πέμπειν Πτολεμαίῳ τῷ βασιλεῖ τῷ Αἰγυπτίῳ. πάντων γὰρ ἅμα Συρακουσίων ἑλκῦσαι τὴν ναῦν οὐ δυναμένων Ἀρχιμήδης τὸν Ἱέρωνα μόνον αὐτὴν καταγαγεῖν ἐποίησεν. καταπλαγεὶς δὲ ἐκεῖνος Ἀπὸ ταύτης, ἔφη, τῆς ἡμέρας περὶ παντὸς Ἀρχιμήδει λέγοντι πιστευτέον. τὸ δὲ αὐτὸ καὶ Γέλωνά φασιν εἰπεῖν, ἡνίκα τοῦ στεφάνου μὴ λυθέντος, ὃν κατ-

2 *τε* om. *G.* 7 *γεωμετρίαν*, supra lineam postera manu *δεσίαν M*, *γεωμετρίαν G*, 'geometriam' Z, 'geodesiam' *B.*
11 *καὶ* post *κατεσκευάσατο* om *M.* || *ὀρῶν G*, *ὡρῶν C.*
21 *τῶν Αἰγυπτίων G.* 26 *Γερίονα G*, *Γέλωνα C.*

εσκεύασεν, τὴν ὁλκὴν ἑκάστην ἀνεῦρεν τῶν συγκραθεισῶν ὑλῶν.

Ταῦτα μὲν οὖν πολλοὶ τῶν πρεσβυτέρων ἀνέγραψαν, τὴν μαθηματικὴν ἐγκωμιάζειν προθέμενοι, καὶ διὰ ταῦτα ὀλίγα ἀπὸ πολλῶν ἡμεῖς ἐν τούτοις παρεθέμεθα τὴν τῆς γεωμετρίας παντελῶς γνῶσιν καὶ ὠφέλειαν ἐπιδεικνύντες· τὴν δὲ γένεσιν αὐτῆς τὴν ἐν τῇ περιόδῳ ταύτῃ μετὰ ταῦτα λεκτέον. ὁ μὲν γὰρ δαιμόνιος Ἀριστοτέλης εἰπὼν τὰ αὐτὰ δοξά | σματα πολλάκις εἰς ἀνθρώπους ἀφικνεῖσθαι κατά τινας τεταγμένας περιόδους τοῦ παντός, καὶ μὴ καθ᾽ ἡμᾶς πρῶτον ἢ τοὺς ὑφ᾽ ἡμῶν γνωσθέντας τὰς ἐπιστήμας σύστασιν λαβεῖν, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλαις περιφοραῖς οὐδ᾽ εἰπεῖν ὁπόσαις ταῖς τε γενομέναις καὶ ταῖς αὖθις ἐσομέναις ἐκφανῆναί τε καὶ ἀφανισθῆναι πάλιν αὐτάς. ἐπεὶ δὲ χρὴ τὰς ἀρχὰς καὶ τῶν τεχνῶν καὶ τῶν ἐπιστημῶν πρὸς τὴν παροῦσαν περίοδον σκοπεῖν, λέγομεν, ὅτι παρ᾽ Αἰγυπτίοις μὲν εὑρῆσθαι πρῶτον ἡ γεωμετρία παρὰ τῶν πολλῶν ἱστόρηται, ἐκ τῆς τῶν χωρίων ἀναμετρήσεως λαβοῦσα τὴν γένεσιν. ἀναγκαία γὰρ ἦν ἐκείνοις αὕτη διὰ τὴν ἄνοδον τοῦ Νείλου τοὺς προσήκοντας ὅρους ἑκάστοις ἀφανίζοντος. καὶ θαυμαστὸν οὐδὲν ἀπὸ τῆς χρείας ἄρξασθαι τὴν εὕρεσιν καὶ ταύτης καὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν, ἐπειδὴ πᾶν τὸ ‖ ἐν γενέσει φερόμενον ἀπὸ τοῦ ἀτελοῦς

6 παντελῶς] ῆ supra ῶς postera manu *M*. 8 ῥητέον *G*. 9 εἶπε *G*. 10 ἀφικέσθαι *G*, ἀφικνεῖσθαι *C*. 11 μὴ om. *G*. 13 τὴν σύστασιν *G*. 14 τε om. *G*, add. *C*. 16 τὰς ἀρχὰς καὶ] καὶ τὰς ἀρχὰς *G*. ‖ καὶ τῶν ἐπιστημῶν om. *G*. 19 παρὰ πολλῶν *G*, *A*. ‖ ἱστόρειται *G*, ἱστορεῖται *A*. 20 ἀναμετρήσεως *G*, *A*, παραμετρήσεως *M*, *C*. 21 αὐτή *G*, *A*. 22 ἑκάστοις ἀφανίζοντος ὅρους *G*, *A*.

εἰς τὸ τέλειον πρόεισιν. ἀπὸ αἰσθήσεως οὖν εἰς λογισμὸν καὶ ἀπὸ τούτου ἐπὶ νοῦν ἡ μετάβασις γένοιτο ἂν εἰκότως. ὥσπερ οὖν παρὰ τοῖς Φοίνιξιν διὰ τὰς ἐμπορείας καὶ τὰ συναλλάγματα τὴν ἀρχὴν ἔλαβεν ἡ τῶν ἀριθμῶν ἀκριβὴς γνῶσις, οὕτω δὴ καὶ παρ' Αἰγυπτίοις ἡ γεωμετρία διὰ τὴν εἰρημένην αἰτίαν εὕρηται. Θαλῆς δὲ πρῶτον εἰς Αἴγυπτον ἐλθὼν μετήγαγεν εἰς τὴν Ἑλλάδα τὴν θεωρίαν ταύτην καὶ πολλὰ μὲν αὐτὸς εὗρεν, πολλῶν δὲ τὰς ἀρχὰς τοῖς μετ' αὐτὸν ὑφηγήσατο, τοῖς μὲν καθολικώτερον ἐπιβάλλων, τοῖς δὲ αἰσθητικώτερον. μετὰ δὲ τοῦτον Μάμερκος [?] ὁ Στησιχόρου τοῦ ποιητοῦ ἀδελφός, ὃς ἐφαψάμενος τῆς περὶ γεωμετρίαν σπουδῆς μνημονεύεται, καὶ Ἱππίας ὁ Ἠλεῖος ἱστόρησεν ὡς ἐπὶ γεωμετρίᾳ δόξαν αὐτοῦ λαβόντος. ἐπὶ δὲ τούτοις Πυθαγόρας τὴν περὶ αὐτὴν φιλοσοφίαν εἰς σχῆμα παιδείας ἐλευθέρου μετέστησεν, ἄνωθεν τὰς ἀρχὰς αὐτῆς ἐπισκοπούμενος καὶ ἀΰλως καὶ νοερῶς τὰ θεωρήματα διερευνώμενος, ὃς δὴ καὶ τὴν τῶν ἀλόγων πραγματείαν καὶ τὴν τῶν κοσμικῶν σχημάτων σύστασιν ἀνεῦρεν. μετὰ δὲ τοῦτον Ἀναξαγόρας ὁ Κλαζο-

1 πρὸς τὸ τέλειον G, A, εἰς τὸ τέλειον C. 2 τούτου] τασ mutatum in τούτου vel prima manu vel primae proxima M, τῆς G. 'ex hac' (consideratione) Z, 'ab hac' (consideratione) B. ‖ ἐπὶ νοῦν] asteriscum posuit G, ἐπὶ νοῦν M, B_3, C.

4 ἐμπορίας G, A. 5 παρ'] περὶ G, A. 12 ἀμερι (rasura) M; postera manus μ praeposuit, ' in ' et ι in κ mutavit; Ἀμέριστος B_3, G, A, 'Mamercus' et in margine 'aliter Ameristus' Z, 'Ameristus' B; H_2 (p. 253) Μαμέρτιος (μαρμέρτιος, μαρμέτιος). Ego correctorem codicis M sequor, cum apud Suidam sub voce Στησίχορος Stesichori frater Μαμερτῖνος appelletur, quod nomen ex compendio nominis Μάμερκος ortum esse veri non dissimile est. 13 γεωμετρίας G, A, γεωμετρίαν C. 15 γεωμετρίαν M, C, γεωμετρίας G. 17 ἄνωθεν δὲ C. 19 'alii ἀναλόγων' A.

μένιος πολλῶν ἐφήψατο τῶν κατὰ γεωμετρίαν καὶ Οἰνοπίδης ὁ Χῖος, ὀλίγῳ νεώτερος ὢν Ἀναξαγόρου, ὧν καὶ ὁ Πλάτων ἐν τοῖς ἀντερασταῖς ἐμνημόνευσεν ὡς ἐπὶ τοῖς μαθήμασι δόξαν λαβόντων. ἐφ' οἷς Ἱπποκράτης ὁ Χῖος ὁ τὸν τοῦ μηνίσκου τετραγωνισμὸν εὑρών, καὶ Θεόδωρος ὁ Κυρηναῖος ἐγένοντο περὶ γεωμετρίαν ἐπιφανεῖς. πρῶτος γὰρ ὁ Ἱπποκράτης τῶν μνημονευομένων καὶ στοιχεῖα συνέγραψεν. Πλάτων δ' ἐπὶ τούτοις γενόμενος μεγίστην ἐποίησεν ἐπίδοσιν τά τε ἄλλα μαθήματα καὶ τὴν γεωμετρίαν λαβεῖν διὰ τὴν περὶ αὐτὰ σπουδήν, ὅς που δῆλός ἐστι καὶ τὰ συγγράμματα τοῖς μαθηματικοῖς λόγοις καταπυκνώσας καὶ πανταχοῦ τὸ περὶ αὐτὰ θαῦμα τῶν φιλοσοφίας ἀντεχομένων ἐπεγείρων. ἐν δὲ τούτῳ τῷ χρόνῳ καὶ Λεωδάμας ὁ Θάσιος ἦν καὶ Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος καὶ Θεαίτητος ὁ Ἀθηναῖος, παρ' ὧν ἐπηυξήθη τὰ θεωρήματα καὶ προῆλθεν εἰς ἐπιστημονικωτέραν σύστασιν. Λεωδάμαντος δὲ νεώτερος ὁ Νεοκλείδης καὶ ὁ τούτου μαθητὴς Λέων, οἳ πολλὰ προσευπόρησαν τοῖς πρὸ αὐτῶν, ὥστε τὸν Λέοντα καὶ τὰ στοιχεῖα συνθεῖναι τῷ τε πλήθει καὶ τῇ χρείᾳ τῶν δεικνυμένων ἐπιμελέστερον, καὶ διορισμοὺς εὑρεῖν, πότε δυνα-

1 τῶν om. *G, A*. 2 Post Χῖος addidit *G*: ὁ τὴν τοῦ μηνίσκου τετραγωνισμὸν εὑρῶν καὶ Θεώδωρος ὁ Κυρηναῖος, quae verba delenda notavit *C*. Ex sequentibus verbis falso huc ea esse illata vidit Eduardus Zeller in diatribe de Hermodoro Ephesio et Hermodoro Platonico. Marburgi MDCCCLIX. pag. 12—13. ‖ τοῦ Ἀναξαγόρου *G, A*. 3 Plato p. 132 A. 9 τούτου *G, A*. 10 τὴν ante γεωμετρίαν om. *M*. 11 αὐτὴν *G, A*, αὐτὰ *C*. ‖ ὅς που] ὅσπερ *A*. 13 θαυμαστὸν φιλοσοφίας ἀντεχόμενον *G, A*, 'id quod circa ipsam mirabile est excitans in eos qui in philosophia repugnant' *Z*. 'excitando, quod in ipsis mirabile est, Philosophiamque attingit' *B*. θαυματῶν φιλοσοφίας αντεχομένων B_3. 15 Λεόδαμος (λεοδάμας) H_2 p. 253. 19 προσεπόρισαν *G, A*. 22 διορισμὸν *G, A*.

τόν ἐστι τὸ ζητούμενον πρόβλημα καὶ πότε ἀδύνατον. Εὔδοξος δὲ ὁ Κνίδιος, Λέοντος μὲν ὀλίγῳ νεώτερος, ἑταῖρος δὲ τῶν περὶ Πλάτωνα γενόμενος, πρῶτος ‖ τῶν καθόλου καλουμένων θεωρημάτων τὸ πλῆθος ηὔξησεν καὶ ταῖς τρισὶν ἀναλογίαις ἄλλας τρεῖς προσέθηκεν καὶ τὰ περὶ τὴν τομὴν ἀρχὴν λαβόντα παρὰ Πλάτωνος εἰς πλῆθος προήγαγεν καὶ ταῖς ἀναλύσεσιν ἐπ᾽ αὐτῶν χρησάμενος. Ἀμύκλας δὲ ὁ Ἡρακλεώτης, εἷς τῶν Πλάτωνος ἑταίρων καὶ Μέναιχμος ἀκροατὴς ὢν Εὐδόξου καὶ Πλάτωνι δὲ συγγεγονὼς καὶ ὁ ἀδελφὸς αὐτοῦ Δεινόστρατος ἔτι τελεωτέραν ἐποίησαν τὴν ὅλην γεωμετρίαν. Θεύδιος δὲ ὁ Μάγνης ἔν τε τοῖς μαθήμασιν ἔδοξεν εἶναι διαφέρων καὶ κατὰ τὴν ἄλλην φιλοσοφίαν· καὶ γὰρ τὰ στοιχεῖα καλῶς συνέταξεν καὶ πολλὰ τῶν ὁρικῶν [?] καθολικώτερα ἐποίησεν. καὶ μέντοι καὶ ὁ Κυζικηνὸς Ἀθήναιος κατὰ τοὺς αὐτοὺς γεγονὼς χρόνους καὶ ἐν τοῖς ἄλλοις μὲν μαθήμασι, μάλιστα δὲ κατὰ γεωμετρίαν ἐπιφανὴς ἐγένετο. διῆγον οὖν οὗτοι μετ᾽ ἀλλήλων ἐν Ἀκαδημίᾳ κοινὰς ποιούμενοι τὰς ζητήσεις. Ἑρμότιμος δὲ ὁ Κολοφώνιος τὰ ὑπ᾽ Εὐδόξου προηυπορημένα καὶ Θεαιτήτου προήγαγεν ἐπὶ πλέον καὶ τῶν στοιχείων πολλὰ ἀνεῦρε καὶ τῶν τόπων τινὰ συνέγραψεν. Φίλιππος δὲ ὁ Μενδαῖος, Πλάτωνος ὢν μαθητὴς καὶ

4 *καλουμένων* om. *G, A*. 9 *μόναιχμος M*. 15 *μερικῶν M*, sed *με* in rasura postera manus adscripsit; *ὁρικῶν* B_3, *G, A*, 'particularia' *Z*, 'particularium' *B*. 16 *ὁ κυζικηνὸς ἀθηναιος*, ^ supra *αι* rasura deleto, *M*, *ὁ Κυζικῖνος* (*κυζικηνὸς* B_3) *ἀθηναῖος* *G, A*, B_3, 'Cyzinus atheniensis' *Z*, 'Cyzicinus Atheniensis' *B*. Articulus ὁ ubique nomini adiectivo appositus ostendit mathematicum illum Athenaeum nominandum et ex urbe Cyzico ortum putandum esse. 18 *καταφανὴς G, A*, *ἐπιφανὴς C*. 19 *Ἀκαδημειίᾳ G, A*. 21 *ὑπὲρ G*. 24 *μενταῖος*, postera manu δ super τ scripto, *M*; *μεταὶος G*, *Μεταῖος* (*Μεδμαῖος*) *A*,

ὑπ' ἐκείνου προτραπεὶς εἰς τὰ μαθήματα, καὶ τας ζητήσεις ἐποιεῖτο κατὰ τὰς Πλάτωνος ὑφηγήσεις καὶ ταῦτα προύβαλλεν ἑαυτῷ, ὅσα ᾤετο τῇ Πλάτωνος φιλοσοφίᾳ συντελεῖν. οἱ μὲν οὖν τὰς ἱστορίας ἀναγράψαντες μέχρι τούτου προάγουσι τὴν τῆς ἐπιστήμης ταύτης τελείωσιν. οὐ πόλυ δὲ τούτων νεώτερός ἐστιν Εὐκλείδης | ὁ τὰ στοιχεῖα συναγαγὼν καὶ πολλὰ μὲν τῶν Εὐδόξου συντάξας, πολλὰ δὲ τῶν Θεαιτήτου τελεωσάμενος, ἔτι δὲ τὰ μαλακώτερον δεικνύμενα τοῖς ἔμπροσθεν εἰς ἀνελέγκτους ἀποδείξεις ἀναγαγών. γέγονε δὲ οὗτος ὁ ἀνὴρ ἐπὶ τοῦ πρώτου Πτολεμαίου· καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης ἐπιβαλὼν καὶ τῷ πρώτῳ μνημονεύει τοῦ Εὐκλείδου, καὶ μέντοι καί φασιν ὅτι Πτολεμαῖος ἤρετό ποτε αὐτόν, εἴ τίς ἐστιν περὶ γεωμετρίαν ὁδὸς συντομωτέρα τῆς στοιχειώσεως· ὁ δὲ ἀπεκρίνατο, μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν. νεώτερος μὲν οὖν ἐστι τῶν περὶ Πλάτωνα, πρεσβύτερος δὲ Ἐρατοσθένους καὶ Ἀρχιμήδους. οὗτοι γὰρ σύγχρονοι ἀλλήλοις, ὥς πού φησιν Ἐρατοσθένης. καὶ τῇ προαιρέσει δὲ Πλατωνικός ἐστι καὶ τῇ φιλοσοφίᾳ ταύτῃ οἰκεῖος, ὅθεν δὴ καὶ τῆς συμπάσης στοιχειώσεως τέλος προεστήσατο τὴν τῶν καλουμένων Πλατωνικῶν σχημάτων σύστασιν. πολλὰ μὲν οὖν καὶ ἄλλα τοῦ ἀνδρὸς τούτου μαθηματικὰ συγγράμματα ||

μενταῖος B_3, *C*. Nesselmann (p. 6 annot. 13) formam Μεδμαῖος veram putare mavult. 'maeteus' *Z*, 'Mendaeus' *B*. 11 Πτολομαίου (πτολεμαίου) H_2 p. 253. 12 Ἀρχιμήδης καὶ ἐν τῷ πρώτῳ omisso ἐπιβαλών *G*, *A*, 'Archimedes quoque in libro primo' *Z*, 'Archimedes in primo et in aliis libris' *B*. B_3 consentit cum *M*. 13 Εὐκλείδους, omisso τοῦ, *G*, *A*. 14 εἴρετο *M*, *C*. 15—16 ὁδὸς .... γεωμετρίαν om. *G*, add. *C*, aliter lacunam explevit *A*. 18 πρεσβύτερος] ἀρχαιότερος H_2 p. 253. 19 ὥςπερ καί φησιν *G*, *A*.

θαυμαστῆς ἀκριβείας καὶ ἐπιστημονικῆς θεωρίας μεστά. τοιαῦτα γὰρ καὶ τὰ ὀπτικὰ καὶ τὰ κατοπτρικά, τοιαῦται δὲ καὶ αἱ κατὰ μουσικὴν στοιχειώσεις, ἔτι δὲ τὸ περὶ διαιρέσεων βιβλίον. διαφερόντως δ' ἄν τις αὐτὸν ἀγασθείη κατὰ τὴν γεωμετρικὴν στοιχείωσιν τῆς τάξεως ἕνεκα καὶ τῆς ἐκλογῆς τῶν πρὸς τὰ στοιχεῖα πεποιημένων θεωρημάτων τε καὶ προβλημάτων. καὶ γὰρ οὐχ ὅσα ἐνεχώρει λέγειν ἀλλ' ὅσα στοιχειοῦν ἠδύνατο παρείληφεν, ἔτι δὲ τοὺς τῶν συλλογισμῶν παντοίους τρόπους, τοὺς μὲν ἀπὸ τῶν αἰτίων λαμβάνοντας τὴν πίστιν, τοὺς δὲ ἀπὸ τεκμηρίων ὡρμημένους, πάντας δὲ ἀνελέγκτους καὶ ἀκριβεῖς καὶ πρὸς ἐπιστήμην οἰκείους, πρὸς δὲ τούτοις τὰς μεθόδους ἁπάσας τὰς διαλεκτικάς, τὴν μὲν διαιρετικὴν ἐν ταῖς εὑρέσεσι τῶν εἰδῶν, τὴν δὲ ὁριστικὴν ἐν τοῖς οὐσιώδεσι λόγοις, τὴν δὲ ἀποδεικτικὴν ἐν τοῖς ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰς τὰ ζητούμενα μεταβάσεσι, τὴν δὲ ἀναλυτικὴν ἐν ταῖς ἀπὸ τῶν ζητουμένων ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ἀναστροφαῖς. καὶ μὴν καὶ τὰ ποικίλα τῶν ἀντιστροφῶν εἴδη τῶν τε ἁπλουστέρων καὶ τῶν συνθετωτέρων ἱκανῶς ἐστιν ἐν τῇ πραγματείᾳ ταύτῃ διηκριβωμένα θεωρεῖν, καὶ τίνα μὲν ὅλα ὅλοις ἀντιστρέφειν δύναται, τίνα δὲ ὅλα μέρεσι καὶ ἀνάπαλιν, τίνα δὲ ὡς μέρη μέρεσιν. ἔτι δὲ λέγομεν τὴν συνέχειαν τῶν εὑρέσεων, τὴν οἰκονομίαν καὶ τὴν τάξιν τῶν τε προηγουμένων καὶ τῶν ἑπομένων, τὴν δύναμιν, μεθ' ἧς ἕκαστα παραδίδωσιν. ἢ καὶ τὸ τυχὸν προσθεὶς ἢ ἀφελὼν οὐκ ἐπιστήμης λανθάνεις ἀποπεσὼν καὶ εἰς τὸ ἐναντίον ψεῦδος

15—17 τῶν εἰδῶν ... μεταβάσεσι om. *G*, add. *C*. 22 Post ὅλοις ἂν addit *M*. 23—24 καὶ ἀνάπαλιν ... μέρεσιν om. *G*, add. *C*. 28 λανθάνει *G*, λανθάνεις *C*.

καὶ τὴν ἄγνοιαν ὑπενεχθείς; ἐπειδὴ δὲ πολλὰ φαντάζεται μὲν ὡς τῆς ἀληθείας ἀντεχόμενα καὶ ταῖς ἐπιστημονικαῖς ἀρχαῖς ἀκολουθοῦντα, φέρεται δὲ εἰς τὴν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν πλάνην καὶ τοὺς ἐπιπολαιοτέρους ἐξαπατᾷ, μεθόδους παραδέδωκεν καὶ τῆς τούτων διορατικῆς φρονήσεως, ἃς ἔχοντες γυμνάζειν μὲν δυνησόμεθα τοὺς ἀρχομένους τῆς θεωρίας ταύτης πρὸς τὴν εὕρεσιν τῶν παραλογισμῶν, ἀνεξαπάτητοι δὲ διαμένειν. καὶ τοῦτο δὴ τὸ σύγγραμμα, δι' οὗ τὴν παρασκευὴν ἡμῖν ταύτην ἐντίθησι, Ψευδαρίων ἐπέγραψεν, τρόπους τε αὐτῶν ποικίλους ἐν τάξει διαριθμησάμενος καὶ καθ' ἕκαστον γυμνάσας ἡμῶν τὴν διάνοιαν παντοίοις θεωρήμασι καὶ τῷ ψεύδει τὸ ἀληθὲς παραθεὶς καὶ τῇ πείρᾳ τὸν ἔλεγχον τῆς ἀπάτης συναρμόσας. τοῦτο μὲν οὖν τὸ βιβλίον καθαρτικόν ἐστι καὶ γυμναστικόν, ἡ δὲ στοιχείωσις αὐτῆς τῆς ἐπιστημονικῆς θεωρίας τῶν ἐν γεωμετρίᾳ πραγμάτων ἀνέλεγκτον ἔχει καὶ τελείαν ὑφήγησιν.

‖ Τίς οὖν ὁ σκοπὸς τῆς πραγματείας ταύτης ἴσως ἐρήσεταί τις, ἐγὼ δὴ καὶ πρὸς τοῦτον εἴποιμι ἄν, ὅτι διοριστέον ἐστὶν τὴν πρόθεσιν κατά τε τὰ πράγματα, περὶ ὧν αἱ ζητήσεις, καὶ κατὰ τὸν μανθάνοντα. καὶ πρὸς μὲν αὐτὰ τὰ ὑποκείμενα βλέποντες λέγομεν, ὡς ἄρα περὶ τῶν κοσμικῶν σχημάτων ἐστὶν ὁ σύμπας τῷ γεωμέτρῃ λόγος, ἀρχόμενος μὲν ἀπὸ τῶν ἁπλῶν, τελευτῶν δὲ εἰς τὴν ποικιλίαν τῆς τούτων συστάσεως, καὶ χωρὶς μὲν ἕκαστα ὑφιστάς, ὁμοῦ δὲ τὰς εἰς τὴν

1 καὶ τὴν] ἢ G. ‖ φαντάζει M, G. 5 τούτων om. A. 13 καὶ τῷ] τῷ δὲ G, A, καὶ τῷ C. 14 συναρμόσαντες G, συναρμόσας C, A. 19 πραγματείας] θεωρίας τῷ ἐν γεωμετρίᾳ πραγμάτων G, πραγματείας C. 20 δὲ G, δὴ C. 26 τὴν om. G.

σφαῖραν αὐτῶν ἐγγραφὰς καὶ τοὺς λόγους οὓς ἔχει πρὸς ἄλληλα παραδιδούς. διὸ καὶ τῶν καθ᾽ ἕκαστα βιβλίων τοὺς σκοπούς τινες ἐπὶ τὸν κόσμον ἀναφέρειν ἠξίωσαν καὶ τὴν χρείαν αὐτῶν, ἣν παρέχεται πρὸς τὴν τοῦ παντὸς θεωρίαν ἀνέγραψαν. πρὸς δὲ τὸν μανθάνοντα διοριζόμενοι τὸν σκοπὸν αὐτὸ τοῦτο, ὃ λέγεται, στοιχείωσιν αὐτῷ προκεῖσθαι φήσομεν καὶ τελείωσιν τῆς τῶν μανθανόντων διανοίας πρὸς τὴν σύμπασαν γεωμετρίαν. ἀπὸ γὰρ τούτων ὁρμώμενοι καὶ τὰ ἄλλα γνῶναι δυνησόμεθα τῆς ἐπιστήμης ταύτης μέρη, καὶ τὴν ποικιλίαν τὴν ἐν αὐτῇ περιλαβεῖν ἄνευ τούτων ἀδύνατον ἡμῖν ἐστιν καὶ ἄληπτος ἡ τῶν ἄλλων μάθησις. τὰ γὰρ ἀρχοειδέστατα καὶ ἁπλούστατα θεωρήματα καὶ συγγενέστατα ταῖς πρώταις ὑποθέσεσιν ἐνταῦθα συνήθροισται τάξιν λαβόντα τὴν πρέπουσαν καὶ αἱ τῶν ἄλλων ἀποδείξεις τούτοις ὡς γνωριμωτάταις χρῶνται καὶ ἀπὸ τούτων ὥρμηνται. καθάπερ δὴ καὶ ὁ Ἀρχιμήδης ἐν τοῖς περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου καὶ Ἀπολλώνιος καὶ οἱ ἄλλοι πάντες φαίνονται τοῖς ἐν αὐτῇ τῇ πραγματείᾳ δεδειγμένοις [ὡς] ἀρχαῖς ὁμολογουμέναις χρώμενοι.

Σκοπὸς μὲν οὖν οὗτος, στοιχειῶσαί τε πρὸς τὴν ὅλην ἐπιστήμην τοὺς μανθάνοντας καὶ τῶν κοσμικῶν σχημάτων διωρισμένας παραδοῦναι | συστάσεις. αὐτὸ δὲ τοῦτο τὸ τῆς στοιχειώσεως ὄνομα καὶ τὸ τοῦ στοιχείου, παρ᾽ ὃ καὶ ἡ στοιχείωσις, τίνα ἂν ‖ ἔχοι λόγον; ἵνα δὴ καὶ περὶ τῆς ἐπιγραφῆς τι ζητήσωμεν. τῶν

4 παρέσχετο *G*, παρέχετο *C*. 11 περιβαλεῖν, sed prima ut videtur manu mutatum in περιλαβεῖν *M*, περιβαλεῖν *G*, 'comprehendere' *B*. 12 καὶ ἄνευ *G*. ‖ ἀδύνατος *G*. ‖ ἐστιν om. *G*. 19 φαίνονται om. *G*, *A*. 20 ὡς ego addidi; *M*, B_3, *G*, (*Z*) om., 'tamquam evidentibus' *B*. 27 γραφῆς *G*.

τοίνυν θεωρημάτων τὰ μὲν εἰώθασι στοιχεῖα καλεῖν, τὰ δὲ στοιχειώδη, τὰ δὲ ἔξω τῆς τούτων ἀφορίζεται δυνάμεως. στοιχεῖα μὲν οὖν ἐπονομάζονται, ὧν ἡ θεωρία διικνεῖται πρὸς τὴν τῶν ἄλλων ἐπιστήμην, καὶ ἀφ' ὧν παραγίνεται ἡμῖν τῶν ἐν αὐτοῖς ἀπόρων ἡ διάλυσις. ὡς γὰρ τῆς ἐγγραμμάτου φωνῆς εἰσιν ἀρχαὶ πρῶται καὶ ἁπλούσταται καὶ ἀδιαίρετοι, αἷς τὸ ὄνομα τῶν στοιχείων ἐπιφημίζομεν, καὶ πᾶσα λέξις ἐκ τούτων ὑφέστηκεν καὶ πᾶς λόγος, οὕτω δὴ καὶ τῆς ὅλης γεωμετρίας ἐστί τινα θεωρήματα προηγούμενα καὶ ἀρχῆς λόγον ἔχοντα πρὸς τὰ ἐφεξῆς καὶ διήκοντα διὰ πάντων καὶ παρεχόμενα πολλῶν ἀποδείξεις συμπτωμάτων, ἃ δὴ στοιχεῖα προσαγορεύουσι. στοιχειώδη δ' ἐστὶν ὅσα διατείνει μὲν ἐπὶ πλείω καὶ τὸ ἁπλοῦν ἔχει καὶ τὸ χαρίεν, οὐκέτι μὴν καὶ τὴν τῶν στοιχείων [ἀξίαν] τῷ μὴ πρὸς πᾶσαν αὐτῶν τὴν ἐπιστήμην κοινὴν εἶναι τὴν θεωρίαν, οἷον τοῖς τριγώνοις τὰς ἀπὸ τῶν γωνιῶν καθέτους ἐπὶ τὰς πλαγίας καθ' ἓν σημεῖον συμπίπτειν. ὅσα τε μήτε εἰς πλῆθος ἔχει διήκουσαν τὴν γνῶσιν μήτε αὖ γλαφυρόν τι προφαίνει καὶ χαρίεν, ταῦτα καὶ τῆς τῶν στοιχειωδῶν ἔξω πίπτει δυνάμεως.

Πάλιν δὲ τὸ στοιχεῖον λέγεται διχῶς, ὡς φησὶν ὁ Μέναιχμος. καὶ γὰρ τὸ κατασκευάζον ἐστὶ τοῦ κατασκευαζομένου στοιχεῖον, ὡς τὸ πρῶτον παρ' Εὐκλείδῃ τοῦ δευτέρου, καὶ τοῦ πέμπτου τὸ τέταρτον. οὕτω δὲ καὶ ἀλλήλων εἶναι πολλὰ στοιχεῖα ῥηθήσεται· κατα-

3 ἐπονομάζεται *G, A.* p. 307. 12 περιεχόμενα *A.* 15 τὴν om. *G, A.* 16 ἀξίαν om. *M*, B_3, *G, A*; 'eiusdem ... dignitatis' *B.* *Z* οὐκέτι ... θεωρίαν non est interpretatus. 22 πίπτειν *G, A.* 25 στοιχεῖον om. *G.* ‖ Εὐκλείδη *M.* Εὐκλείδει *G.* 27 δὴ *G.*

σκευάζεται γὰρ ἐξ ἀλλήλων. δείκνυται γὰρ καὶ ἐκ τοῦ τέτρασιν ὀρθαῖς εἶναι ἴσας τὰς ἔξω τῶν εὐθυγράμμων γωνίας τὸ πλῆθος τῶν ἐντὸς ὀρθαῖς ἴσων καὶ ἀνάπαλιν ἐκ τούτου ἐκεῖνο. καὶ ἔοικεν λήμματι τὸ τοιοῦτο στοχεῖον. ἄλλως δὲ λέγεται στοιχεῖον, εἰς ὃ ἁπλούστερον ὑπάρχον διαιρεῖται τὸ σύνθετον· οὕτως δὲ οὐ πᾶν ἔτι ῥηθήσεται παντὸς στοιχεῖον, ἀλλὰ τὰ ἀρχοειδέστερα τῶν ἐν ἀποτελέσματος λόγῳ τεταγμένων, ὥσπερ τὰ αἰτήματα στοιχεῖα τῶν θεωρημάτων. κατὰ δὲ τοῦτο τοῦ στοιχείου τὸ σημαινόμενον καὶ τὰ παρ' Εὐκλείδῃ στοιχεῖα συνετάχθη, τὰ μὲν τῆς περὶ τὰ ἐπίπεδα γεωμετρίας, τὰ δὲ τῆς στερεομετρίας. οὕτω δὲ καὶ ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς καὶ ἐν τοῖς ἀστρονομικοῖς στοιχειώσεις πολλοὶ συνέγραψαν.

Ἔστι δὲ τοῦτο χαλεπὸν καὶ τὸ ἐκλέξασθαι καὶ τάξαι κατὰ τρόπον τὰ στοιχεῖα καθ' ἑκάστην ἐπιστήμην, ‖ ἀφ' ὧν τὰ ἄλλα προάγεται πάντα καὶ εἰς ἃ τὰ ἄλλα ἀναλύεται. καὶ τῶν ἐπιχειρησάντων οἱ μὲν πλείω, οἱ δὲ ἐλάττω συναγαγεῖν ἠδυνήθησαν, καὶ οἱ μὲν βραχυτέραις ἀποδείξεσιν ἐχρήσαντο, οἱ δὲ εἰς μῆκος ἀπέραντον ἐξέτειναν τὴν θεωρίαν, καὶ οἱ μὲν τὸν δι' ἀδυνάτου τρόπον ἐξέκλιναν, οἱ δὲ τὴν ἀναλογίαν, οἱ δὲ προκατασκευὰς ἐμηχανήσαντο πρὸς τοὺς ἀναιροῦντας τὰς ἀρχάς, καὶ ὅλως πολλοί τινες εὕρηνται τρόποι τῆς στοιχειώσεως ἑκάστοις. δεῖ δὲ τὴν τοιαύτην πραγματείαν πᾶν μὲν ἀπεσκευάσθαι τὸ περιττόν —

3 ἴσων] δύο ἴσον *G*. 5 ἄλλως δὲ λέγεται στοιχεῖον om. *G*, add. *C*. 7 παντὸς] παν τὸ prima manu, et supra lineam παντὸς postera manu *M*, τὸ *G*. 8 ἀρχειωδέστερα *G*, ἀρχοειδέστερα *C*. ‖ ἀποτελέσματι *G*. 11 Εὐκλείδους *G*. 12 τὰ δὲ τῆς στερεομετρίας om. *G*. ‖ οὕτω δὴ *G*. 21 τὰς θεωρίας *G*. ‖ τὸν ἀδύνατον *G*.

ἐμπόδιον γὰρ τοῦτο πρὸς την μάθησιν — ἐκλέγειν δὲ τὰ συνέχοντα πάντα καὶ συνάγοντα τὸ προκείμενον — ἀνυσιμώτατον γὰρ τοῦτο πρὸς τὴν ἐπιστήμην — σαφηνείας δ' ἅμα καὶ συντομίας πολλὴν πεποιῆσθαι πρόνοιαν — τὰ γὰρ ἐναντία τούτων ἐπιθολοῖ τὴν διάνοιαν ἡμῶν — τῆς τε τῶν θεωρημάτων ἐν πέρασι καθολικοῖς περιλήψεως ἀντειλῆφθαι — τὰ γὰρ εἰς τὰ μερικώτερα τεμαχίζοντα τὴν διδασκαλίαν δυσπερίληπτον ἀπεργάζεται τὴν γνῶσιν. κατὰ πάντας δὲ τούτους τοὺς τρόπους εὕροι τις ἂν τὴν Εὐκλείδου στοιχείωσιν τῶν ἄλλων διαφέρουσαν· τὸ μὲν γὰρ χρήσιμον αὐτῆς εἰς τὴν περὶ τῶν ἀρχικῶν σχημάτων συντελεῖ θεωρίαν, τὸ δὲ σαφὲς καὶ διηρθρωμένον ἡ ἀπὸ τῶν ἁπλουστέρων ἐπὶ τὰ ποικιλώτερα μετάβασις ἀπεργάζεται καὶ ἡ ἀπὸ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν καταβολὴ τῆς θεωρίας, τὸ δὲ καθολικὸν τῆς ἀποδείξεως ἡ διὰ τῶν πρώτων θεωρημάτων καὶ ἀρχοειδῶν ἐπὶ τὰ ζητούμενα μετάβασις. καὶ γὰρ ὅσα παραλιμπάνειν δοκεῖ, ἢ ταῖς αὐταῖς ἐφόδοις γίγνεται γνώριμα [τοῖς εἰρημένοις?], ὥσπερ ἡ σύστασις τοῦ σκαληνοῦ καὶ ἰσοσκελοῦς, ἢ ὡς ἀμήχανον εἰσάγοντα καὶ ἀπέραντον ποικιλίαν ἀλλότρια τῆς τῶν στοιχείων ἐστὶν ἐκλογῆς, ὥσπερ τὰ περὶ τῶν ἀτάκτων ἀλόγων, ἃ ὁ Ἀπολλώνιος ἐπὶ πλέον ἐξειργάσατο, ἢ ὡς αἰτίων τῶν παραδεδομένων ἔχει τὴν σύστασιν, ὥσπερ τὰ εἴδη τῶν γωνιῶν τὰ

1 μάθησιν] ἐπιστήμην G. 3 ἀνυσημώτατον C. 7 καθολικῆς B_3, G, 'universalis comprehensionis' Z, 'universalem comprehensionem' B. 10 Εὐκλείδους G. 11 διαφοροῦσαν, ἑ supra ο prima fortasse manu M. 13 ἡ supra lineam M, om. G. 19 γνώριμα· τῶν ὥσπερ M, γνώριμα τῶν ὅσπερ B_3, γνώριμα, ὥσπερ G, 'nota: sicut' Z, 'cognita fiunt, ut' B. Verisimilius autem videtur excidisse τοῖς εἰρημένοις vel simile quid. 21 ὡς εἰς ἀμήχανον G. 24 παραδιδομένων G.

πολλὰ καὶ τῶν γραμμῶν. ταῦτα γὰρ παραλέλειπται μὲν καὶ παρ' ἄλλοις ἔτυχε λόγου πλείονος, ἔχει δὲ τὴν γνῶσιν ἀπὸ τῶν ἁπλῶν. τοσαῦτα περὶ τῆς ὅλης στοιχειώσεως εἴχομεν ἀναγράφειν.

Τὴν δὲ σύμπασαν οἰκονομίαν τῶν ἐν αὐτῇ λόγων ὧδέ πως ‖ ἀναδιδάξομεν. ἐπειδὴ τὴν ἐπιστήμην ταύτην τὴν γεωμετρίαν ἐξ ὑποθέσεως εἶναί φαμεν καὶ ἀπὸ ἀρχῶν ὡρισμένων τὰ ἐφεξῆς ἀποδεικνύναι — μία γὰρ ἡ ἀνυπόθετος, αἱ δὲ ἄλλαι παρ' ἐκείνης ὑποδέχονται τὰς ἀρχάς — ἀνάγκη δή που τὸν τὴν ἐν γεωμετρίᾳ στοιχείωσιν συντάττοντα χωρὶς μὲν παραδοῦναι τὰς ἀρχὰς τῆς ἐπιστήμης, χωρὶς δὲ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρ | χῶν συμπεράσματα, καὶ τῶν μὲν ἀρχῶν μὴ διδόναι λόγον, τῶν δὲ ἑπομένων ταῖς ἀρχαῖς. οὐδεμία γὰρ ἐπιστήμη τὰς ἑαυτῆς ἀρχὰς ἀποδείκνυσιν, οὐδὲ ποιεῖται λόγον περὶ αὐτῶν, ἀλλ' αὐτοπίστως ἔχει περὶ αὐτάς, καὶ μᾶλλόν εἰσιν αὐτῇ καταφανεῖς τῶν ἐφεξῆς. καὶ τὰς μὲν οἶδεν δι' αὐτάς, τὰ δὲ μετὰ ταῦτα δι' ἐκείνας. οὕτω γὰρ καὶ ὁ φυσιολόγος ἀπ' ἀρχῆς ὡρισμένης προάγει τοὺς λόγους ὑποθέμενος εἶναι κίνησιν, καὶ ὁ ἰατρὸς καὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν [?] καὶ τεχνιτῶν ἕκαστος. εἰ δέ τις εἰς ταὐτὸν συμφύρει τάς τε ἀρχὰς καὶ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν, οὗτος ἐπιταράττει τὴν σύμπασαν γνῶσιν καὶ συγκυκᾷ τὰ μηδὲν προσήκοντα ἀλλήλοις. ἀρχὴ γὰρ καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς φύσει διώρισται ἀλλήλων.

Πρῶτον μὲν οὖν, ἅπερ ἔφην, ἔδει διαστείλασθαι

21 *ἐπιστημῶν καὶ τεχνιτῶν ἑκάστας*, altero *α* in *ἑκάστας* in *ο* rasura mutato, *M*; *ἐπιστημῶν, καὶ τεχνῶν ὁ ἑκάστης ἔμπειρος G*, *ἐπιστημῶν καὶ τεχνῶν τῶν ἑκάστης* B_3, 'scientiarum et artium unusquisque expertus' *Z*, 'scientiarum atque artium uniuscuiusque peritus' *B*. *ἐπιστήμων* vel *ἐπιστημόνων*?

τάς τε ἀρχὰς καὶ τα ἑπόμενα ταῖς ἀρχαῖς, ὃ δὴ καὶ ποιεῖ ὁ Εὐκλείδης καθ' ἕκαστον ὡς εἰπεῖν βιβλίον καὶ πρὸ πάσης τῆς πραγματείας τὰς κοινὰς τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἀρχὰς ἐκτιθέμενος. ἔπειτα καὶ αὐτὰς διαιρεῖ τὰς κοινὰς ἀρχὰς εἴς τε τὰς ὑποθέσεις καὶ τὰ αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα. διαφέρει γὰρ ταῦτα πάντα ἀλλήλων καὶ οὐκ ἔστιν ταὐτὸ ἀξίωμα καὶ αἴτημα καὶ ὑπόθεσις, ὥς πού φησιν ὁ δαιμόνιος Ἀριστοτέλης, ἀλλ' ὅταν μὲν καὶ τῷ μανθάνοντι γνώριμον ᾖ καὶ καθ' αὑτὸ πιστὸν τὸ παραλαμβανόμενον εἰς ἀρχῆς τάξιν, ἀξίωμα το τοιοῦτόν ἐστιν, οἷον τὸ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα εἶναι. ὅταν δὲ μὴ ἔχῃ μὲν ἔννοιαν ὁ ἀκούων τοῦ λεγομένου τὴν αὐτόπιστον, τίθεται δὲ ὅμως καὶ συγχωρεῖ τῷ λαμβάνοντι, τὸ τοιοῦτον ὑπόθεσίς ἐστι. τὸ γὰρ εἶναι τὸν κύκλον σχῆμα τοῖον κατὰ κοινὴν μὲν ἔννοιαν οὐ προειλήφαμεν ἀδιδάκτως, ἀκούσαντες δὲ συγχωροῦμεν ἀποδείξεως χωρίς. ὅταν δὲ αὖ καὶ ἄγνωστον ᾖ τὸ λεγόμενον καὶ μὴ συγχωροῦντος τοῦ μανθάνοντος ὅμως λαμβάνηται, τηνικαῦτα, φησίν, αἴτημα τοῦτο καλοῦμεν, οἷον τὸ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας εἶναι. δηλοῦσι δὲ οἱ περί τινος τῶν αἰτημάτων καταπραγματεύσασθαι σπουδάσαντες, ὡς ὑπὸ μηδενὸς αὐτόθεν συγχωρεῖσθαι δυναμένου. καὶ κατὰ μὲν τὴν Ἀριστοτέλους ὑφήγησιν τοῦτον

5 εἰς ἀξίωμα, ὑπόθεσιν, αἴτημα H_2 p. 275. 8 in margine prima ut videtur manu: ἐν τῇ ἀποδεικτικῇ *M.* (vide Analyt. poster. I, 10, 5—8 ed. Weise). 10 τὸ ante παραλαμβανόμενον om. *G.* 11 in margine τί ἐστιν ἀξίωμα *M.* ‖ τὸ ante τὰ om. *G*, H_2 p. 255 et 276. 12 εἶναι om. H_2. 13 πείθεται H_2 p. 255, τίθεται p. 276; cf. H_1 p. 452. 14 ὁμοίως H_2 p. 276. 15 in margine τί ἐστιν ὑπόθεσις *M.* ‖ τοιόνδε H_2 p. 255 et 276. 16 προσειλήφαμεν H_2 p. 276, περιείληφεν ἀδίδακτος H_2 p. 255. 18 καὶ μὴ] ἢ μὴ H_2 p. 276. 20 φησὶν ἢ αἴτημα *M.* 24 τοιοῦτον *G.*

διώρισται τὸν τρόπον ἀξίωμα καὶ αἴτημα καὶ ὑπόθεσις. || πολλάκις δὲ καὶ πάντα ταῦτα καλοῦσιν ὑποθέσεις, ὥσπερ οἱ ἀπὸ τῆς Στοᾶς ἀξίωμα πᾶσαν ἀπόφανσιν ἁπλῆν, ὥστε κατὰ μὲν τούτους καὶ αἱ ὑποθέσεις ἀξιώματα, κατὰ δὲ τοὺς ἑτέρους καὶ τὰ ἀξιώματα ὑποθέσεις.

Πάλιν δ' αὖ τὰ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰς προβλήματα διαιρεῖται καὶ θεωρήματα, τὰ μὲν τὰς γενέσεις περιέχοντα τῶν σχημάτων καὶ τὰς τομὰς καὶ τὰς ἀφαιρέσεις ἢ προσθέσεις καὶ ὅλως τὰ παθήματα τὰ γιγνόμενα περὶ αὐτά, τὰ δὲ καθ' αὑτὰ συμβεβηκότα ἑκάστοις δεικνύοντα. καθάπερ γὰρ αἱ ποιητικαὶ τῶν ἐπιστημῶν θεωρίας μετέχουσιν, κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ αἱ θεωρητικαὶ τὰ προβλήματα ταῖς ποιήσεσιν ἀνάλογον προσειλήφασιν. ἤδη δὲ τῶν παλαιῶν οἱ μὲν πάντα θεωρήματα καλεῖν ἠξίωσαν, ὡς οἱ περὶ Σπεύσιππον καὶ Ἀμφίνομον, ἡγούμενοι ταῖς θεωρητικαῖς ἐπιστήμαις οἰκειοτέραν εἶναι τὴν τῶν θεωρημάτων προσηγορίαν ἢ τὴν τῶν προβλημάτων, ἄλλως τε καὶ περὶ ἀϊδίων ποιουμέναις τοὺς λόγους. οὐ γάρ ἐστι γένεσις ἐν τοῖς ἀϊδίοις, ὥστε οὐδὲ τὸ πρόβλημα χώραν ἐπὶ τούτων ἂν ἔχοι, γένεσιν ἐπαγγελλόμενον καὶ ποίησιν

2 ταῦτα πάντα *G.* 3 ἀπόφασιν *G.* 7 ἀπὸ τῶν ἀρχῶν] μετὰ τὰς ἀρχὰς H_2 p. 275.
7—8 αἱ ἀρχαί: ἀξίωμα, θέσις, αἴτημα — μετὰ τὰς ἀρχάς: πρόβλημα, θεώρημα
in margine inferiore prima ut videtur manu *M.* 10 προθέσεις *M, G;* 'adiectiones' *Z,* 'additiones' *B.* 15 προειλήφασιν *M*, B_3, *G;* 'suscipiunt' *Z,* 'praeassumpsere' *B.* 18 οἰκειότερον *G,* οἰκειοτέραν *C.* 20 ποιουμέναις ex *G,* ποιοῦνται *M, C.* 21 χωρὶς *G,* χώραν *C.*

τοῦ μήπω πρότερον ὄντος, οἷον ἰσοπλεύρου τριγώνου σύστασιν, ἢ τετραγώνου δοθείσης εὐθείας ἀναγραφήν, ἢ θέσιν εὐθείας πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ. ἄμεινον οὖν φασι λέγειν, ὅτι πάντα ταῦτά ἐστι, τὰς δὲ γενέσεις αὐτῶν οὐ ποιητικῶς ἀλλὰ γνωστικῶς ὁρῶμεν ὡσανεὶ γιγνόμενα λαμβάνοντες τὰ ἀεὶ ὄντα, ὥστε καὶ πάντα θεωρηματικῶς ἐροῦμεν ἀλλ' οὐ προβληματικῶς λαμβάνεσθαι. οἱ δὲ ἀνάπαλιν πάντα προβλήματα λέγειν ἐδικαίουν ὡς οἱ περὶ Μέναιχμον μαθηματικοί, τὴν δὲ προβολὴν εἶναι διττήν· ὅτε μὲν πορίσασθαι τὸ ζητούμενον, ὅτε δὲ περιωρισμένον λαβόντας ἰδεῖν ἢ τίς ἐστίν, ἢ ποῖόν τι, ἢ τί πέπονθεν, ἢ τίνας ἔχει πρὸς ἄλλο σχέσεις. καὶ λέγουσι μὲν ὀρθῶς ἀμφότεροι· καὶ γὰρ οἱ περὶ Σπεύσιππον καλῶς — οὐ γὰρ τοιαῦτά ἐστι τὰ προβλήματα γεωμετρίας, οἷα τὰ μηχανικῆς· αἰσθητὰ γὰρ ταῦτα καὶ γένεσιν ἔχοντα καὶ παντοίαν μεταβολήν — καὶ οἱ περὶ τὸν Μέναιχμον — οὐ γὰρ ἄνευ τῆς εἰς ὕλην προόδου καὶ αἱ τῶν θεωρημάτων εἰσὶν εὑρέσεις. λέγω δὲ ὕλην τὴν νοητήν. εἰς ἐκείνην οὖν οἱ λόγοι προϊόντες καὶ μορφοῦντες αὐτὴν εἰκότως δήπου ταῖς γενέσεσιν ἐοικέναι λέγονται. τὴν γὰρ τῆς διανοίας ἡμῶν κίνησιν καὶ τὴν προβολὴν τῶν ἐν αὐτῇ λόγων γένεσιν ‖ τῶν ἐν φαντασίᾳ σχημάτων εἶναί φαμεν καὶ τῶν περὶ αὐτὰ παθημάτων. ἐκεῖ γὰρ αἱ συστάσεις καὶ αἱ τομαὶ καὶ αἱ θέσεις καὶ αἱ παραβολαὶ καὶ αἱ προσθέσεις καὶ αἱ

2 η ante τετραγώνου om. *M*. 3 εὐθείας πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ ἢ ἀναγραφὴν ἢ θέσιν *G*, correxit *C*. 7 ὁροῦμεν *G*. 12 εἴ τις *G*, ἢ τίς *C*. ‖ πόθεν *G*, πέπονθεν *C*. 26 προβολαὶ *G*, παραβολαὶ *C*. ‖ προθέσεις *M*, *G*, πρόσθέσεις *C*.

ἀφαιρέσεις, τὰ δὲ ἐν τῇ διανοίᾳ πάντα ἕστηκεν ἄνευ γενέσεως καὶ πάσης μεταβολῆς.

Ἔστι μὲν οὖν καὶ προβλήματα γεωμετρικὰ | καὶ θεωρήματα, διότι δὲ θεωρία τὸ πλεονάζον ἐστὶν ἐν αὐτῇ, ὥσπερ ἐπὶ μηχανικῆς ποιήσεις, καὶ τὰ προβλήματα πάντα μετέχει θεωρίας, οὐ μὴν ἀνάπαλιν· ὅλως γὰρ αἱ ἀποδείξεις θεωρίας εἰσὶν ἔργον. πάντα δὲ τὰ ἐν γεωμετρίᾳ τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς δι᾽ ἀποδείξεως λαμβάνεται, ὥστε κοινότερον τὸ θεώρημα. οὐ πάντα δὲ τὰ θεωρήματα δεῖται τῶν προβλημάτων, ἀλλ᾽ ἐστὶν ἃ καὶ αὐτόθεν ἔχει τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ζητουμένου. οἱ δὲ διορίζοντες τὸ θεώρημα τοῦ προβλήματός φασι πᾶν μὲν πρόβλημα ἐπιδέχεσθαι τῶν κατηγορουμένων τῆς ἐν αὐτῷ ὕλης, αὐτό τε ἕκαστον καὶ τὸ ἀντικείμενον, πᾶν δὲ θεώρημα αὐτὸ μὲν ἐπιδέχεσθαι τὸ κατηγορούμενον, οὐ μέντοι καὶ τὸ ἀντικείμενον. λέγω δὲ ὕλην μὲν αὐτῶν τὸ γένος, περὶ οὗ ἡ ζήτησις, οἷον τρίγωνον ἢ τετράγωνον ἢ κύκλον, σύμπτωμα δὲ κατηγορούμενον τὸ καθ᾽ αὐτὸ συμβεβηκός, οἷον ἴσον ἢ τομὴν ἢ θέσιν ἢ ἄλλο τι τοιοῦτον. ὅταν οὖν προτείνῃ τις οὕτως, εἰς κύκλον ἐντεῖναι τρίγωνον ἰσόπλευρον, πρόβλημα λέγει. δυνατὸν γὰρ εἰς αὐτὸν ἐντεῖναι καὶ μὴ ἰσόπλευρον· καὶ πάλιν, ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης συστήσασθαι τρίγωνον ἰσόπλευρον, πρόβλημα τὸ τοιόνδε· δυνατὸν γὰρ συστήσασθαι καὶ μὴ ἰσόπλευρον. ὅταν δὲ τῶν ἰσοσκελῶν ἴσας εἶναι τὰς πρὸς τῇ βάσει προτείνῃ τις, θεώρημα

1 ἀφορέσεις *M.* 15 αὐτὸ μὲν ἐπι- om. *G.* 24 ἐνστήσασθαι *G*, συστήσασθαι *C.* 25 στήσασθαι *G*, συστήσασθαι *C.* 27 περὶ *G*, πρὸς *C.* 27 usque ad p. 80 2 προτείνῃ τις . . . τῇ βάσει om. *G.*

φατέον αὐτὸν προτείνειν. οὐ γὰρ δυνατὸν καὶ μὴ ἴσας εἶναι τὰς πρὸς τῇ βάσει τῶν ἰσοσκελῶν· ὥστε εἴ τις προβληματικῶς σχηματίσας εἴποι, εἰς ἡμικύκλιον ὀρθὴν ἐντεῖναι γωνίαν, ἀγεωμετρήτου δόξαν ἂν λάβοι. πᾶσα γὰρ ἡ ἐν ἡμικυκλίῳ ὀρθή ἐστιν. ἐφ' ὧν τοίνυν τὸ σύμπτωμα καθολικόν ἐστι καὶ πάσῃ τῇ ὕλῃ παρομαρτοῦν, ταῦτα θεωρήματα λεκτέον, ἐφ' ὧν δὲ μὴ καθόλου μηδὲ τῷ ὑποκειμένῳ πάντως ἑπόμενον, πρόβλημα τὸ τοιοῦτον θετέον. τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν· καὶ γὰρ εἰς ἄνισα δυνατόν — πᾶσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν· ἔστι γὰρ καὶ ἡ εἰς ἄνισα διαίρεσις — ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας ἀναγράψαι τετράγωνον· δυνατὸν γὰρ καὶ μὴ τετράγωνον — ‖ καὶ πάντα, ὅσα τοιαῦτα, τῆς τῶν προβλημάτων ἐστὶν τάξεως. οἱ δὲ περὶ Ζηνόδοτον τὸν προσήκοντα μὲν τῇ Οἰνοπίδου διαδοχῇ, τῶν μαθητῶν δὲ Ἄνδρωνος, διώριζον τὸ θεώρημα τοῦ προβλήματος, ᾗ τὸ μὲν θεώρημα ζητεῖ, τί ἐστι τὸ σύμπτωμα τὸ κατηγορούμενον τῆς ἐν αὐτῷ ὕλης, τὸ δὲ πρόβλημα, τίνος ὄντος τί ἐστιν. ὅθεν καὶ οἱ περὶ τὸν Ποσειδώνιον τὸ μὲν ἀφωρίζοντο πρότασιν, καθ' ἣν ζητεῖται τὸ εἰ ἔστιν ἢ μή, τὸ δὲ πρόβλημα πρότασιν, ἐν ᾗ ζητεῖται τί ἔστιν ἢ ποῖόν τι, καὶ τὴν μὲν θεωρητικὴν πρότασιν ἔλεγον δεῖν ἀποφαντικῶς σχηματίζειν, οἷον πᾶν τρίγωνον μείζους ἔχει τὰς δύο τῆς λοιπῆς, καὶ παντὸς ἰσοσκελοῦς αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι, τὴν δὲ προβληματικήν, ὥσπερ ζητοῦντας, εἰ ἔστιν ἐπὶ

4 ἂν λάβοι] ἀναλάβοι *M*, *G*, ἀναλάβει *C*. 10 δίχα εἰς ἴσα *G*. 11 δίχα εἰς ἴσα *G*. 15 Ξενόδοτον *G*, 'Zenodotus' *B*, 'Zenodotum' *Z*. 17 διωρίζοντο mutatum a correctore in διώριζον τὸ *M*, διορίζονται τὸ *G*, διορίζοντο τὸ *C*. 26 παντὸς] πᾶσαι τοῦ *G*. 27 τὴν μὲν *G*, τὴν δὲ *C*.

τῆςδε τῆς εὐθείας συστήσασθαι τρίγωνον. διαφέρειν γάρ, ἢ ἁπλῶς τε καὶ ἀορίστως ζητεῖν, εἰ ἔστι πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦδε τοῦ σημείου τῇδε [τῇ] εὐθείᾳ, ἢ τίς ἐστιν ἡ πρὸς ὀρθὰς θεωρεῖν.

Ἀλλ' ὅτι μὲν ἔστι τις διαφορὰ τοῦ τε προβλήματος καὶ τοῦ θεωρήματος, δῆλον ἐκ τούτων, ὅτι δὲ καὶ ἡ Εὐκλείδου στοιχείωσις ἔχει τὰ μὲν προβλήματα τὰ δὲ θεωρήματα, φανερὸν ἔσται τοῦτο διὰ τῶν καθ' ἕκαστον καὶ αὐτοῦ προστιθέντος ἐπὶ τέλει τῶν δεικνυμένων ὅπου μὲν τὸ „ὅπερ ἔδει ποιῆσαι" ὅπου δὲ τὸ „ὅπερ ἔδει δεῖξαι", ὡς τῶν θεωρημάτων χαρακτηριστικόν, καίτοι, καθάπερ εἴπομεν, οὔσης καὶ ἐν τοῖς προβλήμασιν ἀποδείξεως, ἀλλ' ὅμως, ὅπου μὲν καὶ ἡ ἀπόδειξις τῆς γενέσεως χάριν — ἵνα γὰρ δείξωμεν, ὅτι πεποίηται τὸ προταχθέν, τὴν ἀπόδειξιν παραλαμβάνομεν — ὅπου δὲ αὐτὴ δι' ἑαυτήν ἐστιν σπουδῆς ἀξία τὴν φύσιν τοῦ ζητουμένου παριστάνειν δυναμένη. εὕροις δ' ἂν τὸν Εὐκλείδην τοτὲ μὲν συμπλέκοντα τὰ θεωρήματα τοῖς προβλήμασι καὶ παρὰ μέρος αὐτοῖς χρώμενον, ὡς ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ, τοτὲ δὲ πλεονάζοντα κατὰ τὰ ἕτερα. τὸ μὲν γὰρ τέταρτον ὅλον προβλημάτων ἐστι, τὸ δὲ πέμπτον θεωρημάτων.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τούτων ἡμῖν εἰρήσθω· μετὰ δὲ ταῦτα τὸν σκοπὸν ἀφορισάμενοι τοῦ πρώτου βιβλίου ‖ καὶ τὴν διαίρεσιν παραστήσαντες ἀρξώμεθα τῆς περὶ τοὺς ὅρους πραγματείας. ἡ μὲν οὖν πρόθε-

2 ἤ ἐστι *G*. 3 τῇ δὲ *M*, *G*. ‖ ἥτις ἐστὶν *G*, ἥτις ἐστὶν ἡ *C*. 11 ὡς om. *G*. 22 ὅτι τὸ Δ̃ βιβλίον τῶν στοιχείων ὅλον προβληματικόν ἐστιν. ὅτι τὸ Ε̃ βιβλίον τῶν στοιχείων ὅλον θεωρηματικόν ἐστιν. in margine inferiore prima ut videtur manu adscriptum *M*.

σίς ἐστιν ἐν τούτῳ τῷ βιβλίῳ τὰς ἀρχὰς παραδοῦναι τῆς τῶν εὐθυγράμμων θεωρίας. εἰ γὰρ καὶ φύσει κρείττων ὁ κύκλος καὶ ἡ περὶ αὐτὸν πραγματεία τῆς τῶν εὐθυγράμμων οὐσίας τε καὶ γνώσεως, ἀλλ' ἡμῖν προσήκουσα μᾶλλον ἡ περὶ τούτων διδασκαλία τοῖς ἀτελεστέροις καὶ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν ἐπὶ τὰ νοητὰ μετάγειν τὴν διάνοιαν σπεύδουσιν. καὶ γὰρ τοῖς μὲν αἰσθητοῖς οἰκεῖα τὰ εὐθύγραμμα σχήματα, τοῖς δὲ νοητοῖς ὁ κύκλος, διότι δὴ τὸ μὲν ἁπλοῦν καὶ μονοειδὲς καὶ ὡρισμένον προσήκει τῇ φύσει τῶν ὄντων, τὸ δὲ ποικίλον καὶ ἀορίστως αὐξανόμενον τῷ πλήθει τῶν περιεχουσῶν πλευρῶν διαφέρει τοῖς αἰσθητοῖς. ἐν τούτῳ δὴ οὖν τῷ βιβλίῳ τὰ πρώτιστα καὶ ἀρχοειδέστατα σχήματα τῶν εὐθυγράμμων | παραδίδοται, τό τε τρίγωνον λέγω καὶ τὸ παραλληλόγραμμον· ἐν γὰρ τούτοις ὡς ἐν γένει περιέχεται καὶ τὰ αἴτια τῶν στοιχείων, τό τε ἰσοσκελὲς καὶ τὸ σκαληνὸν καὶ τὰ συνιστάμενα ἐκ τούτων, τό τε ἰσόπλευρον τρίγωνον καὶ τετράγωνον, ἀφ' ὧν τὰ σχήματα τῶν τεττάρων στοιχείων ἔσχεν τὴν σύστασιν. εὑρήσομεν οὖν καὶ ἰσοπλεύρου τριγώνου καὶ τετραγώνου γένεσιν, τοῦ μὲν ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας, τοῦ δὲ ἀπὸ τῆς δοθείσης. τὸ οὖν ἰσόπλευρον τρίγωνον προσεχὲς αἴτιόν ἐστι τῶν τριῶν στοιχείων πυρός ἀέρος ὕδατος, τὸ δὲ τετράγωνον τῆς γῆς. συνήρτηται δὴ οὖν ὁ σκοπὸς τοῦ

3 κρεῖττον *C.* ‖ αὐτοῦ *G.* 6 ἀτελεστέραν *G.* 23 usque ad p. 86, 17 προσεχὲς . . . . τριχῇ διαστὰν id est quattuor in codice *M* paginarum contextum om. B_3 et *G*, nec *C* quidquam de hac re annotavit. 23 τρίγωνον om. B_1. 25 Terrae annexum est. Ac demum . . . convenit' *B*, 'terrae. Mundus igitur . . . dependet' *Z*, τῇ γῇ συνήρτηται· δεῖται οὖν *Kn. III.*

πρώτου βιβλίου πάσῃ τῇ πραγματείᾳ καὶ συντελεῖ πρὸς ὅλην τὴν τῶν κοσμικῶν στοιχείων θεωρίαν. ἔτι δὲ καὶ στοιχειοῖ τοὺς μανθάνοντας εἰς τὴν περὶ τῶν εὐθυγράμμων σχημάτων ἐπιστήμην τὰς πρώτας αὐτῶν ἀρχὰς καλῶς ἀνευρὼν καὶ δι' ἀκριβείας καταδήσαμενος.

Διῄρηται δὲ τὸ βιβλίον εἰς τρία μέγιστα τμήματα, καὶ τὸ μὲν πρῶτον τῶν τριγώνων τὰς γενέσεις καὶ τὰς ἰδιότητας ἐμφανίζει κατά τε γωνίας καὶ πλευρὰς καὶ ποιεῖται συγκρίσεις αὐτῶν πρὸς ἄλληλα καὶ ἕκαστα ἐφ' ἑαυτοῦ θεωρεῖ. καὶ γὰρ ἓν τρίγωνον λαβὼν ποτὲ μὲν ἀπὸ τῶν πλευρῶν ἐπισκοπεῖ τὰς γωνίας, ποτὲ δὲ ἀπὸ τῶν γωνιῶν τὰς πλευράς, ἰσότητός τε πέρι καὶ ἀνισότητος, καὶ δύο ὑποθέμενος τὰ αὐτὰ πάλιν διὰ ποικίλων εὑρίσκει. τὸ δὲ δεύτερον τὴν περὶ τῶν παραλληλογράμμων ἐξυφαίνει θεωρίαν, τάς τε ἰδιότητας τῶν παραλλήλων καὶ τὰς γενέσεις τῶν παραλληλογράμμων ἀναγράφον καὶ ἔτι τὰ συμπτώματα τὰ ἐν αὐτοῖς ἀποδεικνύς. τὸ δὲ τρίτον τὴν κοινωνίαν τῶν τε τριγώνων καὶ τῶν παραλλαληλογράμμων || ἀναφαίνει, ἔν τε τοῖς συμπτώμασι καὶ ταῖς πρὸς ἄλληλα συγκρίσεσι. καὶ γὰρ τὰ ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων καὶ ἴσων τρίγωνα ἢ παραλληλόγραμμα δείκνυται τὰ αὐτὰ πεπονθότα, καὶ μετὰ συμπλοκῆς ἀμφοτέ-

1 πάσης τῆς πραγματείας B_1. 7 ss. In margine inferiore in *M* adscripta sunt haec:

ὅτι τριχῇ διαιρεῖται τὸ α̃ βιβλίον

εἰς τὴν τῶν τριγώνων γένεσιν	εἰς τὴν τῶν παραλληλογράμμων θεωρίαν	εἰς τὴν τῶν τριγώνων τε καὶ παραλληλογράμμων κοινωνίαν καὶ σύγκρισιν.

ρων ἐπὶ μιᾶς ὄντων βάσεως, καὶ πῶς ἂν γένοιτο ἴσον τριγώνῳ παραλληλόγραμμον, καὶ τέλος περὶ τῶν ἀναγραφομένων ἐν τοῖς ὀρθογωνιαίοις τριγώνοις τετραγώνων ἀπὸ τῶν πλευρῶν τίνα ἔχει λόγον τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τὴν ὀρθὴν πρὸς τὰ ἀπὸ τῶν περιεχουσῶν αὐτήν. τοία δέ τις ἔστω καὶ ἡ πρόθεσις τοῦ πρώτου βιβλίου τῆς στοιχειώσεως καὶ ἡ διαίρεσις.

Ἀρχὴν δὲ ποιούμενοι τῆς τῶν καθ' ἕκαστα ζητήσεως προαγορεύομεν τοῖς ἐντευξομένοις, μὴ ταῦτα παρ' ἡμῶν ἀπαιτεῖν ὅσα διατεθρύληται τοῖς πρὸ ἡμῶν λημμάτια καὶ πτώσεις καὶ εἴ τι τοιοῦτο. τούτων μὲν γὰρ διακορεῖς ἐσμὲν καὶ σπανίως αὐτῶν ἐφαψόμεθα. ὅσα δὲ πραγματειωδεστέραν ἔχει θεωρίαν καὶ συντελεῖ πρὸς τὴν ὅλην φιλοσοφίαν, τούτων προηγουμένην ποιησόμεθα τὴν ὑπόμνησιν, ζηλοῦντες τοὺς Πυθαγορείους, οἷς πρόχειρον ἦν καὶ τοῦτο σύμβολον „σχᾶμα καὶ βᾶμα, ἀλλ' οὐ σχᾶμα καὶ τριώβολον" ἐνδεικνυμένων, ὡς ἄρα δεῖ τὴν γεωμετρίαν ἐκείνην μεταδιώκειν, ἣ καθ' ἕκαστον θεώρημα βῆμα τίθησιν εἰς ἄνοδον καὶ ἀπαίρει τὴν ψυχὴν εἰς ὕψος, ἀλλ' οὐκ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς καταβαίνειν ἀφίησιν καὶ τὴν σύνοικον τοῖς θνητοῖς χρείαν ἀποπληροῦν καὶ ταύτης στοχαζομένην τῆς ἐντεῦθεν περιαγωγῆς καταμελεῖν.

6—7 'Talis sit et Divisio' *B*. 'primi igitur libri elementationis intentio et divisio est huiusmodi' *Z*. 13 πραγματιωδεστέραν *M*, πραγματοειδεστέραν B_1. 16 In margine superiore adscripta sunt in *M* haec: τί ἔλεγον οἱ Πυθαγόροι ἐπὶ τῆς γεωμετρίας· σχάμα καὶ βάμα ἀλλ' οὐ σχάμα καὶ τριώβολον. 18 γεωμετρίαν] 'Philosophiam' *B*, 'geometriam' *Z*. 21 καταμένειν B_1.

DEFINITIONES.

Def. I. *Σημεῖόν ἐστιν οὗ μέρος οὐθέν.*

Ὅτι μὲν κατὰ τὴν ἀπὸ τῶν συνθετωτέρων ἐπὶ τὰ ἁπλούστερα μετάβασιν ὁ γεωμέτρης ἀνέδραμεν, ἐκ μὲν τοῦ τριχῇ διεστῶτος εἰς τὴν τοῦτο περατοῦσαν ἐπιφάνειαν, ἐκ δὲ τῆς ἐπιφανείας εἰς τὸ ταύτης πέρας τὴν γραμμήν, ἐκ δὲ τῆς γραμμῆς εἰς τὸ πάσης διαστάσεως καθαρεῦον σημεῖον, εἴρηται πολλάκις καὶ παντὶ καταφανές. ἐπειδὴ δὲ τὰ πέρατα ταῦτα πολλαχοῦ μὲν διὰ ‖ τὴν ἁπλότητα τῆς τῶν συνθέτων φύσεως εἶναι δοκεῖ σεμνότερα, πολλαχοῦ δὲ συμβεβηκόσιν ἔοικεν ἐν τοῖς ὑφ' ἑαυτῶν περατουμένοις ἔχοντα τὴν ὕπαρξιν, διοριστέον τούτων ἑκάτερον, ἐν ποίοις γένεσι θεωρεῖται τῶν ὄντων. λέγω δὴ οὖν, ὅτι τὰ μὲν ἄϋλα καὶ ἐν χωριστοῖς ὑφεστηκότα λόγοις καὶ εἴδεσιν αὐτοῖς ὑφ' ἑαυτῶν ἱδρυμένοις ἀεὶ τὴν τῶν ἁπλουστέρων ὑπόστασιν ἀρχικωτέραν προεστήσατο τῶν συνθετωτέρων καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἐν τῷ νῷ καὶ ἐν τοῖς μέσοις

Ante primam definitionem octo lineis vacuis relictis tamquam propositi operis initium fit in *M* ornamentis rubris et inscriptione rubra: *ἀρχὴ τοῦ κειμένου.*

7 *παντὶ*] 'omnino' *B*, 'omnifariam' *Z*. 11 *ἔχειν M*, postera manus supra lineas scripsit *οντα*, 'obtinere' *Z*, 'cum . . . . habeant existentiam' *B*.

διακόσμοις καὶ τοῖς ψυχικοῖς καὶ ἐν αὐταῖς ταῖς φύσεσι προσεχῶς ἐμπνεούσαις τὰ σώματα τῶν περατουμένων τὰ περατοῦντα κατ' οὐσίαν ὑπερφέρει, καί ἐστιν ἀμερέστερα καὶ ἑνοειδέστερα καὶ ἀρχικώτερα· τὸ γὰρ ἓν ἐν τοῖς ἀΰλοις εἴδεσι τοῦ πλήθους καὶ τὸ ἀμέριστον τοῦ πάντῃ προϊόντος καὶ τὸ ἀφορίζον τοῦ δεχομένου τὸν ὅρον ἀπ' ἄλλου τελειότερον. τὰ δ' αὖ ὕλης δεόμενα καὶ ἐν ἄλλοις ἑδραζόμενα καὶ τῆς ἑαυτῶν οὐσίας ἐκστάντα καὶ σκιδνάμενα περὶ τὰ ὑποκείμενα καὶ τὴν ἕνωσιν ἐπείσακτον ἔχοντα τοὺς συνθετωτέρους λόγους ἔλαχεν τῶν ἁπλουστέρων. κατὰ τοῦτο τὰ ἐν φαντασίᾳ καὶ τῇ ὕλῃ τῶν φανταστῶν σχημάτων ἰνδαλλόμενα καὶ τὰ ἐν τοῖς αἰσθητοῖς ὑπὸ τῆς φύσεως ἀπογεννώμενα προηγουμένους ἔχει τοὺς τῶν περατουμένων λόγους, ἑπομένους δὲ τοὺς τῶν περατούντων καὶ οἷον ἐπεισοδιώδεις. ἵνα γὰρ τὸ τριχῇ διαστὰν μὴ εἰς ἄπειρον ἐκταθῇ μέγεθος ἢ κατὰ τὴν νόησιν ἢ κατὰ τὴν αἴσθησιν, δι' ἐπιφανείας πανταχόθεν ἐπερατώθη, καὶ ἵνα μὴ τὸ ἐπίπεδον εἰς ἀοριστίαν λάθῃ προελθόν, ἡ γραμμὴ περιέλαβεν αὐτὸ καὶ ὥρισεν ἐν αὐτῷ γενομένη, καὶ τὸ σημεῖον ὡσαύτως τὴν γραμμήν, τῶν συνθέτων ἕνεκα τῶν ἁπλῶν ὑφισταμένων. καὶ γὰρ αὖ καὶ τοῦτο δῆλον, ὅτι ἐν μὲν τοῖς χωριστοῖς εἴδεσιν οἱ λόγοι τῶν περάτων ἐν ἑαυτοῖς εἰσιν καὶ οὐκ ἐν τοῖς περατουμένοις, καὶ μένοντες, οἵπερ εἰσίν, ὑποστατικοὶ γίγνονται τῶν δευτέρων, ἐν δὲ τοῖς ἀχωρίστοις ὕλης ἐπιδεδώκασιν ἑαυτοὺς τοῖς

14 προηγουμένως *M*, 'praeeuntes' *B*, 'praecipue' *Z*. 20 προέλαβεν *G*. 25–26 καὶ οὐκ . . . οἵπερ εἰσίν om. *G*, add. *C*. 26 ὑποστατικοὶ καὶ οὐ γίγνονται *G*, καὶ οὐ delevit *C*. 27 ὕλης om. B_3, *G*; 'In inseparabilibus vero Formis' *B*, 'quae a materia inseparabilia sunt' *Z*.

περατουμένοις καὶ ἐν ἐκείνοις ἱδρύνθησαν καὶ οἷον μέρη γεγόνασιν ἐκείνων καὶ ἀνεπλήσθησαν τῶν χειρόνων, ὅθεν δὴ καὶ τὸ ἀμερὲς ἐνταῦθα τῆς μεριστῆς οὐσίας καὶ τὸ ἀπλατὲς πλάτους μετέσχεν καὶ τὴν ἑαυτῶν ἁπλότητα καὶ τὸ εἰλικρινὲς οὐκ ἔτι τὰ περατοῦντα φυλάξαι δεδύνηται. γενόμενα γὰρ ἐν ἄλλῳ συνηλλοίωται τῷ ὑποκειμένῳ. ἡ γὰρ ὕλη τὴν τούτων ἐπεθόλωσεν ἀκρίβειαν καὶ ὁ μὲν τοῦ ἐπιπέδου λόγος βαθύνει τὸ ἐπίπεδον, ὁ δὲ τῆς γραμμῆς ἀμυδρώσας τὴν ἐφ' ἓν διάστασιν πάντη γίνεται μεριστός, ὁ δὲ τοῦ σημείου σωματοειδὴς ἀποτελεῖται καὶ ‖ συνδιίσταται τοῖς ὑφ' ἑαυτοῦ περατουμένοις. πάντες γὰρ εἰς ὕλην ῥεύσαντες, οἱ μὲν ἀπὸ διανοίας εἰς τὴν νοητὴν οἱ δὲ ἀπὸ τῆς φύσεως εἰς τὴν αἰσθητήν, ἀνεπλήσθησαν τῶν ὑποκειμένων καὶ τῆς αὐτῶν ἁπλότητος ἐξέστησαν εἰς ἀλλοτρίας συνθέσεις τε καὶ διαστάσεις. ἀλλὰ πῶς ἐν τῷ νῷ καὶ ἐν τῇ ψυχῇ πάντων ἀμερῶς ὄντων καὶ ἀδιαστάτως ἐν τῇ ὕλῃ τὰ μὲν προηγουμένως ἐμερίσθη τὰ δὲ διὰ τὴν ἐκείνης φύσιν; ἢ καὶ τοῖς ἀΰλοις εἴδεσι τάξις ἐστὶ πρώτων τε καὶ μέσων καὶ τελευταίων, καὶ τὰ μὲν ἑνοειδέστερα τῶν εἰδῶν ἐστι, τὰ δὲ πληθύεται μᾶλλον, καὶ τὰ μὲν συνεσπειραμένας ἔχει τὰς ἑαυτῶν δυνάμεις, τὰ δὲ εἰς διάστασιν σπευδούσας, καὶ τὰ μὲν πρὸς τοῦ πέρατός ἐστι, τὰ δὲ πρὸς τῆς ἀπειρίας; εἰ γὰρ καὶ πάντα μετέχει τῶν δύο

4 καὶ τὴν] κατὰ τὴν G. 6 γενόμενα] κινούμενον G, γενόμενον C. 7 Post ὑποκειμένῳ repetit M verba: καὶ τὴν ἑαυτῶν ἁπλότητα καὶ τὸ εἰλικρινὲς οὐκ ἔτι τὰ περατοῦντα φυλάξαι δεδύνηνται. ‖ ἀπεθόλωσεν G. 13—14 In margine M: τὴν φαντασίαν λέγει. 14 ἀνεπλήσθησαν εἰς τὴν τῶν G. 19 ἐκείνων M, sed supra ων compendium syllabae ης, ἐκείνων B_3, G, 'eius' B, 'illorum' Z. 22 πληθύνεται G, πληθύεται C. 25 τὰς ἀπειρίας M, C, 'Infinitati' B, 'in infinitatem' Z.

τούτων ἀρχῶν, ἀλλὰ τὰ μὲν τῆς ἑτέρας ἐστὶν ἔκγονα καὶ πλέον ταύτης μετείληχεν, τὰ δὲ τῆς λοιπῆς. τὸ μὲν οὖν σημεῖον ἀμερὲς ἐκεῖ πάντη, εἰ καὶ κατὰ τὸ πέρας ὑφέστηκεν, ἔχει δὲ τὴν ἄπειρον δύναμιν κρυφίως, καθ' ἣν καὶ γεννᾷ πάντα τὰ διαστήματα. καὶ ἡ πρόοδος τῶν διαστημάτων πάντων οὐκ ἐξελίττει τὴν ἄπειρον ἐκείνου δύναμιν, τὸ δὲ σῶμα καὶ ὁ τοῦ σώματος λόγος τῆς ἀπείρου μειζόνως μετέχει φύσεως, διὸ καὶ τῶν ἀλλαχόθεν περατουμένων ἐστὶν καὶ τῶν ἐπ' ἄπειρον διαιρετῶν κατὰ πάσας τὰς διαστάσεις. τὰ δ' αὖ μεταξὺ τούτων κατὰ τὴν τῶν ἄκρων ἀπόστασιν ἢ τῶν κατὰ τὸ πέρας ἐστὶ πλεοναζόντων ἢ τῶν τῆς ἀπειρίας ἀπολελαυκότων. διὸ καὶ περατοῖ καὶ περατοῦται, καθ' ὅσον μὲν ἐκ τοῦ πέρατος ὑφέστηκεν ἄλλα δυνάμενα περατοῦν, καθ' ὅσον δ' αὖ μετέχει τῆς ἀπειρίας ὁρίζεσθαι παρ' ἄλλων δεόμενα. πέρας οὖν καὶ τὸ σημεῖον ὑπάρχον ἐν τῇ μεθέξει τὴν οἰκείαν διαφυλάττει δύναμιν, ἔχον δὲ τὴν ἀπειρίαν κρυφίως καὶ πανταχοῦ παρεῖναι τοῖς ὑφ' ἑαυτοῦ περατουμένοις ἐπειγόμενον ἀπειραχῶς ἐστιν ἐν αὐτοῖς, καὶ ἐπεὶ δύναμις ἦν ἐκεῖ τὸ ἄπειρον γεννητικὴ τῶν διαστατῶν, δυνάμει γέγονεν ἐν τοῖς μετέχουσιν. καὶ γὰρ ἡ ἀπειρία παρ' ἐκείνοις μέν, τοῖς νοητοῖς λέγω, πρωτουργὸς ἦν αἰτία καὶ γόνιμος τῶν ὅλων δύναμις, ἐν δὲ τοῖς ἐνύλοις ἀτελὴς καὶ δυνάμει μόνον οὖσα τὰ πάντα. καὶ ὡς συνελόντι φάναι τὰ δι' ἁπλότητα καὶ ἀμέρειαν ἐν ταῖς ἀρχαῖς ὑπεριδρυμένα τῶν εἰδῶν ἐν ταῖς μεθέξεσι φυλάττει μὲν ὡς πέφυκε τὴν ἑαυτῶν

11 ὑπόστασιν G, ἀπόστασιν C. 15 ἀλλὰ G, ἄλλα C. 17 μεγέθει C. 19 κρυφίαν C. 20 ἑαυτοῖς C. 27 ὑπεριδρομένη G, ὑπεριδρύμενα C.

ἰδιότητα, καταδεέστερα δὲ τῶν συνθετωτέρων γενόμενα λόγων. καὶ γὰρ ἡ ὕλη τούτων τρανέστερον μετέχειν δύναται καὶ πρὸς ταῦτα μᾶλλον ἢ πρὸς ἁπλουστάτας τῶν ὄντων αἰτίας παρεσκεύασται. || διὸ τῶν μὲν ἐξῃρημένων ἀρχῶν ἴχνη κάτεισιν εἰς αὐτήν, τῶν δὲ δευτέρων καὶ τρίτων αἱ μεταδόσεις ἐναργέστεραι προφαίνονται. μᾶλλον οὖν μετέσχε τῆς τοῦ σώματος αἰτίας ἢ τῆς τοῦ ἐπιπέδου, καὶ ταύτης μᾶλλον ἢ τοῦ εἴδους τῆς γραμμῆς, καὶ τούτου μειζόνως ἢ τοῦ πάντα περατοῦντος ταῦτα σημείου καὶ συνέχοντος. ὁ γὰρ τοῦ σημείου λόγος πάσης ταύτης ἐξηγεῖται τῆς σειρᾶς καὶ πάντα ἑνοῖ τὰ μεριστὰ καὶ συνέχει καὶ ὁρίζει τὰς προόδους αὐτῶν καὶ παράγει πάντα καὶ περιλαμβάνει πανταχόθεν. διὸ καὶ ἐν ταῖς εἰκόσιν ἄλλα μὲν ἄλλων πέρατα, πάντων δὲ τὸ σημεῖον. ὅτι δὲ οὐ δεῖ νομίζειν κατ' ἐπίνοιαν ψιλὴν ὑφεστάναι τὰ τοιαῦτα πέρατα, λέγω | τῶν σωμάτων, ὥσπερ οἱ ἀπὸ τῆς Στοᾶς ὑπέλαβον, ἀλλ' εἶναί τινας φύσεις ἐν τοῖς οὖσι τοιάσδε καὶ λόγους αὐτῶν προεστάναι δημιουργικούς, ἀναμνησθείημεν ἂν εἰς τὸν ὅλον κόσμον ἀποβλέψαντες καὶ τὰς ἐν αὐτῷ περιφορὰς καὶ τὰ κέντρα τῶν περιφορῶν καὶ τοὺς δι' ὅλων αὐτῶν διήκοντας ἄξονας. τά τε γὰρ κέντρα κατ' ἐνέργειαν ὑφέστηκε συνεκτικὰ τῶν σφαιρῶν ὑπάρχοντα καὶ ἑνίζοντα τὰς διαστάσεις αὐτῶν καὶ σφίγγοντα τὰς δυνάμεις τὰς ἐν αὐταῖς καὶ συνερείδοντα πρὸς ἑαυτά, καὶ οἱ ἄξονες συνελίσσουσιν αὐτὰς καὶ περιάγουσιν, αὐτοὶ μονίμως ἡδρασμένοι, καὶ περὶ ἑαυτοὺς ἀνακυκλοῦσιν. καὶ μὴν καὶ οἱ πόλοι

4 *παρασκευάσθαι G, παρεσκευάσθαι C.* 7 *σώματος M,* B_3, *σχήματος G,* 'Corporis' *B, Z.* 9 *τοῦτο μειζόνως ἡ M.* 23 *συνακτικὰ C.* 25 *τὰς* ante *ἐν αὐταῖς* om. *G*, add. *C.* 27 *ἱδρυμένοι G.*

τῶν σφαιρῶν καὶ αὐτοὺς τοὺς ἄξονας ἀφορίζοντες καὶ τὰς ὅλας περιφορὰς ἀφ' ἑαυτῶν συνέχοντες πῶς οὐχὶ δηλοῦσιν ἐναργῶς, ὅτι τὰ σημεῖα δημιουργικὰς ἔχει καὶ συνεκτικὰς δυνάμεις καὶ τελειωτικὰς τῶν διεστώτων πάντων ἑνώσεώς τε χορηγοὺς καὶ τῆς ἀπαύστου κινήσεως; ὅθεν δὴ καὶ ὁ Πλάτων ἀδαμαντίνην αὐτῶν τὴν ὑπόστασιν εἶναί φησιν, τὸ ἄτρεπτον καὶ διαιωνίζον καὶ μόνιμον καὶ ὡσαύτως ἔχον τῆς οὐσίας αὐτῶν ἐνδεικνύμενος. τόν τε ἄτρακτον ὅλον περὶ αὐτὰ κινεῖσθαί φησιν καὶ περιχορεύειν αὐτῶν τὴν ἕνωσιν. ἄλλοι δὲ ἀπορρητότεροι λόγοι καὶ τὸν δημιουργὸν ἐφεστάναι τῷ κόσμῳ λέγουσιν τοῖς πόλοις ἐποχούμενον καὶ δι' ἔρωτος θείου τὸ πᾶν ἐπιστρέφοντα πρὸς ἑαυτόν. οἱ δέ γε Πυθαγόρειοι τὸν μὲν πόλον σφραγίδα τῆς Ῥέας ἀποκαλεῖν ἠξίουν ὡς τῆς ζωογόνου θεότητος ἄρρητον καὶ δραστήριον δύναμιν εἰς τὸ πᾶν διὰ τούτου προιεμένης, τὸ δὲ κέντρον Ζανὸς φυλακήν, διότι δημιουργικὴν φρουρὰν ὁ Ζεὺς τοῖς κόλποις ἐντιθεὶς τοῦ κόσμου περὶ τὸ μέσον αὐτὴν σταθερῶς ἥδρασεν. τοῦ γὰρ κέντρου μένοντος καὶ τὸ πᾶν ἀσάλευτον ἔχει τὴν διακόσμησιν καὶ ἄπαυστον τὴν περιφοράν, καὶ μένει πάντα φυλάττοντα τὴν ἑαυτῶν τάξιν ἀμετάστατον, οἵ τε πολοκράτορες θεοὶ συναγωγὸν τῶν διῃρημένων καὶ ἑνοποιὸν τῶν πεπληθυσμένων κεκλήρωνται δύναμιν, καὶ οἱ τοὺς || ἄξονας λαχόντες συνελαύνουσι τὰς περιφορὰς καὶ

2 ἄλλας G, ὅλας C. 5 ἀπαύστου om. G, ἀπαυτοῦ M, ἀπ' αὐτοῦ C, 'incessabilis' B, 'indesinantis' Z. 13 ἐπιστρέφοντες G. 15 ὡς τὴν τῆς G. 16 ζωγόνου C. 17 τούτων G, per haec B. || ζηνὸς G. 23 ἀμετάστον M, ἀμετάστατοι C. || πολυκράτορες C, 'qui Polis assistunt' B, 'polo dominantes' Z.

διαιωνίως ἀνακυκλοῦσι. καὶ εἴ με δεῖ τοὐμὸν εἰπεῖν, τὰ μὲν κέντρα πασῶν τῶν σφαιρῶν καὶ οἱ πόλοι σύμβολα τῶν ἰυγγικῶν εἰσι θεῶν τὸ ἄγνωστον ἐκείνων καὶ ἑνωτικὸν ἀπεικονισμένοι σύνθημα, οἱ δὲ ἄξονες τὰς συνοχὰς τῶν ὅλων διακόσμων ἀποτυποῦνται καὶ αὐτοὶ συνεκτικοὶ τῶν ἐγκοσμίων εἰσὶν ὁλοτήτων καὶ τῶν περιόδων, ὥσπερ ἐκεῖνα τῶν νοερῶν, αὐταὶ δὲ αἱ σφαῖραι τῶν τελεσιουργῶν θεῶν εἰκόνες εἰσὶν ἀρχὴν τέλει συνάπτουσαι καὶ πάντων σχημάτων ἁπλότητι καὶ ὁμοιότητι καὶ τελειότητι διαφέρουσαι.

Ταῦτα μὲν οὖν ἐπὶ πλέον προηγάγομεν εἰς ἔνδειξιν τῆς τῶν ἀμερῶν καὶ ὅλως τῶν ἐν τῷ κόσμῳ περάτων δυνάμεως, καὶ ὅτι ταῦτα καθόσον εἰκόνα φέρει τῶν πρώτων καὶ ἀρχικωτάτων αἰτίων μεγίστην ἐν τῷ παντὶ κεκλήρωται τάξιν. οὐ γὰρ τοιαῦτα πέρατά ἐστιν τὰ κέντρα καὶ οἱ πόλοι, οἷα τὰ τῶν περατουμένων, ἀλλὰ κατ' ἐνέργειαν ἵδρυται καὶ ὕπαρξιν ἔχει καὶ δύναμιν αὐτοτελῆ καὶ διήκουσαν διὰ πάντων τῶν μεριστῶν. οἱ δὲ πολλοὶ τὰ ἐν τοῖς περατουμένοις αὐτοῖς ἀτελῶς ὑφεστηκότα θεωροῦντες ἀμυδρὰν αὐτῶν οἴονται τὴν ὑπόστασιν εἶναι καὶ οἱ μὲν κατ' ἐπίνοιαν μόνην χωρίζεσθαί φασιν αὐτὰ τῶν αἰσθητῶν, οἱ δὲ μηδὲ ἀλλαχοῦ που τὴν οὐσίαν ἔχειν ἢ ἐν ταῖς ἡμετέραις ἐπινοίαις. ἐπεὶ δὲ ἔστι μὲν καὶ ἐν τῇ νοερᾷ φύσει τὰ εἴδη τούτων πάντων, ἔστι δὲ καὶ ἐν τοῖς ψυχικοῖς διακόσμοις, ἔστι δὲ καὶ ἐν τῇ φύσει καὶ ἐν τοῖς σώμασιν ἐσχάτως, νοήσωμεν, ὅπως κατὰ τὴν ἐν αὐτοῖς τάξιν καὶ τὴν ὑπόστασιν ἔλαχεν ἐν τοῖς γένεσιν τῶν

13 δυνάμεων G. 14 τὴν μεγίστην G. 22 αὐτά φασιν G. 25 τούτων πάντων] πάντων om. G, τούτων om. C, 'horum omnium' Z, B. 27 ἐσχάτοις G, ἐσχάτως C.

ὄντων. καὶ πάντα μὲν ἐν νῷ προυφέστηκεν, ἀλλ' ἀμερίστως καὶ ἑνοειδῶς, ὥστε πάντα καθ' ἓν εἶδος ὑφεστάναι κατὰ τὸν τοῦ σημείου λόγον κρυφίως ἔχοντα καὶ ἀμερῶς [πάντα] — πάντα δὲ ἐν ταῖς ψυχαῖς, ἀλλὰ κατὰ τὸ εἶδος τῆς γραμμῆς, ὅθεν δὴ καὶ ὁ Τίμαιος ἐκ τῶν εὐθειῶν καὶ τῶν περιφερῶν γραμμῶν ὑπεστήσατο τὴν ψυχήν· καὶ γὰρ τῶν κύκλων ἕκαστος γραμμή ἐστι μόνον — πάντα δὲ ἐν ταῖς φύσεσιν, ἀλλὰ κατὰ τὸν τοῦ ἐπιπέδου λόγον. διὸ καὶ ὁ Πλάτων τοὺς φυσικοὺς λόγους τοὺς ὑποστατικοὺς τῶν σωμάτων διὰ τῶν ἐπιπέδων ἠξίου δηλοῦν, καὶ ἡ τῶν σωμάτων εἰς τὰ ἐπίπεδα ἀνάλυσις ἐπὶ τὴν αἰτίαν ἡμᾶς περιῆγε τὴν προσεχῆ τῶν φαινομένων — πάντα μὴν καὶ ἐν τοῖς σώμασιν, ἀλλὰ σωματοειδῶς κατὰ τὴν μεριστὴν φύσιν τῶν σωμάτων, πάντων ἐν αὐτοῖς ὑφεστώτων τῶν εἰδῶν. πάντα ἄρα πανταχοῦ καὶ ἕκαστα κατὰ τὴν οἰκείαν τάξιν ἐκφαίνεται καὶ ἡ ἐξαλλαγὴ παρὰ τὴν ἐπικρατοῦσαν δύναμιν, καὶ πανταχοῦ μὲν τὸ σημεῖον ἀμερὲς καὶ τῶν μεριστῶν διαφέρον ἁπλότητι, κατὰ δὲ τὴν ὕφεσιν τῶν ὄντων ‖ καὶ τοῦτο τὴν ἐξῃρημένην ἔλαχεν τῶν μεριστῶν ὑπόστασιν καὶ ὅπου μὲν παντελῶς αὐτῶν ὑπερίδρυται κατὰ τὴν τῆς αἰτίας ὑπεροχήν, ὅπου δὲ συντέτακται αὐτοῖς, ὅπου δὲ ἐπεισοδιώδη τὴν ὕπαρξιν ἐν αὐτοῖς ἐκλη | ρώσατο καὶ οἷον καταπινόμενον ὑπὸ τοῦ μερισμοῦ τῶν ἐσχάτων ἐκλύει τὴν οἰκεῖαν ἀμέρειαν. καθάπερ οὖν ἡ μονὰς ἄλλη μὲν ἡ γεννητικὴ τῶν ἀριθμῶν, ἄλλη δὲ ὡς ὕλη τοῖς ἀριθμοῖς

3 *κατὰ τὸν*] *καὶ τὸν M*, B_3, *G;* in *M* in margine adscripta sunt: *γρ. κατὰ τὸν τοῦ σημείου λόγον κρυφίως ὄντα καὶ ἀμερῶς*, 'iuxta Signi rationem' *B*, *Z*. ‖ *κρυφίον ὄντα* B_3, *G*, 'quae occulte existet' *B*, 'latenter . . . existentia' *Z*. 4 *ἀμερῶς ἔχοντα C*. 16 *ἕκαστον G*. 19 *τὸ μεριστὸν G*. 26 *ἐπιμερείαν G*.

ὑπεστρωμένη, καὶ ἀρχὴ μὲν ἑκατέρα καὶ οὐχ ὅπερ ἀριθμός, ἄλλον δὲ τρόπον ἀρχὴ καὶ ἄλλον — κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ τὸ σημεῖον οὗ μὲν ὑποστατικόν ἐστι τῶν μεγεθῶν, οὗ δὲ ἄλλως ἀρχή καὶ οὐ κατα τὴν γεννητικὴν αἰτίαν.

Ἆρ' οὖν τὸ σημεῖον μόνον ἀμερές; ἢ καὶ τὸ νῦν τοιοῦτον ἐν χρόνῳ καὶ ἡ μονὰς ἐν τοῖς ἀριθμοῖς; ἢ τῷ μὲν φιλοσόφῳ περὶ πάντων ποιουμένῳ τῶν ὄντων λόγους πάντα μὲν τὰ ὁπωσοῦν μεριστὰ προσήκει θεωρεῖν, πάσας δὲ τὰς τῶν ἀμερῶν ὑποστάσεις τὰς τούτων ἀρχικάς, τῷ δὲ τῶν καθ' ἕκαστα ἐπιστήμονι ἀπό τινων ὡρισμένων ἀρχῶν προσάγοντι τὴν θεωρίαν καὶ μέχρις ἐκείνων ἀνατρέχοντι, τὰς δὲ προόδους τῶν ὄντων οὐ περιεργαζομένῳ, ταύτην μόνην ἐπιβάλλει καὶ σκοπεῖν καὶ παραδιδόναι τὴν ἀμερῆ φύσιν; ἢ ταῖς αὐτοῦ διαφέρει πρωτίσταις ἀρχαῖς καὶ ταύτην ὁρᾷ τὴν ἁπλότητα τὴν τῶν ὑποκειμένων αὐτῷ γνωστῶν ἐξηγουμένην; μόνον οὖν τὸ σημεῖον ἀμερὲς κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ὕλην καὶ ἡ μόνας κατὰ τὴν ἀριθμητικήν, καὶ ὁ τοῦ σημείου λόγος, εἰ καὶ πρὸς ἄλλον ἀτελής, ἀλλὰ πρός γε τὴν παροῦσαν ἐπιστήμην τέλειος, ἐπεὶ καὶ ὁ ἰατρὸς στοιχεῖα τῶν σωμάτων πῦρ καὶ ὕδωρ λέγει καὶ τὰ τούτοις ὅμοια. καὶ ἡ ἀνάλυσις αὐτῶν μέχρι τούτων. ἀλλ' ὅ γε φυσικὸς ἐπ' ἄλλα μέτεισι τὰ τούτων ἁπλούστερα καὶ ὁ μὲν ὁρίζεται στοιχεῖον τὸ πρὸς αἴσθησιν ἁπλοῦν ὁ δὲ τὸ πρὸς τὸν λόγον ἁπλοῦν, καὶ ἑκάτερος ὀρθῶς πρός γε τὴν οἰκεῖαν ἐπιστήμην. μὴ

2 ἀρχὴ om. *G*. 3—4 οὗ μὲν ... οὗ δὲ *G*, οὗ μὲν .... οὗ δὲ *C*. 10 τῶν ἀμερῶν *M*, τῶν μερῶν B_3, *G*, 'partium' *B*, 'impartibilium' *Z*. 14 ἐπιβάλλειν *G*. 16 ὁρᾶν *G*, ὁρᾷ *C*. 20 ἄλλον *M*, B_3, *G*, ἄλλ' *C*, 'apud alium' *B*, 'ad aliud' *Z*. 23 ἡ om. *G*.

τοίνυν μηδὲ τὸν ὅρον τοῦ σημείου διημαρτῆσθαι νομίζωμεν μηδὲ ἀτελῆ θώμεθα αὐτὸν εἶναι. πρὸς γὰρ τὴν γεωμετρικὴν ὕλην καὶ τὰς ἀρχὰς τὰς ταύτης ἱκανῶς ἀποδέδοται. μόνον γὰρ οὐχὶ λέγει σαφῶς, ὅτι τὸ ἀμερὲς κατ' ἐμὲ σημεῖόν ἐστι καὶ ἡ ἐμὴ ἀρχή, καὶ τὸ ἁπλούστατον οὐδὲν ἄλλο ἐστὶν ἢ τοῦτο, καὶ οὕτω προσήκει τοῦ γεωμέτρου λέγοντος ἀκούειν.

Ὁ μὲν οὖν Εὐκλείδης διὰ τῆς ἀποφάσεως τῶν μεριστῶν ἐσήμηνεν ἡμῖν τὴν ἀρχὴν πάσης τῆς ὑποκειμένης αὐτῷ φύσεως εἰς θεωρίαν. καὶ γὰρ οἱ ἀποφατικοὶ λόγοι προσήκουσι ταῖς ἀρχαῖς, ὡς ὁ Παρμενίδης ἡμᾶς ἀναδιδάσκει τήν τε πρωτίστην αἰτίαν καὶ τὴν ἐσχάτην διὰ μόνων τῶν ἀποφάσεων παραδούς. πᾶσα γὰρ ἀρχὴ τῶν ἀπ' αὐτῆς καθ' ἑτέραν οὐσίαν ὑφέστηκεν καὶ αἱ τούτων ἀποφάσεις τὴν ἐκείνης ἡμῖν δηλοῦσιν ‖ ἰδιότητα. τὸ γὰρ αἴτιον μὲν τούτων, οὐδὲν δὲ τούτων ὑπάρχον, ὧν αἴτιόν ἐστι, γνώριμον πῶς γίνεται διὰ τοῦ τρόπου τούτου τῆς διδασκαλίας.

Ἴσως δ' ἄν τις ἀπορήσειεν, πῶς πάντα μορφωτικῶς καὶ μεριστῶς τῆς φαντασίας δεχομένης ἀμερές τι σημεῖον ὁ γεωμέτρης ἐν αὐτῇ θεωρεῖ. μὴ γὰρ ὅτι τοὺς ἐν διανοίᾳ λόγους, ἀλλὰ καὶ τὰς τῶν νοερῶν καὶ θείων εἰδῶν ἐμφάσεις ἡ φαντασία κατὰ τὴν οἰκεῖαν δέχεται φύσιν, τῶν μὲν ἀμόρφων μορφὰς τῶν δὲ ἀσχηματίστων σχήματα προτείνουσα. πρὸς δὴ ταύτην τὴν ἀπορίαν λέγομεν, ὅτι τῆς φανταστικῆς κινήσεως τὸ εἶδος οὔτε μεριστόν ἐστι μόνον οὔτε ἀμέριστον,

2 *τὴν* om. *G.* 4 *ἀποδέδεικται G.* 9 *μερῶν G, μεριστῶν C.* ‖ *τὴν* om. *G.* 11 *ὅπερ Μενίδης G, ὁ παρμενίδης C.* 15 *αἱ* om. *G*, add. *C.* ‖ *ἐκείνων G.* 20 *ἀμερὲς τὸ* H_2 p. 275. 22 *καὶ τὰς*] *τοὺς G.* 25 *ἀσχημάτων G.* 26 *λέγωμεν G.*

ἀλλ' ἐκ τοῦ ἀμερίστου πρόεισιν εἰς τὸ μεριστὸν καὶ ἐκ τοῦ ἀμόρφου εἰς τὸ μεμορφωμένον. εἴτε γὰρ μεριστὴ μόνον ἦν, οὐκ ἂν τοὺς πολλοὺς τύπους τῶν εἰδῶν ἐν ἑαυτῇ σώζειν ἠδύνατο τῶν ἐπεισιόντων ἀμυδρούντων τοὺς πρὸ αὐτῶν, καθότι τῶν σωμάτων οὐδὲν ἅμα καὶ κατὰ τὸ αὐτὸ πολλοῖς κατέχεται σχήμασιν, ἀλλὰ διὰ τῶν δευτέρων ἀφανίζεται τὰ πρότερα, εἴτε ἀμέριστος, τῆς διανοίας οὐκ ἂν ἦν καταδεεστέρα καὶ τῆς ἐν ἀμερεῖ πάντα θεωρούσης ψυχῆς, οὐδ' ἂν μορφωτικὰς ἐποιεῖτο τὰς ἐνεργείας. ἀνάγκη δὴ οὖν αὐτὴν ἄρχεσθαι μὲν ἐκ τοῦ ἀμεροῦς κατὰ τὴν κίνησιν καὶ προβάλλειν ἐκεῖθεν τὸ συνεσπειραμένον εἶδος ἑκάστου τῶν εἰς αὐτὴν ἡκόντων γνωστῶν, ἀπολήγειν δὲ εἰς μορφὴν καὶ σχῆμα καὶ διάστασιν. εἰ τοίνυν τοιαύτην ἔλαχεν φύσιν, ἔστι πως ἐν αὐτῇ καὶ τὸ ἀμέριστον, καὶ κατ' ἐκεῖνο τὴν οὐσίαν ἔχειν μάλιστα τὸ σημεῖον λεκτέον. καὶ γὰρ τὸ τῆς γραμμῆς εἶδος κατ' ἐκεῖνο συνῃρημένως ἐστὶν ἐν αὐτῇ. διττὴν οὖν συνέχουσα δύναμιν, ἀμέριστον καὶ μεριστήν, ἔχει καὶ τὸ σημεῖον ἀμερῶς καὶ τὰ διαστήματα μεριστῶς.

Ἐπεὶ δὲ καὶ οἱ *Πυθαγόρειοι* το σημεῖον ἀφορίζονται μονάδα προσλαβοῦσαν θέσιν, σκεπτέον τί ποτε νοοῦντες λέγουσιν. ὅτι μὲν οὖν οἱ ἀριθμοὶ τῶν μεγεθῶν ἀυλότεροι καὶ καθαρώτεροι, καὶ ὅτι τῶν ἀριθμῶν ἡ ἀρχὴ τῆς τῶν μεγεθῶν ἐστιν ἁπλουστέρα, παντὶ καταφανές. ἀλλ' ὅταν λέγωσι τὴν μὲν μονάδα θέσιν

2 μορφούμενον G, μεμορφωμένον H_1 p. 452, H_2 p. 275. ‖ εἴτε] εἰ H_2 p. 275. 4 (ἀμυδρῶς τῶν) H_2. 9 μορφωτικῶς H_2. 11 ἀμερῶς G. 12 συνεσπαρμένον G. $B_3 = M$. 'consatam conspersamve', in margine autem 'convolutam' B, 'conspersam' Z.
15 ἔλαχον C et M prima manu, postera ε supra ο scripsit.
18 συνῃρημένον G. 26 ὅτε G, ὅταν C.

ἔχουσαν, ἐνδείκνυσθαί μοι δοκοῦσιν, ὡς ἄρα ἡ μὲν μονὰς καὶ ὁ ἀριθμὸς ἐν δόξῃ τὴν ὑπόστασιν κέκτηται, λέγω δὲ τὸν μοναδικὸν ἀριθμόν. διὸ καὶ τῶν ἀριθμῶν ἕκαστος εἷς ἐστιν, οἷον ὁ πέντε καὶ ὁ ἑπτά, καὶ οὐ πολλοὶ καθ' ἑκάστην ψυχήν, καὶ σχήματος καὶ μορφῆς ἐπεισοδιώδους καθαρεύουσι. τὸ δὲ σημεῖον ἐν | φαντασίᾳ προτείνεται καὶ οἷον ἐν τόπῳ γέγονεν, καὶ ἔνυλόν ἐστι κατὰ τὴν νοητὴν ὕλην. ἄθετος οὖν ἡ μονὰς ὡς ἄυλος καὶ παντὸς ἔξω διαστήματος καὶ τόπου. ‖ θέσιν δὲ ἔχει τὸ σημεῖον ὡς ἐν τοῖς φαντασίας κόλποις ἰνδαλλόμενον καὶ ἔνυλον. διὰ δὲ τὴν κοινωνίαν τῶν ἀρχῶν καὶ ἡ μονὰς στιγμῆς ἁπλουστέρα. κατὰ γὰρ τὴν θέσιν ἐπλεόνασεν ἡ στιγμὴ τῆς μονάδος, αἱ δὲ προσθέσεις ἐν τοῖς ἀσωμάτοις ὑφέσεις ἀποτελοῦσι τῶν τὰς προσθήκας δεχομένων.

Def. II. *Γραμμὴ δὲ μῆκος ἀπλατές.*

Δευτέραν ἔχει τὴν τάξιν ἡ γραμμή, καθόσον το πρώτιστόν ἐστι διάστημα καὶ ἁπλούστατον, ὅπερ ὁ γεωμέτρης μῆκος ἐκάλεσε προσθεὶς τὸ ἀπλατές, ἐπειδὴ καὶ ἡ γραμμὴ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ἀρχῆς ἔχει λόγον· τὸ μὲν γὰρ σημεῖον ὡς πάντων ἀρχὴν τῶν μεγεθῶν διὰ μόνης τῆς ἀποφάσεως ἐδίδαξεν, τὴν δὲ γραμμὴν τῇ μὲν καταφατικῶς, τῇ δὲ ἀποφατικῶς. ἔστι μὲν γὰρ μῆκος, καὶ τούτῳ τῆς τοῦ σημείρυ πλεονάζει ἀμερείας,

1 Post *ἔχουσαν* addit *G*: *σημεῖον εἶναι.* 5 *οἱ G*, *οὐ C.* ‖ Supra *ψυχήν* in *M* scriptum est compendium q͞ (*εἶδος*?). 10 *δὲ ἔχει*] *ἔχον H*, p. 261. 14 *προθέσεις G*, *προσθέσεις C*. 17 *τὴν* om. *G*.

ἀπλατὴς δὲ ὡς τῶν ἄλλων καθαρεύουσα διαστάσεων. πᾶν γὰρ δὴ τὸ ἀπλατὲς καὶ ἀβαθές ἐστιν, οὐ μὴν ἀνάπαλιν. ἀφελὼν οὖν τὸ πλάτος ἔχει καὶ τὸ βάθος συνανῃρημένον, διόπερ οὐδὲ προσέθηκεν, ὅτι καὶ ἀβαθές, ὡς ἑπόμενον τῇ τοῦ ἀπλατοῦς ἐννοίᾳ.

Ἀφορίζονται δὲ αὐτὴν καὶ κατ' ἄλλας μεθόδους, οἱ μὲν ῥύσιν σημείου λέγοντες, οἱ δὲ μέγεθος ἐφ' ἓν διαστατόν. ἀλλ' οὗτος μὲν ὁ ὅρος τέλειός ἐστιν τὴν οὐσίαν σημαίνων τῆς γραμμῆς, ὁ δὲ σημείου ῥύσιν εἰπὼν ἔοικεν ἀπὸ τῆς αἰτίας αὐτὴν τῆς γεννητικῆς δηλοῦν καὶ οὐ πᾶσαν γραμμὴν ἀλλὰ τὴν ἄυλον παρίστησι· ταύτην γὰρ ὑφίστησι τὸ σημεῖον ἀμερὲς ὑπάρχον, ὑπάρξεως δὲ τοῖς μεριστοῖς αἴτιον ὄν. ἡ δὲ ῥύσις τὴν πρόοδον ἐνδείκνυται καὶ τὴν γόνιμον δύναμιν, τὴν ἐπὶ πᾶσαν διάστασιν φθάνουσαν καὶ οὐκ ἐλαττουμένην, τὴν αὐτὴν μὲν ἑστῶσαν, πᾶσι δὲ τοῖς μεριστοῖς τὴν οὐσίαν παρεχομένην.

Ἀλλὰ ταῦτα μὲν γνώριμα παντί, ἀναμνήσωμεν δὲ ἡμᾶς αὐτοὺς τῶν Πυθαγορικωτέρων λόγων, οἳ τὸ μὲν σημεῖον ἀνάλογον τίθενται μονάδι, τὴν δὲ γραμμὴν δυάδι, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν τῇ τριάδι καὶ τὸ στερεὸν τῇ τετράδι. καίτοι γε ὡς διαστατὰ ‖ λαμβάνοντες μοναδικὴν μὲν εὑρήσομεν τὴν γραμμήν, δυαδικὴν δὲ τὴν ἐπιφάνειαν, τριαδικὸν δὲ τὸ στερεόν, ὅθεν καὶ ὁ Ἀριστοτέλης τὸ σῶμα τῇ τριάδι φησὶν τετελειῶσθαι. καὶ θαυμαστὸν οὐδὲν τὸ μὲν σημεῖον διὰ τὴν ἀμέρειαν πρώτως οἰκειῶσθαι τῇ μονάδι, τὰ δὲ μετὰ τὸ σημεῖον ὑφεστάναι μὲν κατὰ τοὺς ἀπὸ μονάδος ἀριθ-

19 *μὲν*] *μέσον G, μὲν C.* 20 *τίθεται* H_2 p. 261. 21—24 *καὶ τὸ στερεὸν . . . τριαδικὸν* om. *G.* 24 *τὸ δὲ στερεὸν τετράδι. ὅθεν G.*

μοὺς καὶ τούτων σώζειν τὸν λόγον πρὸς τὸ σημεῖον, ὃν ἐκεῖνοι πρὸς τὴν μονάδα, μετέχειν δὲ ἕκαστον τοῦ προσεχῶς ὑπὲρ αὐτόν, καὶ ταύτην ἔχειν τὴν ἀξίαν πρὸς τὸ ἐγγὺς καὶ τὸ ἐφεξῆς, ἣν ἐκεῖνο πρὸς ἑαυτό· λέγω δὲ οἷον τὴν γραμμὴν δυάδος μὲν ἔχειν τάξιν πρὸς τὸ σημεῖον, μονάδος δὲ πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν, καὶ ταύτην τριάδος μὲν πρὸς τὸ σημεῖον καὶ τὴν γραμμήν, δυάδος δὲ πρὸς τὸ στερεόν, καὶ διὰ τοῦτο τὸ σῶμα πρὸς μὲν τὸ σημεῖον εἶναι τετραδικόν, πρὸς δὲ τὴν γραμμὴν τριαδικόν. ἔχει μὲν οὖν ἡ διάταξις ἑκατέρα λόγον, ἀρχοειδεστέρα δὲ ἡ τῶν Πυθαγορείων, ἄνωθεν ὡρμημένη καὶ τῇ φύσει τῶν ὄντων ἑπομένη. τὸ μὲν γὰρ σημεῖον διττόν· ἢ γὰρ καθ' αὑτό ἐστιν ἢ ἐν τῇ γραμμῇ, καὶ ὡς πέρας ὂν μόνον καὶ ἓν οὔτε ὅλον οὔτε μέρη ἔχον μιμεῖται τὴν ἀκρότητα τῶν ὄντων καὶ διὰ τοῦτο καὶ ἀνάλογον τέτακται τῇ μονάδι. καὶ γὰρ ἡ μονὰς ἐκεῖ πρῶτον, ὅπου πατρικὴ μονάς ἐστι, φησὶ τὸ λόγιον. ἡ δὲ γραμμὴ πρώτη μὲν ἔχουσα μέρη καὶ ὅλον, οὖσα δὲ καὶ μοναδικὴ διὰ τὸ ἐφ' ἓν διαστατόν, καὶ δυαδικὴ διὰ τὴν πρόοδον — εἴτε γὰρ ἄπειρος, μετέχει τῆς ἀορίστου δυάδος, εἴτε πεπερασμένη, δυοῖν αὐτῇ δεῖ περάτων, καὶ τὸ πόθεν ποῖ πρὸς τὸν ἀπ' αὐτῆς [?] — διὰ ταῦτα τοίνυν τὴν ὁλότητα μιμεῖται καὶ

1 *τοῦτον G.* 2 *οἷον G, ὃν C.* ‖ *μετέχον δὲ ἕκαστον G, μετέχει δὲ ἑκάστου C, B_3=M,* 'participare' *B,* 'particeps est' *Z.* 3 *προσεχοῦς ὑπὲρ αὐτοῦ G.* ‖ *ἔχει C.* 5—7 *δυάδος μὲν ... καὶ τὴν γραμμὴν* om. *G.* 8 *δὲ* post *δυάδος* om. *G.* 14 *τῇ* om. *G.* ‖ *ἓν οὔτε*] †*ἑνοῦται H_2* p. 261. 15 *οὔτε μέρη ἔχον* om. *H_2* p. 261. ‖ *τὴν ἀκροτήτην τῶν ὄντων φύσιν G, τὴν ἀκρότητα τῶν ὄντων C.* 22 *περάτων*] *περὶ αὐτῶν G.* ‖ *ποῖ*] *καὶ τὸ ποῖ B_3, G,* 'Unde et Quo' *B, Z.* ‖ *πρὸς τὸν ἀπ' αὐτῆς* aut non invenit aut non interpretatus est *B,* 'ad eum qui ab ipsa' *Z;* conicias: *πρῶτον ἐπ' αὐτῆς*, nisi forte exciderunt aliquot verba.

τὴν τάξιν ἐκείνην, ἣ καὶ ταναὴ μονάς ἐστιν καὶ δύο γεννᾷ. καὶ γὰρ αὕτη τήν τε εἰς μῆκος ἔκτασιν προβέβληται καὶ τὸ ταναὸν διαστατῶς καὶ τὸ ἐφ' ἓν καὶ τὴν τῆς δυάδος μετουσίαν. ἡ δὲ ἐπιφάνεια τριὰς οὖσα καὶ δυὰς καὶ τῶν πρώτων σχημάτων ὑποδοχὴ καὶ μορφὴν καὶ εἶδος λαβοῦσα πρώτη τῇ περατούσῃ μὲν τὰ ὄντα πρώτως καὶ τριαδικῇ φύσει, διαιρούσῃ δὲ αὐτὴν δυάδι πως προσέοικεν. τὸ δ' αὖ στερεὸν τριχῇ διαστὰν καὶ κατὰ τὴν τετράδα τὴν τῶν λόγων πάντων περιληπτικὴν ἀφορισθὲν εἰς ἐκείνην ἀναφέρεται τὴν διακόσμησιν, ἀφ' ἧς καὶ ἡ τῶν σωματικῶν κόσμων ἐκφαίνεται διάκρισις καὶ ἡ εἰς τρία τῶν ὅλων διαίρεσις, μετὰ τῆς τετραδικῆς ἰδιότητος, τοῦτο δέ ἐστι μετὰ τῆς γεννητικῆς καὶ θηλυπρεποῦς.

Ταῦτα μὲν οὖν ἐπὶ πλέον ἐξεργάζεσθαι δυνατόν. τὴν δ' αὖ γραμμὴν δευτέραν οὖσαν καὶ κατὰ τὴν πρώτην ἀπὸ τοῦ ἀμεροῦς κίνησιν ὑποστᾶσαν εἰκότως καὶ ὁ τῶν Πυθαγορείων λόγος ἐκάλει δυαδικήν. ὅτι δὲ καὶ τὸ σημεῖον ‖ μετὰ τὴν μονάδα καὶ ἡ γραμμὴ μετὰ τὴν δυάδα καὶ ἡ ἐπιφάνεια μετὰ τὴν τριάδα δηλοῖ που καὶ ὁ Παρμενίδης τοῦ ἑνὸς ἀποφάσκων τὰ πολλὰ πρῶτον, εἶτα τὸ ὅλον· εἰ δὲ τὰ πολλὰ πρὸ τοῦ ὅλου, καὶ ὁ ἀριθμὸς πρὸ τοῦ συνεχοῦς καὶ ἡ δυὰς πρὸ τῆς γραμμῆς καὶ ἡ μονὰς | πρὸ τοῦ σημείου. καὶ γὰρ

1 ἣ καὶ ταναὴ] ἢ καὶ ταναὴ *M*, B_3, * ἡ *G*, ἢ καὶ ταναὴ ἡ *C*, 'Quae etiam porrecta est' *B*, 'vel unitas etiam extensa est' *Z*. 2 ἔκστασιν *G*. 3 καὶ τὴν] Postera manus in *M* super καὶ τὴν adscripsit κατὰ. 5 μορφὴ *M*, B_3, 'formam' *B*, *Z* καὶ μορφὴν καὶ εἶδος λαβοῦσα aut non invenit aut omisit. 11 ὑφ' ἧς *G*. 14 τῆς ante γεννητικῆς om *G*, add. *C*. 17 ὑποστάσεως *G*, ὑποστᾶσαν *C*. 20 κατὰ τὴν δυάδα *G*. 21 Παρμενείδης *M*. 22 πρῶτος *G*, πρῶτον *C*.

τὸ μὲν „οὐ πολλά“ τῇ μονάδι προσήκει τῇ γεννώσῃ τὸ πλῆθος ...... ὑφιστάντι. καὶ γὰρ τοῦτο μέρος ἔχειν λέγεται.

Τοσαῦτα περὶ τῆς γραμμῆς εἰρήσθω κατὰ τας θεωρικωτέρας ἐπιβολάς. ἀποδεξώμεθα δὲ καὶ τοὺς περὶ Ἀπολλώνιον λέγοντας, ὅτι γραμμῆς ἔννοιαν μὲν ἔχομεν, ὅταν τὰ μήκη μόνον ἢ τῶν ὁδῶν ἢ τῶν τοίχων ἀναμετρεῖν κελεύωμεν· οὐ γὰρ προσποιούμεθα τότε τὸ πλάτος, ἀλλὰ τὴν ἐφ' ἓν διάστασιν ἀναλογιζόμεθα, καθάπερ δὴ καὶ ὅταν χωρία μετρῶμεν, τὴν ἐπιφάνειαν ὁρῶμεν, ὅταν δὲ φρέατα, τὸ στερεόν. πάσας γὰρ ὁμοῦ τὰς διαστάσεις συλλαβόντες ἀποφαινόμεθα τοσόνδε εἶναι τὸ διάστημα τοῦ φρέατος κατά τε μῆκος καὶ πλάτος καὶ βάθος. αἴσθησιν δὲ αὐτῆς λάβοιμεν ἂν ἀπιδόντες εἰς τοὺς διορισμοὺς τῶν πεφωτισμένων τόπων ἀπὸ τῶν ἐσκιασμένων καὶ ἐπὶ τῆς σελήνης καὶ ἐπὶ τῆς γῆς. τοῦτο γὰρ τὸ μέσον κατὰ μὲν πλάτος ἀδιάστατόν ἐστι, μῆκος δὲ ἔχει τὸ συμπαρεκτεινόμενον τῷ φωτὶ καὶ τῇ σκιᾷ.

2 Ante *ὑφιστάντι* (*ὑφεστάντι M*, B_3, *G*) exciderunt aliquot verba velut: ***τὸ δὲ οὔτε ὅλον οὔτε μέρος τῷ σημείῳ τῷ τὸ πάντη διαστατὸν.*** In *M* in margine postera manu adscripta sunt: ***τῇ δὲ γραμμῇ τὸ οὐχ ὅλον τῇ τὸ ὅλον*** et ***ὑφεστάντι*** mutatum est in ***ὑφιστάσῃ.*** *B* interpretatur: 'Puncto autem 'non totum' Totum producenti'; 'huic vero totum, utpote totum constituenti' *Z.* ‖ ***καὶ γὰρ τοῦ μέρους*** *G*, ***καὶ γὰρ τοῦτο μέρος*** B_3, *C*; 'nullam enim partem' *B*, sed in margine: 'hoc namque', 'id enim partem' *Z.* 6. 7 ***μὲν ἔννοιαν*** *G.* 7 ***ὅτε*** *G.* 8 ***στοιχείων*** *G.* ‖ ***κελεύομεν*** *M*, *G.* 9 Post ***πλάτος*** addit *G* ***καὶ βάθος.*** $B_3 = M$. 'Latitudinem tunc, Crassitiemque' *B*, 'latitudinem' *Z.* 10 ***ὅτε*** *G.* ‖ ***μετροῦμεν*** *G*, ***μετρῶμεν*** *C.* 11 ***ὅτε*** *G.* 12 ***τὰς διαστάσεις ὁμοῦ*** *G.* 15 ***ἐπιδόντες*** *G*, ***ἀπιδόντες*** *C.*

Def. III. *Γραμμῆς δὲ πέρατα σημεῖα.*

Πᾶν τὸ σύνθετον ἀπὸ τοῦ ἁπλοῦ καὶ πᾶν τὸ μεριστὸν ἀπὸ τοῦ ἀμερίστου καταδέχεται τὸν ὅρον. καὶ τούτων εἰκόνες ἐν ταῖς ἀρχαῖς προτείνονται τῶν μαθημάτων. ὅταν γὰρ καὶ τὴν γραμμὴν ὑπὸ τῶν σημείων περατοῦσθαι λέγῃ, δῆλός ἐστιν αὐτὴν καθ' αὑτὴν ἄπειρον ποιῶν, ὡς ἂν διὰ τὴν οἰκείαν πρόοδον οὐκ ἔχουσαν πέρας. ὥσπερ οὖν ἡ δυὰς ἀπὸ τῆς μονάδος ὁρίζεται καὶ τὴν ἄσχετον ἑαυτῆς τόλμαν περατοῖ κρατουμένη παρ' ἐκείνης, οὕτω δὴ καὶ ἡ γραμμὴ τοῖς σημείοις ὁρίζεται. δυοειδὴς γὰρ οὖσα καίτοι τοῦ σημείου, μονάδος ἔχοντος λόγον, μετέχει δυαδικῶς. ἀλλ' ἐν μὲν τοῖς φανταστοῖς καὶ τοῖς αἰσθητοῖς αὐτὰ τὰ σημεῖα τὰ ἐν τῇ γραμμῇ περατοῖ τὴν γραμμήν, ἐν δὲ τοῖς ἀΰλοις εἴδεσι προϋφέστηκε μὲν ὁ ἀμέριστος τοῦ σημείου λόγος, προϊὼν δ' ἐκεῖθεν αὐτὸς ὁ πρώτιστος ἑαυτὸν ‖ διαστήσας καὶ κινούμενος καὶ ῥέων ἐπ' ἄπειρον καὶ τὴν ἀόριστον δυάδα μιμούμενος κρατεῖται μὲν ὑπὸ τῆς ἰδίας ἀρχῆς, ἐνίζεται δὲ ὑπ' αὐτῆς καὶ περιλαμβάνεται πανταχόθεν. ἄπειρος οὖν ἅμα καὶ πεπερασμένος ἐστί, κατὰ μὲν τὴν ἑαυτοῦ πρόοδον ἄπειρος, κατὰ δὲ τὴν τῆς αἰτίας τῆς περατοειδοῦς μέθεξιν πεπερασμένος. ἑαυτῷ γὰρ προελθὼν τῇ ἐκείνης περιοχῇ κεκράτηται καὶ ὁρίζεται κατὰ τὴν ἐκείνης ἕνωσιν. ὅθεν δὴ καὶ ἐν ταῖς εἰκόσι τὰ σημεῖα τὸ

5 *ἀπὸ C.* 8 *ἔχουσα G.* 9 *τόλμην G, τόλμαν C.* 10 *δὴ* om. *G*, add. *C.* ‖ Post *γραμμὴ* add. *G παρ' ἐκείνης*, del. *C.* 15 *μὲν* om. *G*, *προϋφέστη μὲν C.* 17 *ῥέαν G*, *ῥέον C.*

πέρας καὶ τὴν ἀρχὴν καταλαμβάνοντα τῆς γραμμῆς ὁρίζειν αὐτὴν λέγεται. ἐκεῖ μὲν οὖν ἐστι τὸ πέρας ἐξῃρημένον τοῦ περατουμένου, ἐνταῦθα δὲ διττόν· ἐν αὐτῷ γὰρ ὑφέστηκε τῷ περατουμένῳ. καὶ τοῦτο φέροι ἂν ἔνδειξιν θαυμαστὴν τοῦ τὰ εἴδη μένοντα μὲν ἐφ' ἑαυτῶν κατ' αἰτίαν προηγεῖσθαι τῶν μετεχόντων, ἐπιδόντα δὲ ἐκείνοις ἑαυτὰ κατὰ τὴν ἐκείνων ἰδιότητα τὴν ὑπόστασιν λαμβάνειν, συμπληθυόμενα αὐτοῖς καὶ συμμεριζόμενα καὶ ἀπολαύοντα τῆς τῶν ὑποκειμένων διαιρέσεως.

Καὶ μὴν καὶ τοῦτο δεῖ προειληφέναι περὶ τῆς γραμμῆς, ὅτι τριχῶς αὐτῇ χρῆται ὁ γεωμέτρης. καὶ γὰρ ὡς ἐφ' ἑκάτερα πεπερασμένῃ, ὡς τὸ ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι, καὶ ὡς τῇ μὲν ἀπείρῳ, τῇ δὲ πεπερασμένῃ, ὡς ἐπ' ἐκείνου τοῦ προβλήματος „ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι“. ἐν γὰρ τῇ κατασκευῇ φησιν „ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἐπὶ θάτερα μὲν πεπερασμένη, ἐπὶ θάτερα δὲ ἄπειρος“ ..... τριχῶς οὖν ἡ γραμμὴ λαμβάνεται παρ' αὐτῷ.

Πρὸς δὴ τούτοις κἀκεῖνο ἐπιστάσεως ἄξιον ὂν μὴ παραδράμωμεν. πῶς γὰρ εἴρηται γραμμῆς πέρατα

8 *συμπληθυνόμενα G.* 9 *ἀπολαβόντα G, ἀπολαύοντα C.* 18 Post *συστήσασθαι* add. *G: καὶ ὡς τῇ μὲν ἀπείρῳ,* del. *C.* 20 Post *ἄπειρος* maior est lacuna. In *M* in margine adscripta sunt postera manu: *καὶ ὡς ἐπὶ θάτερα ἀπείρῳ ὡς τὸ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον δίχα τεμεῖν.* $B_3 = G$. Apud Barocium legitur: 'Et ut ex utraque parte infinita: ut in illo Problemate, quod inquit, Super datam rectam Lineam infinitam a dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere.' 'et est aliquando ea linea quae in utraque parte infinita est: sicut est illud: datam rectam lineam infinitam bifariam secare' *Z.* 23 *παραδέδωκεν G, παραδράμωμεν C.*

σημεῖα, καὶ ποίας γραμμῆς; οὔτε γὰρ τῆς ἀπείρου οὔτε πάσης τῆς πεπερασμένης· ἔστι γάρ τις γραμμὴ καὶ πεπερασμένη καὶ οὐκ ἔχουσα πέρατα σημεῖα. τοιαύτη γὰρ ἡ κυκλικὴ αὐτὴ εἰς ἑαυτὴν συννεύουσα καὶ οὐ σημείοις χρωμένη πέρασιν ὡς ἡ εὐθεῖα· τοιαύτη καὶ ἡ τοῦ θυρεοῦ. μή ποτε οὖν τὴν γραμμὴν ὁρᾶν δεῖ καθόσον ἐστὶ γραμμή. λάβοιμεν γὰρ ἂν καὶ περιφέρειάν τινα περατουμένην ὑπὸ σημείων καὶ μέρος τῆς τοῦ θυρεοῦ γραμμῆς ὡσαύτως ἔχον πέρατα σημεῖα. πᾶσα δὲ ἡ τοῦ κύκλου καὶ τοῦ θυρεοῖ καὶ ἄλλην ἰδιότητα προσείληφεν, καθ' ἣν οὐ μόνον γραμμή ἐστιν ἀλλὰ καὶ σχήματος ἀποτελεστική. εἰ μὲν οὖν γραμμαὶ ἄμφω, πέρατα ἔχουσι σημεῖα, εἰ δὲ σχημάτων ποιητικὰ τοιῶνδε, συννεύουσιν εἰς αὐτάς. εἰ δὲ καὶ γραφομένας αὐτὰς νοήσειας, εὕροις ἂν ὅπῃ περατοῦνται ὑπὸ σημείων, γεγραμμένας δὲ λαβὼν καὶ τέλος ἀρχῇ συνάψας ‖ οὐκέτι θεωρῆσαι δύνασαι τὰ πέρατα αὐτῶν.

Def. IIII. *Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.*

| Ὁ μὲν Πλάτων τῆς γραμμῆς δύο τὰ ἁπλούστατα καὶ ἀρχοειδέστατα θέμενος εἴδη, τήν τε εὐθεῖαν καὶ

3 πέρατος *G*. 6 καὶ post τοιαύτη om. *G*, add. *C*. ‖ θυραιοῦ *G*. 7 δεὶν *G*. ‖ γὰρ om. *G*. ‖ καὶ post ἂν om. *G*. 9 θυραιοῦ *G*. 10 θυραιοῦ *G*. ‖ ἄλλον *G*, ἄλλην *C*. 12. 13 εἰ μὲν ... εἰ δὲ] αἳ μὲν ... αἳ δὲ *G*, ἢ οὖν ... ἢ δὲ *C*. In *M* postera manu super εἰ utroque loco scriptum est ἢ. 13 πέρατος *G*. 14 ποιητικαὶ *G*. ‖ πρὸς *G*, εἰς *C*. ‖ αὐτάς *G*. 19 ἐφ' ἑαυτοῖς prima manu *M*; postea compendium syllabae τοῖς rasura mutatum est. ὑφ' ἑαυτοῖς *G*. 21 Πλάτων] Phileb. 51, C. 22 ἤδη *G*, εἴδη *C*.

τὴν περιφερῆ, τὰ ἄλλα πάντα κατὰ μίξιν ἐκ τούτων ὑφίστησιν, ὅσα τε ἑλικοειδῆ λέγεται τῶν μὲν ἐπιπέδων τῶν δὲ περὶ τὰ στερεὰ τὴν ὑπόστασιν δεχομένων, καὶ ὅσα κατὰ τὰς τομὰς τῶν στερεῶν ὑφίσταται εἴδη καμπύλων γραμμῶν. καὶ ἔοικεν τὸ μὲν σημεῖον εἰκόνα φέρειν, εἰ θέμις εἰπεῖν, τοῦ ἑνὸς κατὰ τὸν Πλάτωνα. καὶ γὰρ τοῦτο μέρος οὐδὲν ἔχει, ὥσπερ καὶ ἐκεῖνος δείκνυσιν ἐν Παρμενίδῃ. ἐπεὶ δὲ μετὰ τὸ ἓν τρεῖς εἰσιν ὑποστάσεις, τὸ πέρας, τὸ ἄπειρον, τὸ μικτόν, διὰ τούτων ὑφίσταται τά τε τῶν γραμμῶν εἴδη καὶ τὰ τῶν γωνιῶν καὶ τῶν σχημάτων· καὶ τῷ μὲν πέρατι ἀνάλογον ἡ περιφέρεια καὶ ἡ περιφερόγραμμος γωνία καὶ ὁ κύκλος ἐν ἐπιπέδοις καὶ ἡ σφαῖρα ἐν στερεοῖς, τῇ δὲ ἀπειρίᾳ τὸ εὐθὺ κατὰ πάντα ταῦτα — διήκει γὰρ διὰ πάντων οἰκείως ἑκασταχοῦ φανταζόμενον — τὸ δὲ μικτὸν τὸ ἐν ἅπασι τούτοις τῷ ἐκεῖ μικτῷ. καὶ γὰρ γραμμαὶ μικταί εἰσιν ὡς αἱ ἕλικες, καὶ γωνίαι ὡς ἡ τοῦ ἡμικυκλίου καὶ ἡ κερατοειδής, καὶ σχήματα ἐπίπεδα μὲν τὰ τμήματα καὶ αἱ ἁψῖδες, στερεὰ δὲ κῶνοι καὶ κύλινδροι καὶ τὰ τοιαῦτα. τὸ ἄρα πέρας καὶ ἄπειρον καὶ μικτὸν ἔστιν ἐν τούτοις ἅπασιν. καὶ μέντοι καὶ ὁ Ἀριστοτέλης τὴν αὐτὴν ἔχει τῷ Πλάτωνι διάνοιαν. πᾶν γὰρ εἶδος γραμμῆς εὐθύ φησίν ἐστιν ἢ περιφερὲς ἢ μικτὸν ἐκ τούτων. διὸ καὶ κινήσεις τρεῖς, ἡ μὲν ἐπ᾽ εὐθείας, ἡ δὲ κύκλῳ, ἡ δὲ μικτή.

Διαμφισβητοῦσι δέ τινες πρὸς τὴν διαίρεσιν ταύτην καί φασι μὴ δύο μόνας εἶναι τὰς ἁπλᾶς γραμμάς,

5 σημείου *G*, σημεῖον *C*. 7 ἐκεῖνο *M*. 8 Παρμενίδῃ] 137, C. D. 11 τὰ om. H_2 p. 273. 16 πᾶσι *G*, H_2. 18 κερατώδης *G*. 20 κύλινδρος *M*. 21 πᾶσι H_2. 23 φησιν εἶναι *G*. ‖ φησίν] de Coelo I, 2.

ἀλλὰ καὶ τρίτην ἄλλην, τὴν περὶ τὸν κύλινδρον ἕλικα γραφομένην, ὅταν εὐθείας κινουμένης περὶ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ κυλίνδρου σημεῖον ὁμοταχῶς ἐπ' αὐτῆς κινῆται. γίνεται γὰρ ἕλιξ, ἧς ὁμοιομερῶς πάντα τὰ μέρη πᾶσιν ἐφαρμόζει, καθάπερ Ἀπολλώνιος ἐν τῷ περὶ τοῦ κοχλίου γράμματι δείκνυσιν. καὶ τοῦτο τὸ πάθος μόνη πέπονθεν ἑλίκων αὕτη. καὶ γὰρ τῆς ἐπιπέδου τὰ μόρια ἀνόμοια ἀλλήλοις καὶ τῆς περὶ τὸν κῶνον γραφομένης καὶ τῆς περὶ τὴν σφαῖραν. μόνη || δὲ ὁμοιομερὴς ἡ κυλινδρική, καθάπερ δὴ καὶ ἡ εὐθεῖα καὶ ἡ περιφερὴς γραμμή. μήποτε οὖν τρεῖς εἰσιν αἱ ἁπλαῖ γραμμαὶ καὶ οὐ δύο μόνον;

Πρὸς δὴ ταύτην τὴν ἀπορίαν ἀπαντησόμεθα λέγοντες, ὁμοιομερῆ μὲν εἶναι τὴν ἕλικα ταύτην, ὡς καὶ Ἀπολλώνιος δέδειχεν, ἁπλῆν δὲ οὐδαμῶς. οὐ γὰρ ταὐτὸν εἶναι τό τε ὁμοιομερὲς καὶ τὸ ἁπλοῦν, ἐπεὶ καὶ τῶν φύσει συνεστώτων ὁμοιομερὴς μὲν ὁ χρυσὸς καὶ ὁ ἄργυρος, ἁπλᾶ δὲ ταῦτα οὐκέτι. δηλοῦν δὲ τῆς κυλινδρικῆς ἕλικος τὴν μίξιν τὴν ἐκ τῶν ἁπλῶν καὶ αὐτὴν τὴν γένεσιν. γεννᾶται γὰρ τῆς μὲν εὐθείας κύκλῳ κινουμένης περὶ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, τοῦ δὲ σημείου φερομένου ἐπὶ τῆς εὐθείας. δύο τοίνυν κινήσεις αἱ ἁπλαῖ τὴν ὑπόστασιν αὐτῇ παρέσχον, ὥστε τῶν μικτῶν ἐστι γραμμῶν καὶ οὐ τῶν ἁπλῶν. τὸ γὰρ ἐξ ἀνομοίων ὑποστὰν οὐχ ἁπλοῦν ἐστιν ἀλλὰ καὶ μικτόν, καὶ ὀρθῶς ὁ Γεμῖνος ἐκ πλειόνων μὲν

3 In margine in *M* adscriptum est: γένεσις κυλινδρικῆς ἕλικος. 4 κινεῖται *M*, *G*, corr. *Kn. I.* || ἧς] ἣ *M*, *G*, corr. *Kn. I.* 8. 9 τοῖς ... γραφομένοις καὶ τοῖς *C.* 10 καὶ ante ἡ κυλινδρικὴ addidit *G*, del. *C.* 13 δὲ *G*, δὴ *C.* || ἀπαντησώμεθα *G.* 16 τε om. *G.* 17 ὁμοιομερῆ *G.* 18 οὐκέτι ταῦτα *G.* 23 αὐτὴ *G*, αὐτῇ *C.*

κινήσεων καὶ τῶν ἁπλῶν τινα γραμμῶν ὑφίστασθαι διδοὺς οὐ μέντοι πᾶσαν εἶναι τὴν τοιαύτην μικτήν, ἀλλὰ τὴν ἐξ ἀνομοίων. καὶ γὰρ εἰ τετράγωνον νοήσειας καὶ δύο κινήσεις, τὴν μὲν κατὰ τὸ μῆκος, τὴν δὲ κατὰ τὸ πλάτος γινομένην, ἰσοταχεῖς, ὑποστήσεται ἡ διαγώνιος, εὐθεῖα οὖσα· καὶ οὐ διὰ τοῦτο ἡ εὐθεῖα μικτή· οὐ γὰρ προηγεῖταί τις αὐτῆς ἑτέρα γραμμὴ κατὰ ἁπλῆν ὑφισταμένη κίνησιν, ὡς τῆς κυλινδρικῆς ἐλέγομεν ἕλικος. ἀλλ' οὐδὲ εἴ τις ἐν ὀρθῇ γωνίᾳ νοήσειεν ὑποβιβαζομένην εὐθεῖαν καὶ τῇ διχοτομίᾳ κύκλον γράφουσαν, διὰ τοῦτο ἡ κυκλικὴ γραμμὴ κατὰ μίξιν ὑφέστηκεν· τῆς γὰρ οὕτω κινουμένης τὰ μὲν πέρατα ὁμαλῶς κινούμενα εὐθυγραφεῖ, ἡ δὲ διχοτομία ἀνωμάλως φερομένη κυκλογραφεῖ, τὰ δὲ ἄλλα σημεῖα γράφει τὴν ἔλλειψιν, ὥστε τῇ ἀνωμαλίᾳ τῆς κατὰ τὴν διχοτομίαν φορᾶς ἐπηκολούθησεν ἡ γένεσις τῆς κυκλικῆς γραμμῆς παρὰ τὸ δεδόσθαι ἐν τῇ ὀρθῇ γωνίᾳ τὴν καταβιβαζομένην εὐθεῖαν, ἀλλὰ μὴ κατὰ φύσιν κινεῖσθαι.

Ταῦτα μὲν οὖν περὶ τούτων. δόξειε δ' ἂν ἀμφοτέρων οὐσῶν ἁπλῶν τῶν γραμμῶν, τῆς εὐθείας καὶ τῆς περιφεροῦς, ἁπλουστέρα μᾶλλον ἡ εὐθεῖα εἶναι. ἐν ταύτῃ μὲν γὰρ οὐδὲ κατ' ἐπίνοιάν ἐστιν ἀνομοιότης, ἐπὶ δὲ τῆς περιφεροῦς τὸ κοῖλον καὶ κυρτὸν ἑτεροίωσιν ἐμφαίνει. καὶ ἡ μὲν εὐθεῖα τὴν περιφέρειαν οὐ συνεισάγει κατὰ τὴν ἐπίνοιαν, ἡ δὲ περίφερεια τὴν

5 *ἰσοταχῶς G.* 8 *ὑφισταμένην G, ὑφισταμένης Kn. I.* 9 *γωνίαν G.* 13 *ὀρθογραφεῖ C.* 14 *ἀνωμάλως* om. *G*, add. *C.* 15 In *M* in margine adscriptum est: *γένεσις ἐλλείψεως.* 16 *ἐπικολούθησεν M, G.* 22 *τῆς* ante *περιφεροῦς* om. *M.* || *ἡ* ante *εὐθεῖα* om. *M.* 26 *συνάγει G, συνεισάγει C.*

εὐθεῖαν, εἰ καὶ μὴ κατὰ τὴν γένεσιν, ἀλλὰ κατὰ τὴν πρὸς τὸ κέντρον σχέσιν. τί οὖν, εἰ λέγοι τις καὶ τὴν περιφέρειαν δεῖσθαι τῆς εὐθείας εἰς τὴν ὑπόστασιν; εἰ γὰρ εὐθείας πεπερασμένης θάτερον μὲν ‖ τῶν περάτων μένοι, θάτερον δὲ κινοῖτο, γράψει κύκλον, κέντρον δὲ αὐτοῦ τὸ μένον τῆς | εὐθείας πέρας. ἢ τὸ γράφον τὸν κύκλον τὸ σημεῖόν ἐστι περὶ τὸ μένον φερόμενον, οὐχ ἡ εὐθεῖα; τὴν γὰρ ἀπόστασιν αὕτη μόνον ἀφορίζει, τὴν δὲ κυκλικὴν γραμμὴν τὸ σημεῖον ὑφίστησι κινούμενον κυκλικῶς.

Τούτων μὲν οὖν ἅλις. ἔοικεν δὲ ἡ μὲν περιφέρεια πρὸς τοῦ πέρατος εἶναι καὶ τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον πρὸς τὰς ἄλλας γραμμάς, ὃν πρὸς πάντα τὰ ὄντα τὸ πέρας — καὶ γὰρ ὥρισται καὶ σχῆμα ἀποτελεῖ μόνη τῶν ἁπλῶν — ἡ δὲ εὐθεῖα πρὸς τῆς ἀπειρίας· ἐπ' ἄπειρον οὖν ἐκβαλλομένη οὐδὲ παύεται. καὶ ὡς ἐκ πέρατος καὶ ἀπείρου τὰ ἄλλα πάντα, οὕτως ἐκ τοῦ περιφεροῦς καὶ τοῦ εὐθέως πᾶν τὸ μικτὸν τῶν γραμμῶν γένος τῶν τε ἐπιπέδων καὶ τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς. καὶ διὰ ταύτην τὴν αἰτίαν καὶ ἡ ψυχὴ τό τε εὐθὺ καὶ τὸ περιφερὲς κατ' οὐσίαν ἐν αὑτῇ προείληφεν, ἵνα πᾶσαν τὴν ἐν τῷ κόσμῳ τοῦ ἀπείρου συστοιχίαν καὶ πᾶσαν τὴν περιττοειδῆ κατευθύνῃ φύσιν, τῷ μὲν εὐθεῖ τὴν πρόοδον αὐτῶν ὑφιστᾶσα, τῷ δὲ περιφερεῖ τὴν

2 χύσιν *G*. 6 ἦ *M*, *G*, ἡ *Kn. I.* 7 τὸ ante σημεῖον om. *G*. 11 τοῦτο *C*. 14 ἀποτελῆ *C*. 21 ἐν αὐτῇ *G*, ἐν αυτῇ *M*, ἑαυτῆς (ἑαυτοῖς) H_2 p. 273. 22 συστοιχεῖαν *G*. 23 περατοειδῆ *G* (περὶ τῷ ἤδει, περὶ τῷ εἴδει), H_2 p. 273. 'superfluam' *Z*. 'Finis' *B*. ‖ καθευθύνει *G*, καθευθύνῃ *C*, κατευθύνῃ (κατευθύνει) H_1 p. 452, H_2. ‖ τῷ μὲν εὐθὺ *G*, τὸ μὲν εὐθὺ *C*. 24 ὑφιστᾷ *G*, (ὑφιστᾶσαν) H_2.

ὑποστροφήν, καὶ τῷ μὲν εἰς πλῆθος αὐτὰ προάγουσα, τῷ δὲ εἰς ἓν πάντα συνάγουσα. καὶ οὐχ ἡ ψυχὴ μόνον, ἀλλὰ καὶ ὁ τὴν ψυχὴν ὑποστήσας καὶ ταύτας αὐτῇ τὰς δυνάμεις παραδοὺς ἀμφοτέρων ἔχει τὰς πρωτουργοὺς αἰτίας ἐν ἑαυτῷ. τῶν γὰρ ὄντων ἁπάντων ἀρχὴν καὶ μέσα καὶ τέλη προειληφὼς εὐθείας περαίνει κατὰ φύσιν περιπορευόμενος, φησὶν ὁ Πλάτων. καὶ γὰρ ἐπὶ πάντα πρόεισι ταῖς προνοητικαῖς ἐνεργείαις καὶ πρὸς ἑαυτὸν ἐπέστραπται μένων ἐν τῷ ἑαυτοῦ κατὰ τρόπον ἤθει, φησὶν ὁ Τίμαιος. σύμβολον δὲ ἡ μὲν εὐθεῖα τῆς ἀπαρεγκλίτου προνοίας καὶ ἀδιαστρόφου καὶ ἀχράντου καὶ ἀνεκλείπτου καὶ παντοδυνάμου καὶ πᾶσι παρούσης, ἡ δὲ περιφέρεια καὶ τὸ περιπορεύεσθαι τῆς εἰς ἑαυτὴν συννευούσης ἐνεργείας καὶ πρὸς ἑαυτὴν συνελιττομένης καὶ καθ' ἓν νοερὸν πέρας τῶν ὅλων ἐπικρατούσης. δύο δὴ ταύτας ὁ δημιουργικὸς νοῦς ἐν ἑαυτῷ προστησάμενος ἀρχάς, τὸ εὐθὺ καὶ τὸ περιφερές, δύο μονάδας προήγαγεν ἀφ' ἑαυτοῦ, τὴν μὲν κατὰ τὸ περιφερὲς ἐνεργοῦσαν καὶ τῶν νοερῶν οὐσιῶν τελεσιουργόν, τὴν δὲ κατὰ τὸ εὐθὺ καὶ τοῖς αἰσθητοῖς τὴν γένεσιν παρεχομένην. ἐπειδὴ δὲ

1 *ἐπιστροφήν G, H_2.* ‖ *καὶ τὸ μὲν C.* 2 *τῷ δὲ εἰς ἓν ... συνάγουσα* om. *M.* 4 *ἀμφοτέρας G, ἀμφοτέρων (ἀμφότερον) H_1* p. 452, *H_2.* 6 *εὐθείας*] Apud Platonem (Leges IV, p. 716, A) legitur *εὐθεῖαν* et *εὐθείᾳ.* 7 *περιπορευόμενος*] *περιφερόμενος* scribendum esse putat Schelling, opp. omn. II, 3, p. 275. 8 *πρόσεισι M.* 8. 9 *ταῖς ἐνεργικαῖς καὶ πρὸ ἑαυτὸν ὑπέστραπται G*, corr. *C.* 9 *μένων*] *μέν M, μὲν G, μένων Kn. I* (*ἔμενεν* Tim. 42, E). 13 *περιπορεύεσθαι*] *περιφέρεσθαι H_1* p. 453, *H_2* p. 274. 14. 15 *συννευούσης ... πρὸς ἑαυτὴν* om. *G, συννεύσεως M, συννευούσης (συννεύσεως) H_1 H_2.* 17 *νοῦς* om. *M, G, B, Z,* add. *H_1 H_2.* 18 *τὸ* ante *περιφερὲς* om. *M.* ‖ *παρήγαγε M, G, H_2*, 'produxit' *B*, 'constituit' *Z.* ‖ *ἐφ' M, (ἐφ' ἑαυτὸν, ἐφ' αὐτὸν) H_2.*

ἡ ψυχὴ μέση τῶν νοερῶν ἐστιν καὶ τῶν αἰσθητῶν, καθόσον μὲν συνάπτει τῇ νοερᾷ φύσει, κατὰ κύκλον ἐνεργεῖ, καθόσον δὲ τοῖς αἰσθητοῖς ἐπιστατεῖ, κατὰ τὸ εὐθὺ ποιεῖται τὴν πρόνοιαν.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς πρὸς τὰ ὄντα τούτων τῶν εἰδῶν ὁμοιότητος· τὸν δὲ τῆς εὐθείας ὁρισμὸν ὁ μὲν Εὐκλείδης τοῦτον ἀποδέδωκεν, ὃν καὶ παρεθέμεθα, καὶ δηλοῖ διὰ τούτου μόνην τὴν εὐθεῖαν || ἴσον κατέχειν διάστημα τῷ μεταξὺ τῶν ἐπ' αὐτῆς σημείων. ὅσον γὰρ ἀπέχει θάτερον τῶν σημείων θατέρου, τοσοῦτον τὸ μέγεθος τῆς εὐθείας τῆς ὑπ' αὐτῶν περατουμένης. καὶ τοῦτό ἐστιν τὸ ἐξ ἴσου κεῖσθαι τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις. εἰ δὲ ἐπὶ τῆς περιφερείας ἢ καὶ ἄλλης τινὸς γραμμῆς δύο σημεῖα λάβοις, τὸ μεταξὺ τούτων ἀπολαμβανόμενον διάστημα τῆς γραμμῆς μεῖζόν ἐστι τῆς ἀποστάσεως αὐτῶν. καὶ πᾶσα γραμμὴ τοῦτο πεπονθυῖα φαίνεται πλὴν τῆς εὐθείας. διὸ καὶ κατὰ κοινὴν ἔννοιαν τοὺς μὲν ἐπ' εὐθείας ὁδεύοντας τὴν ἀναγκαίαν μόνην πορεύεσθαί φασιν καὶ οἱ πολλοί, τοὺς δὲ μὴ ἐπ' εὐθείας πλεῖον τῆς ἀναγκαίας. ὁ δὲ Πλάτων ἀφορίζεται τὴν εὐθεῖαν γραμμήν, ἧς τὰ μέσα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ. καὶ γὰρ τοῦτο τὰ μὲν ἐπ' εὐθείας ἀλλήλοις κείμενα πάσχειν ἀναγκαῖον, τὰ δ' ἐπὶ κύκλου περιφερείας ἢ ἄλλης διαστάσεως οὐκ ἀναγκαῖον. ὅθεν δὴ καὶ οἱ ἀστρολογικοί φασι τότε

1 ἐστὶ τῶν νοερῶν H_2 p. 272. 5 τούτων τῶν] τῶν ὄντων *G*, corr. *C*, (τούτου τῶν) H_2 p. 453. 8 διὰ τοῦτον *G*, διὰ τούτου *C*. 9 τὸ μεταξὺ *G*. 13 ἑαυτοῖς *C*. || ἐπὶ] περὶ *G*. 17. 18 διὸ καὶ ... ἐπ εὐθείας om. *G*. 18 καὶ ὁδεύοντας *G*. 19 ἀναγκαῖαν *M*, *C*, ἀναγκαῖον *G*, ἀναγκαίαν ὁδὸν *Kn. I.* || πορεύεσθαι κατὰ τὴν εὐθεῖάν φασι *G*.
21 Plato, Parmen. p. 137, E. || ἧς] εἰς *M*, sed postera manus ἧς supra εἰς scripsit; οἷς *G*.

τὸν ἥλιον ἐκλείπειν, ὅταν ἐπὶ μιᾶς εὐθείας γένηται αὐτός τε καὶ ἡ σελήνη καὶ τὸ ὄμμα τὸ ἡμέτερον. τότε γὰρ ὑπὸ τῆς σελήνης ἐπιπροσθεῖσθαι μέσης αὐτοῦ καὶ ἡμῶν γενομένης. καὶ ἴσως ἔνδειξιν ἂν φέροι τὸ πάθος τῆς εὐθείας τοῦ καὶ ἐν τοῖς οὖσι κατὰ τὰς προόδους τὰς ἀπὸ τῶν αἰτιῶν τὰ μέσα διαιρετικὰ γίνεσθαι τῆς τῶν ἄκρων ὑποστάσεως καὶ τῆς πρὸς ἄλληλα αὐτῶν κοινωνίας. ὥσπερ δὴ κατὰ τὰς ἐπιστροφὰς συνελίττει καὶ τὰ ἀφ' ἑαυτῶν πρὸς τὰς ἀρχικὰς διεστῶτα αἰτίας. ὁ δ' αὖ Ἀρχιμήδης τὴν εὐθεῖαν ὥρισατο γραμμὴν ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. διότι γάρ, ὡς ὁ Εὐκλείδιος λόγος φησίν, ἐξ ἴσου κεῖται τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις, διὰ τοῦτο ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. εἰ γὰρ εἴη τις ἐλάττων, οὐκ ἐξ ἴσου κείσεται τοῖς πέρασιν ἑαυτῆς. καὶ μὴν καὶ οἱ ἄλλοι πάντες ὁρισμοὶ τῆς εὐθείας εἰς τὰς αὐτὰς ἐννοίας ἐμπίπτουσιν· οἷον ὅτι ἐπ' ἄκρον ἐστὶ τεταμένη γραμμή· καὶ ὅτι μέρος μὲν οὐκ ἔστιν αὐτῆς ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δὲ ἐν τῷ μετεωροτέρῳ· καὶ ὅτι πάντα αὐτῆς τὰ μέρη πᾶσιν ὁμοίως ἐφαρμόζει· καὶ ὅτι ἡ τῶν περάτων μενόντων καὶ αὐτὴ μένουσα· καὶ ὅτι ἡ μετὰ τῆς ὁμοειδοῦς | μιᾶς σχῆμα μὴ ἀποτελοῦσα. πάντα γὰρ ταῦτα τὴν ἰδιότητα σημαίνει τῆς εὐθείας, ἣν ἔχει τῷ τε ἁπλῆ εἶναι καὶ μίαν ἔχειν πρόοδον· ἐλαχίστην τῶν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἐπὶ θάτερον πέρας.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τῶν ὁρισμῶν τῆς εὐθείας

3 αὐτοῦ τε καὶ *G.* 7 ἀποστάσεως *G*, ὑποστάσεως *C.* 8 κατὰ] καὶ *G*, κατὰ *C.* 10 διεστῶτα om. *M*, *C.* 13 ἐφ' ἑαυτὴν *C.* 18 ἐπ' ἄκρων *G*, ἐπ' ἄκρον *C.* || τεταγμένη *G.* || γραμμή om. *G*, add. *C.* 23 μία *G*, μιᾶς *C.* 24 τότε *G.* || τό τε ἁπλῆν *Kn. I.* 25 Post ἐλαχίστην ἡ add. *M.*

γραμμῆς· διαιρεῖ δ' αὖ τὴν γραμμὴν ὁ Γεμῖνος πρῶτον μὲν εἰς τὴν ἀσύνθετον καὶ τὴν σύνθετον — καλεῖ δὲ σύνθετον τὴν κεκλασμένην καὶ γωνίαν ποιοῦσαν — ἔπειτα τὴν σύνθετον εἴς τε τὴν σχηματοποιοῦσαν καὶ τὴν ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλομένην, σχῆμα λέγων ποιεῖν τὴν κυκλικήν, τὴν τοῦ θυρεοῦ, τὴν κιττοειδῆ, μὴ ποιεῖν δὲ τὴν τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομήν, τὴν τοῦ ἀμβλυγωνίου, τὴν κογχοειδῆ, || τὴν εὐθεῖαν, πάσας τὰς τοιαύτας. καὶ πάλιν κατ' ἄλλον τρόπον τῆς ἀσυνθέτου γραμμῆς τὴν μὲν ἁπλῆν εἶναι, τὴν δὲ μικτήν, καὶ τῆς ἁπλῆς τὴν μὲν σχῆμα ποιεῖν ὡς τὴν κυκλικήν, τὴν δὲ ἀόριστον εἶναι ὡς τὴν εὐθεῖαν, τῆς δὲ μικτῆς τὴν μὲν ἐν τοῖς ἐπιπέδοις εἶναι, τὴν δὲ ἐν τοῖς στερεοῖς, καὶ τῆς ἐν ἐπιπέδοις τὴν μὲν ἐν αὐτῇ συμπίπτειν ὡς τὴν κιττοειδῆ, τὴν δ' ἐπ' ἄπειρον ἐκβάλλεσθαι, τῆς δὲ ἐν στερεοῖς τὴν μὲν κατὰ τὰς τομὰς ἐπινοεῖσθαι τῶν στερεῶν, τὴν δὲ περὶ τὰ στερεὰ ὑφίστασθαι. τὴν μὲν γὰρ ἕλικα τὴν περὶ σφαῖραν ἢ κῶνον περὶ τὰ στερεὰ ὑφεστάναι, τὰς δὲ κωνικὰς τομὰς ἢ τὰς σπειρικὰς ἀπὸ τοιᾶσδε τομῆς γεννᾶσθαι τῶν στερεῶν. ἐπινενοῆσθαι δὲ ταύτας τὰς τομὰς τὰς μὲν ὑπὸ Μεναίχμου τὰς κωνικάς, ὃ καὶ Ἐρατοσθένης ἱστορῶν λέγει· Μὴ δὲ Μεναιχμίους κωνοτομεῖν τριάδας· τὰς δὲ ὑπὸ Περσέως, ὃς καὶ τὸ ἐπίγραμμα ἐποίησεν ἐπὶ τῇ εὑρέσει

4 ἔπειτα .... σχηματοποιοῦσαν om. *G*, add. *C*. 6 τὴν κυκλικήν] κυκλικὸν *M*, *C*, κυκλικὴν *G*; τὴν ego addidi. 'Circularem' (sc. lineam) *B*, 'circulosam' *Z*. || θυραιοῦ *G*. 7 κώνου om. *G*, add. *C*. 12 Post εἶναι add. *G*: τὴν δὲ μικτὴν, delendum notavit *C*. || ὡς] εἰς *C*. 17 περὶ] ἐπὶ *G*. || τὰς στερεὰς *M*, *C*. Postera manus in *M* utroque loco α super ας scripsit. 17. 18 τὰ στερεὰ .... κῶνον περὶ om. *G*, add. *C*. 20 τῆς τοιᾶςδε *G*, τῆς del. *C*. || ἐπινοεῖσθαι *G*.

Τρεῖς γραμμὰς ἐπὶ πέντε τομαῖς εὑρὼν [ἑλικώδεις]
Περσεὺς τῶνδ' ἕνεκεν δαίμονας ἱλάσατο.

αἱ μὲν δὴ τρεῖς τομαὶ τῶν κώνων εἰσὶν παραβολὴ καὶ ὑπερβολὴ καὶ ἔλλειψις, τῶν δὲ σπειρικῶν τομῶν ἡ μέν ἐστιν ἐμπεπλεγμένη, ἐοικυῖα τῇ τοῦ ἵππου πέδῃ, ἡ δὲ κατὰ τὰ μέσα πλατύνεται, ἐξ ἑκατέρου δὲ ἀπολήγει μέρους, ἡ δὲ παραμήκης οὖσα τῷ μὲν μέσῳ διαστήματι ἐλάττονι χρῆται, εὐρύνεται δὲ ἐφ' ἑκάτερα. τῶν δὲ ἄλλων μίξεων τὸ πλῆθος ἀπέραντόν ἐστιν· καὶ γὰρ στερεῶν σχημάτων πλῆθός ἐστιν ἄπειρον καὶ τομαὶ αὐτῶν συνίστανται πολυειδεῖς. οὐ γὰρ εὐθεῖα μὲν κατὰ κύκλον κινουμένη ποιεῖ τινα ἐπιφάνειαν, οὐχὶ δὲ καὶ αἱ κωνικαὶ γραμμαὶ καὶ αἱ κογχοειδεῖς καὶ αὐταὶ αἱ περιφέρειαι. παντοίως οὖν ταῦτα τὰ στερεὰ τεμνόμενα ποικίλα δείκνυσιν εἴδη γραμμῶν.

Τῶν δὲ περὶ τὰ στερεὰ συνισταμένων γραμμῶν αἱ μέν εἰσιν ὁμοιομερεῖς, ὡς αἱ περὶ τὸν κύλινδρον ἕλικες, αἱ δὲ ἀνομοιομερεῖς, ὥσπερ αἱ ἄλλαι πᾶσαι. συνάγεται οὖν ἐκ τούτων τῶν διαιρέσεων, ὡς αἱ τρεῖς μόναι γραμμαὶ ὁμοιομερεῖς εἰσιν, ἡ εὐθεῖα, ἡ κυκλικὴ καὶ ἡ κυλινδρικὴ ἕλιξ. δύο μὲν ἐν ἐπιπέδῳ ἁπλαῖ, μία δὲ μικτὴ περὶ στερεῷ. καὶ τοῦτο ἀποδείκνυσιν ἐναργῶς ὁ Γεμῖνος προαποδείξας, ὅτι, ἂν πρὸς ὁμοιο-

1 *τομὰς Z.* ‖ *εὑρὼν τὰς σπειρικὰς λέγων M, C, Z, εὑρὼν τὰς * σπειρικὰς* B_3, *G, εὑρὼν ἑλικώδεις Kn. I* u. *III* p. 6. 'spiricas cum invenisset' *B.* 2 *ἕνεκα G.* 6 *ἀπολήγει G, ἀπολογεῖ M, C.* 10 *τομαὶ] τὰ μὲν G, τὸ μὲν C.* 11 *πολυειδῆ G, πολυειδεῖς C.* 12 *κύκλου M, C;* 'circulariter' *B,* 'circulose' *Z.* ‖ *τινα* om. *G.* 13 *αἱ* et ante *κωνικαὶ* et ante *κογχοειδεῖς* om. *G,* add. *C.* 14 *ταῦτα* om. *G.* 17 *περὶ] ἐπί G.* 22 *τὸ στερεόν G, στερεῷ C.* 23 *προσαποδείξας G, πρὸς ἀποδείξεις C.*

μερῆ γραμμὴν ἀπό του σημείου δύο εὐθεῖαι προσεκβληθῶσιν ἴσας πρὸς αὐτὴν ποιοῦσαι γωνίας, ἴσαι εἰσίν. καὶ ληπτέον ἐκ τῶν ἐκείνου τοῖς φιλομαθέσι τὰς ἀποδείξεις, ἐπεὶ καὶ τὰς γενέσεις τῶν σπειρικῶν γραμμῶν καὶ τῶν κογχοειδῶν || καὶ τῶν κισσοειδῶν παραδίδωσιν. ἡμεῖς δὲ τὰς μὲν ἐπωνυμίας αὐτῶν καὶ τὰς διαιρέσεις ἱστορήσομεν εἰς τὴν περὶ αὐτῶν ζήτησιν ἐγείροντες τοὺς εὐφυεῖς, τὸ δὲ περὶ τὴν ἑκάστων ζήτησιν τοὺς λόγους ἀκριβοῦν ἐν τοῖς παροῦσιν ἡγούμεθα περίεργον εἶναι, τοῦ γεωμέτρου τὰς ἁπλᾶς καὶ ἀρχοειδεῖς ἡμῖν ἐνταῦθα μόνας γραμμὰς ἐκφήναντος, τὴν μὲν εὐθεῖαν κατὰ τὸν προκείμενον ὁρισμόν, τὴν δὲ περιφέρειαν κατὰ τὴν ἀπόδοσιν τοῦ κύκλου. τότε γὰρ ἐρεῖ τὴν γραμμὴν τὴν περατοῦσαν τὸν κύκλον εἶναι περιφέρειαν. μικτῆς δὲ γραμμῆς οὐδαμοῦ μέμνηται. καίτοι γωνίας οἶδε μικτάς, ὥσπερ τὴν τῶν ἡμικυκλίων καὶ τὴν κερατοειδῆ, καὶ σχήματα ἐπίπεδα μικτά, [τὰ τμήματα] καὶ τοὺς τομέας, καὶ στερεά, τοὺς κώνους καὶ κυλίνδρους. τῶν μὲν οὖν ἄλλων ἑκάστου τὰ τρία παραδίδωσιν εἴδη, τῶν δὲ γραμμῶν τὰ δύο μόνα, τὸ εὐθὺ καὶ περιφερές, ἡγούμενος δεῖν ἐν τοῖς περὶ τῶν ἁπλῶν λόγοις τὰ ἁπλᾶ παραλαμβάνειν εἴδη. πάντα γὰρ τὰ ἄλλα συνθετώτερα τῶν γραμμῶν. ἑπόμενοι δὴ οὖν καὶ ἡμεῖς τῷ γεωμέτρῃ στήσωμεν ἐπὶ τῶν ἁπλῶν γραμμῶν τὴν διάρθρωσιν αὐτῶν.

1 ἀπὸ τοῦ *M*, *G*, 'ab uno signo' *B*, 'a signo' *Z*, ἀφ' ἑνὸς *Kn. I.* 8 ἑκάστου *G.* 13 περιφερῆ *G.* 15 γραμμῆς om. *G.* || οὐδέπω *G*, οὐδαμοῦ *C.* 16 τοῦ ἡμικυκλίου *Kn. I.* 18 τὰ τμήματα, quae om. *M*, B_3, *G* (*Z*), addidit *Kn. I.* 'Segmenta s. atque Sectores' *B.* || στερεῶν *G.* 21 ἡγούμενος δεῖν] δεῖ γὰρ *G*, $B_3 = M$, 'cum arbitraretur opus esse' *B*, 'arbitratus' *Z.* 25 διόρθωσιν *G.*

Def. V. *Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.*

Μετὰ τὸ σημεῖον καὶ τὴν γραμμὴν ἡ ἐπιφάνεια τέτακται διχῇ διαστᾶσα κατά τε μῆκος καὶ πλάτος, ἀβαθὴς δὲ μείνασα καὶ ταύτῃ τοῦ τριχῇ διαστάντος ἁπλουστέραν ἔχουσα φύσιν. διὸ καὶ ὁ γεωμέτρης τὸ μόνον προσέθηκε τοῖς δύο διαστήμασιν ὡς ἂν τῆς τρίτης διαστάσεως οὐκ οὔσης ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ, καί ἐστι καὶ τοῦτο τῇ ἀποφάσει τοῦ βάθους ἴσον | δυνάμενον, ἵνα κἀνταῦθα τὴν μὲν ὑπεροχὴν τῆς ἐπιφανείας τὴν κατὰ ἁπλότητα πρὸς τὸ στερεὸν σημαίνῃ διὰ τῆς ἀποφάσεως ἢ τῆς ἰσοδυναμούσης τῇ ἀποφάσει προσθήκης, τὴν δὲ ὕφεσιν τὴν πρὸς τὰ πρὸ αὐτῆς διὰ τῶν καταφάσεων.

Ἄλλοι δὲ πέρας αὐτὴν ὡρίσαντο σώματος ταὐτόν πως λέγοντες — τὸ γὰρ περατοῦν τοῦ περατουμένου μιᾷ λείπεται διαστάσει — οἱ δὲ μέγεθος διχῇ διαστατόν, οἱ δὲ ἄλλως, ὁπωσοῦν σχηματίζοντες τὴν ἀπόδοσιν σημαίνοντες ταὐτόν.

Τῆς δὲ ἐπιφανείας ἔννοιαν μὲν ἔχειν ἡμᾶς φασιν, ὅταν τὰ χωρία μετρῶμεν καὶ τοὺς ὅρους αὐτῶν ἀφορίζωμεν κατά τε μῆκος καὶ πλάτος, αἴσθησιν δέ τινα λαμβάνειν ‖ εἰς τὰς σκιὰς ἀποβλέποντας· αὗται γὰρ ἀβαθεῖς οὖσαι διὰ τὸ μὴ δύνασθαι χωρεῖν εἰς τὸ κάτω τῆς γῆς πλάτος ἔχουσι μόνον καὶ μῆκος. οἱ δέ γε

4 *διαστᾶσα* om. *G.* 5 *ἀμαθὴς G.* ‖ *αὕτη G, ταύτῃ C.* ‖ *διαπαντὸς G, διαστάντος C.* 11 *σημάνῃ G.* 13 *πρὸς τὰ* delenda notavit *C.* 14 *καταστάσεων G, καταφάσεων C.* 18 *ἄλλοι G.* ‖ *σχηματίζονται G, σχηματίζοντες C.* 20 *φησὶν C.* 22 *τε* om. *G*, add. *C.* 23 *ἀποβλέποντες G.*

Πυθαγόρειοι τῇ τριάδι προσήκειν ἔλεγον αὐτήν, διότι δὴ τὰ ἐπ' αὐτῆς σχήματα πάντα πρωτίστην αἰτίαν ἔχει τὴν τριάδα. ὁ μὲν γὰρ κύκλος, ὅς ἐστιν ἀρχὴ τῶν περιφερομένων, ἐν κρυφίῳ ἔχει τὸ τριαδικὸν τῷ κέντρῳ τῇ διαστάσει τῇ περιφερείᾳ· τὸ δὲ τρίγωνον ἁπάντων ἡγεμονοῦν τῶν εὐθυγράμμων παντί που δῆλον, ὅτι τῇ τριάδι κατέχεται καὶ κατ' ἐκείνην μεμόρφωται.

Def. VI. *Ἐπιφανείας δὲ πέρατα γραμμαί.*

Καὶ ἀπὸ τούτων ὡς εἰκόνων ληπτέον ὅτι πᾶν τὸ προσεχῶς ἑκάστου τῶν ὄντων ἁπλούστερον τὸν ὅρον ἐπάγει καὶ τὸ πέρας ἑκάστῳ. καὶ γὰρ ψυχὴ τὴν τῆς φύσεως ἐνέργειαν ἀφορίζει καὶ τελειοῖ καὶ φύσις τὴν τῶν σωμάτων κίνησιν, καὶ πρὸ τούτων νοῦς μετρεῖ τὰς περιόδους τῆς ψυχῆς καὶ αὐτοῦ τοῦ νοῦ τὴν ζωὴν τὸ ἕν. πάντων γὰρ ἐκεῖνο μέτρον. ὥσπερ δὴ καὶ ἐν τούτοις ὁρίζεται μὲν τὸ στερεὸν ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας, ὁρίζεται δὲ καὶ ἡ ἐπιφάνεια ὑπὸ τῆς γραμμῆς καὶ αὕτη ὑπὸ τοῦ σημείου· πάντων γὰρ ἐκεῖνο πέρας. ἐν μὲν οὖν τοῖς ἀύλοις εἴδεσι καὶ ἀμερέσι λόγοις ἡ γραμμή, μονοειδὴς ὑπάρχουσα κατὰ τὴν πρόοδον, τὴν τῆς ἐπιφανείας ποικίλην κίνησιν περατοῖ καὶ συνέχει,

2 πρώτην (πρὸς τὴν) H_1 p. 453, H_2 p. 261. ‖ αἰτίαν om. *G*, add. *C*. 3 ἔχειν *C*. ‖ ὅς om. *G*, add. *C*. 4 Super περιφερομένων in *M* postera manu scripsit γραμμῶν. ‖ καὶ ἐγκρυφίως *G*, ἐν κρυφίῳ *C*, H_1 H_2. ‖ τῷ τριαδικῷ *G*, τὸ τριαδικὸν *C*. H_1 H_2. 7 τῇ om. *G*. 10 πῶς *G*, πᾶν *C*. 14 ἀσωμάτων *C*; 'Corporum' *B*, *Z*. 16 ἐκείνων *G*. 18 δὴ καὶ *G*, δὲ καὶ *C*. ‖ ἡ om. *G*. 19 αὐτὴ *M*. 21—22 κατὰ τὴν πρόοδον . . . περατοῖ] καὶ τ. πρ. τ. τ. ἐπ. κατὰ π. κ. π. postera manus in *M*; in Superficiei progressu varium motum terminat' *B*, ':iuxta progressum: varium superficiei motum terminat' *Z*.

καὶ τὴν ἀπειρίαν αὐτῆς ἐνίξει προσεχῶς, ἐν δὲ ταῖς εἰκόσιν αὐτοῦ τοῦ περατουμένου τὸ περατοῦν γεγονὸς οὕτως αὐτῷ δίδωσι τὸν ὅρον.

Εἰ δέ τις ἐπιζητοίη κἀνταῦθα, πῶς πάσης ἐπιφανείας πέρατα γραμμαί, μὴ δὲ τῆς πεπερασμένης πάσης — ἡ γὰρ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας πεπέρασται μέν, οὐχ ὑπὸ γραμμῶν δέ, ἀλλ' αὐτὴ ὑφ' αὑτῆς — ἐροῦμεν, ὅτι τὴν ἐπιφάνειαν, καθόσον ἐστὶ διχῇ διαστατή, λαβόντες εὑρήσομεν ὑπὸ γραμμῶν ὁριζομένην κατά τε τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος, εἰ δὲ τὴν σφαιρικὴν θεωροῖμεν ἐσχηματισμένην αὐτὴν καὶ προσλαβοῦσαν ἄλλην ποιότητα, λαμβάνομεν καὶ πέρας ἀρχῇ συνάψασαν καὶ ἐκ τῶν δύο περάτων ἓν ποιήσασαν, καὶ τοῦτο δυνάμει μόνον ἓν ὑπάρχον καὶ οὐ κατ' ἐνέργειαν.

‖ Def. VII. *Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.*

Τοῖς μὲν παλαιοτέροις τῶν φιλοσόφων οὐκ ἐδόκει τῆς ἐπιφανείας εἶδος τίθεσθαι τὸ ἐπίπεδον, ἀλλ' ὡς ταὐτὸ ἑκάτερον παραλαμβάνειν εἰς παράστασιν τοῦ διχῇ διαστάντος μεγέθους. οὕτω γὰρ καὶ ὁ θεῖος Πλάτων τὴν γεωμετρίαν τῶν ἐπιπέδων ἔφατο θεωρητικὴν εἶναι, πρὸς τὴν στερεομετρίαν αὐτὴν ἀντιδιαιρῶν ὡς ἂν τῆς αὐτῆς οὔσης τῷ ἐπιπέδῳ τῆς ἐπιφανείας· καὶ ὁ δαιμόνιος Ἀριστοτέλης ὡσαύτως. Εὐκλείδης δὲ καὶ οἱ μετ' αὐτὸν γένος μὲν ποιοῦσι τὴν ἐπιφάνειαν, εἶδος δὲ τὸ ἐπίπεδον ὡς τῆς γραμμῆς

4 *ἐπιζητήσειεν G.* 5 *αἱ γραμμαί G.* ‖ Post *πάσης οὖσαι* add. *G*, del. *C.* 7 *ἢ ἐροῦμεν G, C* del. *ἤ.* 10 *θεωρήσομεν G.* 12 *συνάψαν M.*

τὴν εὐθεῖαν. διὸ καὶ τὸ ἐπίπεδον χωρὶς ἀφορίζεται τῆς ἐπιφανείας κατὰ τὸ ἀνάλογον τῇ εὐθείᾳ· καὶ γὰρ ἐκείνην ἴσην εἶναι τῷ μεταξὺ διαστήματι τῶν σημείων ἔλεγεν καὶ ταύτην ὁμοίως δυεῖν εὐθειῶν ἐκκειμένων ἴσον κατέχειν τόπον τῷ μεταξὺ τῶν εὐθειῶν. αὕτη γάρ ἐστιν ἡ ἐξ ἴσου κειμένη ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις, ἣν καὶ ἕτεροι, τὸ αὐτὸ δηλοῦντες, ἐπ' ἄκρον τεταμένην εἰρήκασιν, οἱ δὲ ἧς πᾶσι τοῖς μέρεσιν εὐθεῖα ἐφαρμόζει. φαῖεν δὲ ἄν τινες αὐτὴν καὶ ἐλαχίστην τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν ἐπιφανειῶν, καὶ ἧς τὰ μέσα τοῖς ἄκροις ἐπιπροσθεῖ, καὶ πάντας τοὺς τῆς εὐθείας ὅρους καὶ εἰς τὴν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν τὸ γένος μόνον ἐξαλλάττοντες δυνήσονται μεταφέρειν. τὸ γὰρ εὐθὺ τοῦτο καὶ περιφερὲς καὶ τὸ μικτὸν ἀπὸ τῶν γραμμῶν ἀρξάμενα διατείνει μέχρι τῶν στερεῶν, ὡς εἴπομεν. ἔστι γὰρ καὶ ἐν ἐπιφανείαις καὶ ἐν στερεοῖς κατὰ τὸ ἀνάλογον. διὸ καὶ ὁ Παρμενίδης πᾶν σχῆμά φησιν ἢ εὐθὺ εἶναι ἢ περιφερὲς ἢ μικτόν. εἴπερ οὖν ἐθέλοις τὸ εὐθὺ θεωρεῖν ἐν ἐπιφανείαις, λάβε τὸ ἐπίπεδον, ᾧ ἐφαρμόζει παντοίως ἡ εὐθεῖα, εἰ δὲ τὸ περιφερές, τὴν σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν, εἰ δὲ τὸ μικτόν, τὴν κυλινδρικὴν ἢ κωνικὴν ἤ τινα τοιαύτην. δεῖ δέ, φησὶν ὁ Γεμῖνος, μικτῆς λεγομένης γραμμῆς, μικτῆς δὲ καὶ ἐπιφανείας εἰδέναι τὸν τρόπον τῆς μίξεως ὄντα διάφορον. οὔτε γὰρ κατὰ σύνθεσιν ἡ μίξις ἐπὶ τῶν

3 εἶναι ἴσην *G*. 4 δυῶν *G*, δυεῖν *C*. 4—5 ἐκκειμένων . . . . τῶν εὐθειῶν om. *G*, add. *C*. 5 τὸ μεταξὺ *C*. 6 ἡ om. *G*. 7 ἄκρω *G*, ἄκρον *C*. 8 ἣν *G*, ἧς *C*. 17 Παρμενείδης *M*. 18 χρῆμα *G*, σχῆμα *C*. 25 Post σύνθεσιν addit μόνον *G*, 'tantum' *B*, 'dumtaxat' *Z*; at vide infra: ἐν δὲ ταῖς ἐπιφανείαις ἡ μίξις οὔτε κατὰ σύνθεσιν οὔτε κατὰ σύγχυσιν. $B_3 = M$.

γραμμῶν, οὔτε κατὰ κρᾶσιν. ἡ γὰρ ἕλιξ μικτή ἐστιν καὶ οὐκ ἔστι μέρος | μὲν αὐτῆς εὐθύ, μέρος δὲ περιφερὲς ὥσπερ τῶν κατὰ σύνθεσιν μικτῶν, οὐδὲ τεμνομένη πως ἡ ἕλιξ ἔμφασιν παρέχεται τῶν ἁπλῶν, ὅπερ ὑπομένει τὰ μεμιγμένα κατὰ κρᾶσιν, ἀλλ' ἔστιν ἐν αὐτῇ συνεφθαρμένα τὰ ἄκρα καὶ συγκεχυμένα, ὥστε τοῦτό γε ‖ Θεόδωρος ὁ μαθηματικὸς οὐκ ὀρθῶς κρᾶσιν ἐπὶ τῶν γραμμῶν παραλαμβάνει. ἐν δὲ ταῖς ἐπιφανείαις ἡ μίξις οὔτε κατὰ σύνθεσιν οὔτε κατὰ σύγχυσιν, ἀλλὰ μᾶλλον κατά τινα κρᾶσιν. νοήσαντες γὰρ κύκλον ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ καὶ σημεῖον μετέωρον καὶ ἀπὸ τοῦ σημείου προσεκβάλλοντες εὐθεῖαν τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ καὶ περιελίξαντες αὐτὴν ποιήσομεν κωνικὴν ἐπιφάνειαν μικτὴν οὖσαν, καὶ πάλιν τέμνοντες αὐτὴν ἀναλύσομεν εἰς τὰ ἁπλᾶ. διὰ μὲν γὰρ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν ἄγοντες τὴν τομὴν ποιήσομεν τρίγωνον, παρὰ δὲ τὴν βάσιν ἄγοντες τὴν τομὴν ποιήσομεν τὸ τέμνον ἐπίπεδον κυκλικόν. τῶν δὲ γραμμῶν ἡ ἰδέα τὸν τρόπον τῆς μίξεως οὐ δείκνυσιν ὄντα κατὰ κρᾶσιν· οὐδὲ γὰρ ἀναπέμπει ἡμᾶς εἰς τὴν τῶν στοιχείων ἁπλῆν φύσιν. αἱ δὲ ἐπιφάνειαι τεμνόμεναι εὐθὺς ἐμφαίνουσιν καὶ δι' ὁποίων εἰσὶ γεγονυῖαι γραμμῶν.

Ὁ μὲν οὖν τρόπος τῆς μίξεως διάφορος ἐπί τε γραμμῶν, ὡς εἴρηται, καὶ ἐπιφανειῶν. ὥσπερ δὲ ἐν ταῖς γραμμαῖς ἦσαν ἁπλαῖ τινες, ἥτε εὐθεῖα καὶ ἡ περιφερής — τούτων γὰρ καὶ οἱ πολλοὶ προλήψεις

7 *οὐκ ὀρθῶς* om. *G*; 'non recte' *B*, 'haud recte' *Z*. 8 *παραλαμβάνειν M*. 13 *ποιήσωμεν M*, *G*. 15 *ἀναλύσωμεν G*. 16 *ἄγοντες εἰς τὴν G*. 17—18 *τρίγωνον .... ποιήσομεν* om. *G*. 18 *ποιήσωμεν τὸ τέμνον M*. ‖ *τέμον G*, *τέμνον C*. 24 *οὖν* om. *G*, add. *C*. 27 *προσλήψεις G*.

ἔχουσιν ἀδιδάκτους, τῶν δὲ μικτῶν τὰ εἴδη τεχνικωτέρας ἐδεῖτο κατανοήσεως — οὕτω δὴ καὶ τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις στοιχειωδεστάτων, τῆς ἐπιπέδου καὶ τῆς σφαιρικῆς, αὐτόθεν τὰς ἐννοίας ἔχομεν, τῶν δὲ κατὰ μίξιν ὑφισταμένων ἡ ἐπιστήμη καὶ ὁ ταύτης λόγος ἀνευρίσκει τὴν ποικιλίαν. ὃ δέ ἐστι θαυμαστὸν ἐν ταύταις, ὅτι καὶ ἀπὸ κυκλικῆς μίξις γίνεται πολλάκις τῆς ἐπιφανείας κατὰ τὴν γένεσιν, ὃ δὲ συμβαίνειν φαμὲν κατὰ τὴν σπειρικὴν ἐπιφάνειαν· κατὰ γὰρ κύκλου νοεῖται στροφὴν ὀρθοῦ διαμένοντος καὶ στρεφομένου περὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, διὸ καὶ τριχῶς ἡ σπεῖρα γίνεται, ἢ γὰρ ἐπὶ τῆς περιφερείας ἐστὶ τὸ κέντρον ἢ ἐντὸς ἢ ἐκτός. καὶ εἰ μὲν ἐπὶ τῆς περιφερείας ἐστὶ τὸ κέντρον, γίνεται σπεῖρα συνεχής, εἰ δὲ ἐντός, ἡ ἐμπεπλεγμένη, εἰ δὲ ἐκτός, ἡ διεχής. καὶ τρεῖς αἱ σπειρικαὶ τομαὶ κατὰ τὰς τρεῖς ταύτας διαφοράς. πᾶσα δὲ ὅμως σπεῖρα καίτοι μιᾶς οὔσης καὶ κυκλικῆς τῆς κινήσεως μικτή ἐστι. γίνονται δὲ ἐπιφάνειαι μικταὶ καὶ ἀπὸ τῶν ἁπλῶν, ὡς εἴπαμεν, γραμμῶν τοιῶσδε κινουμένων καὶ ἀπὸ τῶν μικτῶν. αἱ γοῦν κινητικαὶ γραμμαὶ τρεῖς οὖσαι τέτταρας ποιοῦσιν ἐπιφανείας μικτάς, ἃς καλοῦσι κωνοειδεῖς. ἀπὸ μὲν γὰρ τῆς παραβολῆς στρεφομένης περὶ τὸν ἄξονα γίγνεται τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδές, ἀπὸ δὲ τῆς ἐλλείψεως τὰ καλούμενα σφαιροειδῆ, εἰ μὲν περὶ τὸν μείζονα τῶν ἀξόνων ἡ στροφὴ γένοιτο,

4 αὐτόθι *G*. 7 τῆς κυκλικῆς *G*. 8 συμβαίνει *C*. 10 κύκλον *M, C*. 11 In *M* in margine adscriptum est: σημεῖον. 13 καὶ η μὲν *M*. 15 ἡ et ante ἐμπεπλεγμένη et ante διεχής om. *G*. 16 καὶ τρεῖς . . . τομαὶ om. *G*. 17 τὰς om. *G*. 20 εἴπομεν *G*. ‖ καὶ ἀπὸ τῶν κινουμένων *G*, quae delenda censet *C*.

τὸ ἐπίμηκες, εἰ δὲ περὶ τὸν ἐλάσσονα, τὸ ἐπίπλατυ, ἀπὸ δὲ τῆς ὑπερβολῆς ἄλλο κωνοειδές. δεῖ δὲ εἰδέναι, ὅτι ποτὲ μὲν ἀπὸ τῶν γραμμῶν εἰς ἔννοιαν ἐρχόμεθα τῶν ἐπιφανειῶν, ποτὲ δὲ ἀνάπαλιν. ἀπὸ γὰρ τῶν κωνικῶν καὶ σπειρικῶν ἐπιφανειῶν προσεπενοήσαμεν τάς τε κωνικὰς καὶ τὰς σπειρικὰς ‖ γραμμάς.

Καὶ μὴν καὶ τοῦτο δεῖ προειλῆφθαι περί τε γραμμῶν καὶ ἐπιφανειῶν διαφοράς, ὅτι γραμμαὶ μέν εἰσι τρεῖς ὁμοιομερεῖς, ὥσπερ ἤδη προείπομεν, ἐπιφάνειαι δὲ δύο μόνον, ἐπίπεδος καὶ σφαιρική, οὐκέτι δὲ καὶ ἡ κυλινδρική. οὐ γὰρ πάντα πᾶσιν ἐφαρμόττειν δύναται τὰ μέρη τῆς κυλινδρικῆς ἐπιφανείας.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τῶν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις ἡμῖν εἰρήσθω διαφορῶν, ὧν μίαν ὁ γεωμέτρης ἐκλεξάμενος, τὴν ἐπίπεδον, ταύτην ὡρίσατο, καὶ ὡς ἐπὶ ταύτης ὑποκειμένης θεωρήσει τά τε σχήματα καὶ τὰ τούτων πάθη. καὶ γὰρ εὐπορώτερος ὁ λόγος αὐτῷ γίνεται μᾶλλον ἢ ἐπ᾽ ἄλλης ἐπιφανείας. καὶ γὰρ εὐθείας καὶ κύκλους καὶ ἕλικας ἐπὶ ταύτης νοεῖν δυνατόν, καὶ τομὰς κύκλων καὶ εὐθειῶν καὶ ἁφὰς καὶ παραβολὰς καὶ γωνιῶν παντοίων συστάσεις. ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων ἐπιφανειῶν οὐ πάντα ταῦτα δύναται θεωρηθῆναι. ἐπὶ γὰρ τῆς σφαιρικῆς πῶς ἂν εὐθεῖαν λάβοις ἢ εὐθύγραμμον γωνίαν, ἐπὶ δὲ τῆς κωνικῆς ἢ κυλινδρικῆς πῶς ἂν κύκλων τομὰς ἢ εὐθειῶν θεωρήσειας; εἰκότως οὖν καὶ ὡρίσατο ταύτην τὴν ἐπιφάνειαν, καὶ ἐπ᾽ αὐτῆς

2 ἄλλο κωνοειδές] ἀλλοκωνοειδὲς B_3, ἑλυκωνοειδές *G*, ἄλλο κωνοειδές *C*. 'Obtusangulum Conoides' *B*, 'heliconoides' *Z*. 5 προσεπενοήσομεν *G*, προσεπινοήσαμεν *M*, *C*. 8 καὶ διαφορᾶς *C*. 11 παντάπασιν *G*. 16 τε om. *G*. 18 ἄλλου *M*, ἄλλας *G*, ἄλλης *C*. 20 εὐθειῶν] ἐπιφανειῶν *G*, εὐθειῶν *C*. 25 κύκλων τομὰς] ἢ κύκλων *G*.

πάντα ἐκτιθέμενος πραγματεύεται. καὶ γὰρ τὴν πραγματείαν ἐντεῦθεν ἐπίπεδον προσείρηκεν καὶ οὕτω δεῖ νοεῖν τὸ μὲν ἐπίπεδον οἷον προβεβλημένον καὶ πρὸ ὀμμάτων κείμενον, πάντα δὲ ὡς ἐπὶ τούτῳ τὴν διάνοιαν γράφουσαν, τῆς μὲν φαντασίας οἷον ἐπιπέδῳ κατόπτρῳ προσεικασμένης, τῶν δὲ ἐν διανοίᾳ λόγων τὰς ἑαυτῶν ἐμφάσεις εἰς ἐκεῖνο καταπεμπόντων.

Def. VIII. *Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν ἡ ἐν ἐπιπέδῳ δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλή|λων καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.*

Τὴν γωνίαν οἱ μὲν τῶν παλαιῶν ἐν τῇ τοῦ πρός τι κατηγορίᾳ τάττοντες κλίσιν εἰρήκασιν ἢ γραμμῶν εἶναι πρὸς ἀλλήλας κεκλιμένων ἢ ἐπιπέδων, οἱ δὲ ἐν τῇ ποιότητι καὶ ταύτην περιλαμβάνοντες, ὡς τὸ εὐθὺ καὶ τὸ καμπύλον πάθος τοιόνδε λέγουσιν ἐπιφανείας ἢ στερεοῦ, οἱ δὲ εἰς ποσότητα ἀναφέροντες ἐπιφάνειαν ἢ στερεὸν αὐτὴν εἶναι συγχωροῦσι. διαιρεῖται γὰρ ἡ μὲν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις ὑπὸ γραμμῆς, ἡ δὲ ἐν τοῖς στερεοῖς ὑπὸ ἐπιφανείας. τὸ δὲ ὑπὸ τούτων, φασί, διαιρούμενον οὐκ ἄλλο τί ἐστιν ἢ μέγεθος καὶ τοῦτο οὐ γραμμικόν — ἡ γὰρ γραμμὴ ὑπὸ σημείου διαιρεῖται —, λείπεται οὖν αὐτὴν ἢ ἐπιφάνειαν ἢ στερεὸν ‖ εἶναι. ἀλλ' εἰ μέγεθος, πάντα δὲ τὰ ὁμογενῆ μεγέθη πεπερασμένα ὄντα λόγον ἔχει πρὸς ἄλληλα, καὶ αἱ

2 *προσήρηκεν C.* 7 *ἐννοίας G, ἐμφάσεις C.* 12 *παλαιῶν] γραμμῶν G, παλαιῶν* B_3, *C,* 'veterum Philosophorum' *B,* 'Ex veteribus' *Z.* ‖ *τοῦ] τῶν G.* 17 *ποιότητα G, ποσότητα C.* 24 *εἰ μὲν μέγεθος G.*

γωνίαι πᾶσαι αἱ ὁμογενεῖς ἤγουν αἱ ἐν ἐπιφανείαις λόγον πρὸς ἀλλήλας ἕξουσιν, ὥστε καὶ ἡ κερατοειδὴς πρὸς τὴν εὐθύγραμμον. τὰ δὲ λόγον ἔχοντα πρὸς ἄλληλα δύναται ἀλλήλων ὑπερέχειν πολλαπλασιαζόμενα. ὑπερέξει ἄρα ποτὲ καὶ ἡ κερατοειδὴς τὴν εὐθύγραμμον, ὅπερ ἀδύνατον. δείκνυται γὰρ ὅτι πάσης ἐστὶν ἐλάττων εὐθυγράμμου. καὶ μὴν καὶ εἰ ποιότης μόνον ἐστὶν ὡς ἡ θερμότης καὶ ἡ ψυχρότης, πῶς εἰς ἴσα διαιρετή ἐστιν; οὐ γὰρ παρ' ἔλαττον ταῖς γωνίαις ὑπάρχει τὸ ἴσον καὶ ἄνισον ἢ τοῖς μεγέθεσιν, καὶ ὅλως τὸ διαιρετὸν ὁμοίως ἑκατέροις καθ' αὑτὸ συμβέβηκεν. εἰ δὲ οἷς ταῦτα καθ' αὑτὸ ὑπάρχει ποσὰ ἄττα ἐστὶ καὶ οὐ ποιότητες, καὶ αἱ γωνίαι ποιότητες δῆλον ὅτι οὐκ ἂν εἶεν· τῆς γὰρ ποιότητος τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον οἰκεῖα πάθη καὶ οὐ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον. ἔδει τοίνυν μὴ λέγειν ἀνίσους γωνίας καὶ τὴν μὲν μείζονα τὴν δὲ ἐλάσσονα, ἀλλ' ἀνομοίους καὶ τὴν μὲν μᾶλλον γωνίαν, τὴν δὲ ἧσσον. ταῦτα δὲ ὅτι τῆς τῶν μαθημάτων ὑπάρξεώς ἐστιν ἀλλότρια, παντί που καταφανές. πᾶσα γὰρ γωνία τὸν αὐτὸν ἐπιδέχεται λόγον καὶ οὐχὶ ἡ μέν ἐστι γωνία μᾶλλον ἡ δὲ ἧσσον. τὸ δὴ τρίτον, εἰ κλίσις ἐστὶν ἡ γωνία καὶ ὅλως τῶν πρός τι, συμβήσεται μιᾶς οὔσης κλίσεως μίαν εἶναι καὶ γωνίαν ἀλλ' οὐ πλείους. εἰ γὰρ μηδέν ἐστιν ἄλλο παρὰ τὴν σχέσιν τῶν γραμμῶν ἢ τῶν ἐπιπέδων, τίς μηχανὴ μίαν μὲν εἶναι τὴν σχέσιν, πλείους δὲ γωνίας; εἰ

1 εἰ γοῦν *G*, ἤ in *M* in rasura est scriptum. 2 ὥστε om. *G*. 6 δείκνυται] μὴ δύναται *G*; μὴ delendum not. C. 10 ἢ om. *G*, in *M* prima ut videtur manu intra lineas est scriptum. 13 ἄλλα *G*, ἄττα *C*. 15 In *M* in margine adscriptum est ἧσσον. 26 τὴν σχέσιν τῶν γραμμῶν ἢ τῶν ἐπιπέδων, πλείους δὲ τὰς γωνίας *G*.

τοίνυν νοήσειας κῶνον τῷ διὰ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν τριγώνῳ τετμημένον ἐν τῷ ἡμικωνίῳ κατὰ τὴν κορυφὴν μίαν μὲν θεωρήσεις κλίσιν τῶν γραμμῶν τῶν τοῦ τριγώνου, δύο δὲ ἀφεστώσας γωνίας, τὴν μὲν ἐπίπεδον, τὴν αὐτοῦ τοῦ τριγώνου, τὴν δὲ ἐπὶ τῆς μικτῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, περιεχομένην δὲ ἑκατέραν ὑπὸ τῶν προειρημένων δυεῖν γραμμῶν. οὐκ ἄρα ἡ τούτων σχέσις ἐποίει τὴν γωνίαν, ἀλλὰ μὴν ἀναγκαῖον αὐτὴν ἢ ποιότητα λέγειν, ἢ ποσόν, ἢ τῶν πρός τι. τὰ μὲν γὰρ σχήματα ποιότητες, οἱ δὲ λόγοι τούτων πρὸς ἄλληλα τῶν πρός τι. δεῖ τοίνυν καὶ τὴν γωνίαν ὑφ' ἕν τι τούτων ἀνάγεσθαι τῶν τριῶν γενῶν.

Τοιούτων δὴ τῶν ἀπόρων ὄντων καὶ τοῦ μὲν Εὐκλείδου κλίσιν λέγοντος τὴν γωνίαν, τοῦ δὲ Ἀπολλωνίου συναγωγὴν ἐπιφανείας ἢ στερεοῦ πρὸς ἑνὶ σημείῳ ὑπὸ κεκλασμένῃ γραμμῇ ἢ ἐπιφανείᾳ — δοκεῖ γὰρ οὗτος καθόλου πᾶσαν ἀφορίζεσθαι γωνίαν —, λεκτέον ἡμῖν ἑπομένοις τῷ ἡμετέρῳ || καθηγεμόνι, τὴν γωνίαν μηδὲν μὲν εἶναι τῶν εἰρημένων αὐτὸ καθ' αὑτό, διὰ δὲ τῆς πάντων τούτων συνδρομῆς ἔχειν τὴν ὑπόστασιν, καὶ διὰ τοῦτο τὴν ἀπορίαν ποιῆσαι τοῖς εἰς ἕν τι ῥέψασιν. ἔστιν δὲ οὐχ ἡ γωνία μόνη τοιοῦτον, ἀλλὰ καὶ τὸ τρίγωνον· μέτεστι μὲν γὰρ αὐτῷ ποσότητος καὶ ἴσον λέγεται καὶ ἄνισον, οἷον ὕλης τάξιν ἔχον πρὸς αὐτό, πάρεστι δὲ αὐτῷ καὶ ἡ κατὰ τὸ σχῆμα ποιότης, ὁπόθεν καὶ ὅμοια τρίγωνα

5 αὐτὴν C. 17 ὑποκεκλασμένῃ G, 'sub Linea ... refracta' B, ex linea ... fracta' Z. 18 τὴν γωνίαν G. 20 μηδενὶ C. 23 τοῖς om. G; in M intra lineas est scriptum prima ut videtur manu. || οὐχὶ γωνία G. 26 πρὸς αὐτὰ G, πρὸς αὐτὸ C. || δὲ] γὰρ G, δὲ C.

λέγεται καὶ ἴσα, τὸ μὲν ἀπ᾽ ἄλλης ἔχοντα κατηγορίας, τὸ δὲ ἀπ᾽ ἄλλης. οὕτω τοίνυν καὶ ἡ γωνία πάντως μὲν δεῖται τῆς ἐν τῷ μεγέθει ποσότητος ὑποκειμένης, δεῖται δὲ καὶ ποιότητος, καθ᾽ ἣν οἷον μορφὴν οἰκεῖαν ἔχει καὶ χαρακτῆρα τῆς ὑπάρξεως, δεῖται δὲ καὶ τῆς σχέσεως τῶν ἀφοριζουσῶν αὐτὴν γραμμῶν ἢ τῶν περιεχόντων ἐπιπέδων. καὶ τὸ ἐκ πάντων ἐστὶν ἡ γωνία καὶ οὐχ ἕν τι τούτων, καὶ διαιρετὴ μέν ἐστι καὶ ἰσότητος δεκτικὴ καὶ ἀνισότητος κατὰ τὸ ἐν αὐτῇ ποσόν, οὐκ ἀναγκάζεται δὲ τὸν λόγον ἐπιδέχεσθαι τῶν ὁμογενῶν μεγεθῶν διὰ τὸ καὶ ποιότητα ἰδιάζουσαν ἔχειν, καθ᾽ ἣν ἀσύμβλητοι πολλάκις εἰσὶν γωνίαι ἄλλαι ἄλλαις, οὐδὲ μίαν ἀποτελεῖν τὴν γωνίαν, εἰ μία ἡ κλίσις, ἐπειδὴ καὶ τὸ μεταξὺ τῶν κεκλιμένων ποσὸν συμπληροῖ τὴν οὐσίαν αὐτῆς. εἰ δὴ πρὸς τούτους ἀποβλέποιμεν τοὺς διορισμούς, καὶ τὰ ἄπορα διαλύσομεν καὶ τὴν ἰδιότητα τῆς γωνίας εὑρήσομεν συναγωγὴν μὲν οὐκ οὖσαν, ὥσ | περ καὶ ὁ Ἀπολλώνιός φησιν, ἐπιφανείας ἢ στερεοῦ, συμπληρούντων δὲ καὶ τούτων τὴν οὐσίαν αὐτῆς, αὐτὴν δὲ τὴν συνηγμένην ἐπιφάνειαν πρὸς τῷ σημείῳ καὶ περιεχομένην ὑπὸ τῶν κεκλιμένων γραμμῶν ἢ τῆς μιᾶς γραμμῆς πρὸς αὐτὴν κεκλιμένης, καὶ αὐτὸ τὸ συνηγμένον στερεὸν ὑπὸ ἐπιπέδοις πρὸς ἄλληλα κεκλιμένοις, ἵνα τὸ

1 *ἐπ᾽ ἄλλης ἔχον G*, corr. *C.* 3 *τῆς ἐν τῷ . . . ὑποκειμένης, δεῖται* om. *G*, add. *C.* 4 *δὴ καὶ G.* || *ποιότητα G*, *ποιότητος C.* 13 *ἡ μία ἔκκλισις G*, *εἰ μία ἡ κλίσις C.* 16 *ὁρισμούς G;* in *M* supra lineam prima ut videtur manus *δι* addidit. || *ἄκαιρα G*, *ἄπορα C.* 18 *ὁ* om. *G*, add. *C.* 19 *δὲ* om. *G*, in *M* supra lineam prima manu videtur esse additum. 20 *συνημμένην G* et *M*, sed in *M γ* supra *μ* est scriptum prima vel primae proxima manu; 'collectam' *B*, 'annexam' *Z.* 23 *συνημμένον G;* 'collectum' *B*, om. *Z.*

πεποιωμένον ποσὸν καὶ ὑπὸ τοιᾶδε σχέσει συνιστάμενον αὐτὴν ἀφορίζῃ, καὶ οὔτε ἡ ποσότης καθ' αὑτὴν οὔτε ἡ ποιότης μόνον οὔτε ἡ σχέσις.

Τοσαῦτα περὶ τῆς τῶν γωνιῶν ὑποστάσεως εἰρήσθω κοινὴν προλαμβάνοντα θεωρίαν ἁπάσης γωνίας πρὸ τῆς τῶν εἰδῶν αὐτῆς διαιρέσεως. τριῶν δὲ δοξῶν οὐσῶν περὶ τῆς γωνίας Εὔδημος μὲν ὁ περιπατητικὸς βιβλίον περὶ γωνίας γράψας ποιότητα αὐτὴν εἶναι συνεχώρησεν. γένεσιν γὰρ γωνίας ἐπινοῶν οὐκ ἄλλην εἶναί φησιν ἢ τὴν κλάσιν τῶν γραμμῶν — εἰ δὲ ἡ εὐθύτης ποιότης καὶ ἡ κλάσις ποιότης — ἐν ποιότητι οὖν ἔχουσαν αὐτὴν τὴν γένεσιν πάντως εἶναι ποιότητα. Εὐκλείδης δὲ καὶ ὅσοι κλίσιν εἰρήκασιν ἐν τοῖς πρός τι καταλέγουσι. ποσότητα δὲ εἰρήκασιν αὐτήν, ὅσοι φασὶ || τὸ πρῶτον διάστημα ὑπὸ τὸ σημεῖον εἶναι τὴν γωνίαν, ὧν καὶ ὁ Πλούταρχός ἐστιν, εἰς τὴν αὐτὴν δόξαν συνωθῶν καὶ τὸν Ἀπολλώνιον. δεῖ γὰρ εἶναί τι, φησί, διάστημα πρῶτον ὑπὸ τὴν κλάσιν τῶν περιεχουσῶν γραμμῶν ἢ ἐπιφανειῶν, καίτοι γε συνεχοῦς ὄντος τοῦ ὑπὸ τὸ σημεῖον διαστήματος ἀδύνατον τὸ πρῶτον λαβεῖν. ἐπ' ἄπειρον γὰρ πᾶν διάστημα διαιρετόν. πρὸς τῷ καὶ ἐὰν ὁπωσοῦν ἀφορίσωμεν τὸ πρῶτον καὶ δι' ἐκείνου εὐθεῖαν ἀγάγωμεν, γίνεσθαι τρίγωνον, ἀλλ' οὐ μίαν γωνίαν. Κάρπος δὲ ὁ Ἀντιοχεὺς ποσὸν μὲν εἶναί φησι τὴν

1 πεποιημένον *G* et *M*, sed in *M* ω supra η est scriptum prima vel primae proxima manu; 'formatum' *B*, om. *Z*. 2 ἀφορίζει *C* et *M* prima manu; eadem autem vel paulo postera ει in η mutavit. 2. 3 καθ' αὐτὴν οὔτε ἡ ποιότης om. *G*. 4 ὑποφάσεως *G*, ὑποστάσεως *C*. 5 προσλαμβάνοντα *G*. || πάσης *G*. 6 πρὸς *C*. 9 συνεχώρισεν *C*. 10 κλίσιν *G*, κλᾶσιν *C*. 12 οὖν om. *G*, add. *C*. 14 ποσότητα δὲ λέγουσιν *G*. 22 πρὸς τὸ *C*. 23 εὐθεῖαν] γωνίαν *G*.

γωνίαν καὶ διάστημα τῶν περιεχουσῶν αὐτὴν γραμμῶν ἢ ἐπιφανειῶν. καὶ ἐφ' ἓν διεστὼς τοῦτο, μὴ μέντοι διὰ τοῦτο γραμμὴν εἶναι τὴν γωνίαν. οὐ γὰρ πᾶν τὸ ἐφ' ἓν διαστατὸν ὑπάρχειν γραμμήν. τοῦτο δὲ πάντων παραδοξότατον, εἰ ἔστιν τι μέγεθος ἐφ' ἓν διαστατὸν ἔξω γραμμῆς.

Ἀλλὰ τούτων μὲν ἅδην, τῶν δὲ γωνιῶν τὰς μὲν ἐν ἐπιφανείαις συνίστασθαι λεκτέον, τὰς δὲ ἐν στερεοῖς, καὶ τῶν ἐν ἐπιφανείαις τὰς μὲν ἐν ταῖς ἁπλαῖς, τὰς δὲ ἐν ταῖς μικταῖς. καὶ γὰρ ἐν τῇ κυλινδρικῇ ἐπιφανείᾳ γένοιτο ἂν γωνία καὶ ἐν τῇ κωνικῇ καὶ ἐν τῇ σφαιρικῇ καὶ ἐν τῇ ἐπιπέδῳ. τῶν δὲ ἐν ταῖς ἁπλαῖς ἐπιφανείαις αἱ μὲν ἐν ταῖς σφαιρικαῖς, αἱ δὲ ἐν ταῖς ἐπιπέδοις ἔχουσι τὴν σύστασιν. ποιεῖ γὰρ γωνίας καὶ ὁ ζωδιακὸς τέμνων ἰσημερινὸν δύο κατὰ κορυφὰς τῶν τεμνουσῶν περιφερειῶν. καὶ εἰσὶν ἐπὶ σφαιρικῆς ἐπιφανείας αἱ τοιαίδε γωνίαι. τῶν δὲ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις αἱ μὲν ὑπὸ ἁπλῶν περιέχονται γραμμῶν, αἱ δὲ ὑπὸ μικτῶν, αἱ δὲ ὑπὸ ἀμφοτέρων. ἐν γὰρ τῷ θυρεῷ περιέχεται γωνία ὑπό τε τοῦ ἄξονος καὶ τῆς τοῦ θυρεοῦ γραμμῆς. ἀλλὰ τούτων ἡ μὲν μικτή ἐστιν, ἡ δὲ ἁπλῆ· καὶ εἰ τέμνοι κύκλος θυρεόν, ἔσται ἡ ὑπό τε περιφερείας καὶ τῆς ἐλλείψεως περιεχομένη γωνία. ὅταν δὲ αἱ κισσοειδεῖς γραμμαὶ συννεύουσαι πρὸς ἓν σημεῖον ὥσπερ τὰ τοῦ κισσοῦ φύλλα — καὶ γὰρ τὴν ἐπωνυμίαν ἐκεῖθεν ἔσχον — ποιῶσιν γωνίαν, ὑπὸ μικτῶν ἡ τοιαύτη δήπου περιέχεται γραμμῶν· καὶ

9 *ἐν* post *μὲν* om. *G*, add. *C*. 13 *ἐν τοῖς ἐπιπέδοις M*. 15 *ὁ* om. *G*. || *εἰς δύο G; B_3 = M*, 'in duas' *B*, 'in binas partes' *Z*. || *κορυφὰς G, κορυφῆς M, C*. 19 *θυραιῷ G*. 20 *θυραιοῦ G*. 22 *τέμοι G, τέμῃ C*. || *θυραῖον C*. || *ἡ* om. *G*. 27 *ὑπὸ γραμμῶν G*.

ὅταν ἡ ἱπποπέδη, μία τῶν σπειρικῶν οὖσα, τὰ (?) πρὸς ἄλλην ποιῇ γωνίαν, καὶ ταύτην μικταὶ γραμμαὶ περιέχουσιν. αἱ δὲ ὑπὸ εὐθείας καὶ περιφερείας ὑπὸ ἁπλῶν περιέχονται γραμμῶν. τούτων δ' αὖ πάλιν αἱ μὲν ὑπὸ ὁμοειδῶν περιλαμβάνονται. καὶ γὰρ δύο περιφέρειαι τέμνουσαι ἀλλήλας ἢ ἐφαπτόμεναι ποιοῦσι γωνίας, καὶ αὗται τρισσάς· ἢ γὰρ ἀμφικύρτους, ὅταν ἐκτὸς ᾖ τὰ κυρτὰ τῶν περιφερειῶν, ἢ ἀμφικοίλους, ὅταν ἀμφότερα τὰ κοῖλα ἐκτὸς ὑπάρχῃ, ἃς καλοῦσι ξυστροειδεῖς, ἢ μικτὰς ἀπὸ κυρτῆς καὶ κοίλης, ὥσπερ τὰς τῶν μηνίσκων. καὶ μὴν καὶ ὑπὸ εὐθείας καὶ περιφερείας περιέχονται γωνίαι διχῶς· ἢ γὰρ ὑπὸ εὐθείας καὶ κυρτῆς περιφερείας, ὡς ἡ τοῦ ἡμικυκλίου, ἢ ὑπὸ εὐθείας καὶ κοίλης ὡς ἡ κερατοειδής. αἱ δὲ ὑπὸ δυεῖν εὐθειῶν περιεχόμεναι πᾶσαι εὐθύγραμμοι κληθήσονται τριττὴν ἔχουσαι καὶ αὗται διαφοράν.

Ταύτας τοίνυν ἁπάσας τὰς ἐν ἐπιπέδοις ἐπιφανείαις συνισταμένας ὁ γεωμέτρης ἐν τούτοις ἀφορίζεται, κοινὸν ὄνομα θέμενος αὐταῖς τὸ τῆς ἐπιπέδου γωνίας, καὶ τὸ μὲν γένος αὐτῶν κλίσιν εἰπών, τὸν δὲ τόπον τὸ ἐπίπεδον — καὶ γὰρ αἱ γωνίαι θέσιν ἔχουσιν — τὴν δὲ γένεσιν, ὅτι δύο εἶναι δεῖ γραμμὰς καὶ οὐ τρεῖς τοὐλάχιστον, ὥσπερ ἐπὶ τῆς στερεᾶς, καὶ ταύτας ὁμιλεῖν ἀλλήλαις καὶ ὁμιλούσας μὴ κεῖσθαι

1 *ὅτε G.* || *τὰ*] *τὴν G, τὰ* B_3, *C.* Fortasse pro **οὖσα τὰ νεύουσα** vel simile aliquod verbum fuit scriptum; 'proclinata' *B*, 'et' *Z.* 3 *εὐθείαις M.* || *περιφεροῦς G.* 9 *ὅτε G.* || *ὑπάρχει G.* 10 *ὑπὸ G, ἀπὸ C.* 11 *τὰς*] *τὰ G.* || *καὶ* ante *περιφερείας* om. *G*, add. *C.* 13 *κυρτῆς*] *κοίλης* B_3, *G*, 'cava' *B*, 'curva' *Z.* Vide supra: *ἀμφικύρτους, ὅταν ἐκτὸς ᾖ τὰ κυρτά.*
14 *κοίλης*] *κυρτῆς* B_3, *G*, 'convexa' *B*, 'cava' *Z.* 16 *τρίτην M.* || *αὐταὶ G.* 17 *ἐπιφανείας M*, B_3, *G*; 'in Planis Superficiebus' *B*, 'superficies in planis' *Z.*

ἐπ' εὐθείας, ἵνα κλάσις εἴη καὶ περιοχὴ τῶν γραμμῶν, ἀλλὰ μὴ ἔκτασις μόνον καθ' ἓν διάστημα. δοκεῖ δὲ ὁ λόγος οὗτος πρῶτον μὲν ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς οὐ συγχωρεῖν ἀποτελεῖσθαι γωνίαν — καίτοιγε ἡ κισσοειδὴς μία οὖσα ποιεῖ γωνίαν καὶ ἡ ἱπποπέδη. τὴν γὰρ ὅλην κισσοειδῆ καλοῦμεν ἀλλ' οὐ τὰ μόρια αὐτῶν, ἵνα λέγῃ τις, ὅτι ταῦτα ποιεῖ τὴν γωνίαν συννεύοντα, καὶ | τὴν ὅλην σπειρικήν, ἀλλ' οὐ τὰ μέρη. τοίνυν ἑκατέρα μία τυγχάνουσα ποιεῖ γωνίαν αὐτὴ πρὸς ἑαυτήν, οὐ πρὸς ἄλλην — ἔπειτα κλίσιν ἀφοριζόμενος τὴν γωνίαν πλημμελεῖν — πῶς γὰρ μιᾶς οὔσης κλίσεως δύο ἔσονται γωνίαι; πῶς δὲ ἴσας καὶ ἀνίσους ἔτι γωνίας λέγομεν, καὶ ὅσα ἄλλα πρὸς ταύτην εἴωθεν ὑποφέρεσθαι τὴν δόξαν; — τρίτον δὲ παρέλκειν ἐπί τινων γωνιῶν τὸ καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κεῖσθαι, οἷον ἐπὶ τῶν περιφερογράμμων· καὶ γὰρ ἄνευ τούτου τέλειος ὁ ὁρισμός. ἡ γὰρ πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν τούτων κλίσις ποιήσει τὴν γωνίαν· τὴν ἀρχὴν γὰρ οὐδὲ ἐπ' εὐθείας κεῖσθαι τὰς περιφερεῖς δυνατόν. τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς ἀποδόσεως τῆς Εὐκλείδου λέγειν ἔχομεν, τὰ μὲν ἀφερμεύοντες αὐτὴν, τὰ δὲ ἐπαποροῦντες πρὸς αὐτήν.

Def. IX. Ὅταν δὲ αἱ τὴν γωνίαν περιέχουσαι γραμμαὶ εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος ἡ γωνία καλεῖται.

Τὴν γωνίαν σύμβολον εἶναί φαμεν καὶ εἰκόνα τῆς συνοχῆς ‖ τῆς ἐν τοῖς θείοις γένεσι καὶ τῆς συν-

2 ἔκστασις G. 21 ἀπαποροῦντες G, ἐπαποροῦντες C. 22 πρὸς αὐτὴν om. G, add. C. 27 συνεχοῦς G, συνοχῆς C. ‖ τῆς ἐν τοῖς] τῶν (τοῖς) ἐν τοῖς H_2 p. 263.

αγωγοῦ τάξεως τῶν διῃρημένων εἰς ἓν καὶ τῶν μεριστῶν εἰς τὸ ἀμερὲς καὶ τῶν πολλῶν εἰς συνδετικὴν κοινωνίαν. δεσμὸς γὰρ γίνεται καὶ αὕτη τῶν πολλῶν γραμμῶν καὶ ἐπιπέδων, καὶ συναγωγὸς τοῦ μεγέθους εἰς τὸ ἀμερὲς τῶν σημείων, καὶ συνεκτικὴ παντὸς τοῦ κατ' αὐτὴν ὑφισταμένου σχήματος. διὸ καὶ τὰ λόγια τὰς γωνιακὰς συμβολὰς τῶν σχημάτων συνοχηίδας ἀποκαλεῖ, καθόσον εἰκόνα φέρουσι τῶν συνοχικῶν ἑνώσεων καὶ τῶν συζεύξεων τῶν θείων, καθ' ἃς τὰ διεστῶτα συνάπτουσιν ἀλλήλοις. αἱ μὲν οὖν ἐν ταῖς ἐπιφανείαις γωνίαι ἀϋλοτέρας αὐτῶν καὶ ἁπλουστέρας ἀποτυποῦνται καὶ τελειοτέρας ἑνώσεις, αἱ δὲ ἐν τοῖς στερεοῖς τὰς προϊούσας μέχρι τῶν ἐσχάτων καὶ τοῖς διεσπασμένοις κοινωνίαν καὶ τοῖς πάντῃ μεριστοῖς ὁμοφυῆ σύνταξιν παρεχομένας. τῶν δὲ ἐν ταῖς ἐπιφανείαις αἱ μὲν τὰς πρώτας αὐτῶν καὶ ἀμίκτους, αἱ δὲ τὰς τῆς ἀπειρίας συνεκτικὰς τῶν ἐν αὐταῖς προόδων ἀπεικονίζονται, καὶ αἱ μὲν τὰς τῶν νοερῶν εἰδῶν ἑνοποιοῦσιν, αἱ δὲ τὰς τῶν αἰσθητῶν λόγων, αἱ δὲ τὰς τῶν μεταξὺ τούτων συνδετικάς. αἱ μὲν οὖν περιφερόγραμμοι γωνίαι μιμοῦνται τὰς συνελιττούσας αἰτίας τὴν νοερὰν ποικιλίαν εἰς ἕνωσιν — νοῦ γὰρ

2 συνδεκτικὴν H_2. 3 αὐτὴ M, G, αὕτη H_2. 4 τῷ μεγέθει H_1 p. 453, H_2 p. 263. 5 τοῦ om. H_2. 7 γωνικὰς G, H_2, κωνικὰς C. 11 ἀπ' ἀϋλωτέρας M, B_3, G; 'magis immateriales' B, 'ab ... immateriali' Z. 12 ἀποτυποῦνται] ἀπεικάζουσι (ἀποκαλοῦσι) H_1 H_2. ‖ ἑνώσεως M, B_3, G, ἑνώσεις H_1 H_2; 'uniones' B, 'unione' Z. 13 τὰς om. H_2. ‖ προσιούσας M, C, προϊούσας (προιοῦσαι, προσιούσας) H_2. 15 ὁμοφυᾶ H_2. 17 αὐτοῖς M, G, αὐταῖς H_1 H_2. 18 ἀπεικάζονται G. ‖ νεωρῶν G. 19 ἑνοποιοῦσαι M, εἰδοποιούσας G, ἑνδοποιοῦσαι C, ἑνοποιοῦσιν H_1 H_2. 20 (συνεκτικὰς H_1 H_2). 21 μιμοῦνται γωνίαι H_1 H_2.

καὶ νοερῶν εἰδῶν αἱ περιφέρειαι συννεύειν ἐπειγόμεναι πρὸς ἑαυτὰς εἰκόνες — αἱ δὲ εὐθύγραμμοι τὰς τῶν αἰσθητῶν προϊσταμένας καὶ τὴν σύνδεσιν τῶν ἐν τούτοις λόγων παρεχομένας, αἱ δὲ μικταὶ τάς τε κοινωνίας τῶν τε αἰσθητῶν καὶ τῶν νοερῶν εἰδῶν κατὰ μίαν ἕνωσιν ἀσάλευτον φυλαττούσας.

Δεῖ δὴ πρὸς ταῦτα τὰ παραδείγματα ἀποβλέποντας καὶ τῶν καθ' ἕκαστα τὰς αἰτίας ἀποδιδόναι. καὶ γὰρ παρὰ τοῖς Πυθαγορείοις εὑρήσομεν ἄλλας γωνίας ἄλλοις θεοῖς ἀνακειμένας, ὥσπερ καὶ ὁ Φιλόλαος πεποίηκε τοῖς μὲν τὴν τριγωνικὴν γωνίαν τοῖς δὲ τὴν τετραγωνικὴν ἀφιερώσας, καὶ ἄλλας ἄλλοις καὶ τὴν αὐτὴν πλείοσι θεοῖς καὶ τῷ αὐτῷ πλείους, κατὰ τὰς διαφόρους ἐν αὐτῷ δυνάμεις ἀνείς. πρὸς ἅ μοι δοκεῖ καὶ ὁ Ἀθηναῖος (?) φιλόσοφος ἀφορῶν κατὰ τὸ τρίγωνον τὸ δημιουργικὸν τὸ πάσης πρωτουργὸν αἴτιον τῆς τῶν στοιχείων διακοσμήσεως ἄλλους μὲν ὑποστῆσαι θεοὺς κατὰ τὰς πλευράς, ἄλλους δὲ κατὰ τὰς γωνίας, τοὺς μὲν προόδου καὶ δυνάμεως χορηγούς, τοὺς δὲ τῆς συζεύξεως τῶν ὅλων καὶ τῆς εἰς ἓν πάλιν τῶν προελθόντων συναγωγῆς.

Ταῦτα μὲν οὖν εἰς τὴν τῶν ὄντων ἡμᾶς περιάγει θεωρίαν· εἰ δὲ ἐνταῦθα αἱ γραμμαὶ περιέχειν λέγονται τὴν γωνίαν, θαυμαστὸν οὐδέν· τὸ γὰρ ἐν τούτοις ἓν καὶ τὸ ἀμέριστον ἐπεισοδιῶδές ἐστιν. ἐν δὲ τοῖς

1 συννεύσειν (σύνευσιν) H_2 p. 264. ‖ ἐπιγομέναι *C.* 4 περιεχομένας H_2. 8 τὰς om. *G.* 13 τῷ αὐτῷ] τῶν αὐτῶν *M*, B_3, *G;* in *M* postera manus utroque loco ο supra ω scripsit. 'eidemque Deo' *B*, 'eidem' *Z.* 14 διαφόρους ἐν αὐτῷ] διαφορὰς *G.* $B_3 = M$. 'iuxta diversas quae in ipso sunt potentias' *B*, 'iuxta diversas ipsius potestates' *Z.* 15 Ἀσιναῖος *G* et *M* prima manu. 18 ὑποστῆναι *G.* 19 δυνάμεων *M.* 20 ζεύξεως *G*, συζεύξεως *C.* 25 ἀχώριστον *G*, ἀμέριστον *C.*

θεοῖς καὶ τοῖς ὄντως οὖσι προηγεῖται τῶν πολλῶν καὶ διῃρημένων τὸ ὅλον καὶ ἀμέριστον ἀγαθόν.

‖ Def. X.—XII. Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν ἐστι, καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα γραμμὴ κάθετος καλεῖται, ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν· ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν ἡ μείζων ὀρθῆς, ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

Ταῦτά ἐστι τὰ τριπλᾶ τῶν γωνιῶν εἴδη, περὶ ὧν καὶ ὁ ἐν τῇ πολιτείᾳ Σωκράτης φησίν, ἐξ ὑποθέσεως παρὰ τοῖς γεωμέτραις λαμβανομένων τῆς εὐθυγράμμου κατὰ τὴν εἰς τὰ εἴδη διαίρεσιν ταύτας ὑφιστάσης τὰς γωνίας, τὴν ὀρθήν, τὴν ἀμβλεῖαν, τὴν ὀξεῖαν, τῆς μὲν κατὰ τὸ ἴσον καὶ τὸ ταὐτὸν καὶ ὅμοιον ἀφωρισμένης, τῶν δὲ κατὰ τὸ μεῖζον καὶ ἔλασσον καὶ ὅλως τὸ ἄνισον καὶ τὴν ἑτερότητα καὶ τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον ἀορίστως ὑφισταμένων. οἱ μὲν οὖν πολλοὶ γεωμέτραι τῆς διαιρέσεως ταύτης οὐκ ἔχουσιν ἀποδιδόναι λόγον, ἀλλ' ὑποθέσει χρῶνται καὶ ταύτῃ, τρεῖς εἶναι γωνίας. ἐπειδὰν δὲ τὴν αἰτίαν αὐτοὺς ἀνερωτήσωμεν, οὔ φασι χρῆναι ταῦτα παρ' αὐτῶν | ἀπαιτεῖν. οἱ δὲ Πυθαγορικοὶ τῆς τριπλῆς διανομῆς ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ἀναφέροντες τὴν λύσιν οὐκ ἀποροῦσιν αἰτίας ἀποδιδόναι καὶ ταύτης τῆς διαφορᾶς τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν. ἐπειδὴ γὰρ τῶν ἀρχῶν ἡ μὲν κατὰ τὸ πέρας ὑφέστηκεν

3 Ὅτε G. ‖ εὐθείας G. 5 ποιεῖ G. 9 Αὐτά G, ταῦτα C. 11 λαμβανομένην τὴν εὐθύγραμμον G, corr. C. 12 καὶ κατὰ G. ‖ ταύτης G. ‖ ὑφιστάσας G, ὑφιστάσης C. 14 καὶ τὸ] καὶ κατὰ G, καὶ τὸ C. 20 ἐρωτήσομεν G, ἐρωτήσωμεν C.

καί ἐστιν ὅρου καὶ ταυτότητος αἰτία τοῖς ἀποτελέσμασι καὶ ἰσότητος καὶ πάσης τῆς ἀμείνονος συστοιχείας, ἡ δὲ ἄπειρόν ἐστι καὶ δίδωσι τὴν ἐπ' ἄπειρον πρόοδον καὶ αὔξησιν καὶ μείωσιν καὶ ἀνισότητα καὶ παντοίαν ἑτερότητα τοῖς γεννωμένοις ἀφ' ἑαυτῆς, καὶ ὅλως ἐξηγεῖται τῆς καταδεεστέρας σειρᾶς· εἰκότως δὴ διὰ ταῦτα καὶ τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν κατ' ἐκείνας ὑφισταμένων ὁ μὲν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἥκων λόγος τὴν ὀρθὴν ἀπετέλεσεν γωνίαν μίαν ἰσότητι κρατουμένην καὶ ὁμοιότητι πρὸς πᾶσαν ὀρθὴν καὶ ὡρισμένην ἀεὶ καὶ τὴν αὐτὴν ἑστῶσαν καὶ μήτε αὔξησιν μήτε μείωσιν ἐπιδεχομένην, ὁ δὲ ἀπὸ τῆς ἀπειρίας δεύτερος ὢν καὶ δυαδικὸς καὶ γωνίας ἀνέφηνε διπλᾶς περὶ τὴν ὀρθὴν ἀνισότητι διῃρημένας κατὰ τὸ μεῖζον καὶ ἔλασσον ‖ καὶ κατὰ τὸ μᾶλλον καὶ ἧσσον ἀπέραντον ἐχούσας κίνησιν τῆς μὲν ἀμβλυνομένης μᾶλλον καὶ ἧττον, τῆς δὲ ὀξυνομένης. διὰ δὴ ταῦτα καὶ τῶν θείων διακόσμων καὶ τῶν μερικωτέρων δυνάμεων τὰς μὲν ὀρθὰς γωνίας εἰς τοὺς ἀχράντους ἀναπέμπουσιν ὡς τῆς ἀκλίτου προνοίας τῶν δευτέρων αἰτίους — τὸ γὰρ ὀρθὸν καὶ τὸ ἀκλινὲς πρὸς τὰ χείρονα καὶ ἄτρεπτον ἐκείνοις προσήκει τοῖς θείοις — τὰς δὲ ἀμβλείας καὶ ὀξείας τοῖς τῆς προόδου καὶ τοῖς τῆς κινήσεως καὶ τῆς ποικιλίας τῶν δυνάμεων χορηγοῖς ἀνεῖσθαι λέγουσι· τό τε γὰρ ἀμβλὺ τῆς ἐπὶ πᾶν ἁπλουμένης τῶν εἰδῶν ἐκτάσεώς ἐστιν εἰκών, καὶ τὸ ὀξὺ τῆς διαιρετικῆς

3 ἄπειρος *G*. 14 ἀνισότητα *M*. 17 δὲ *G*, δὴ *C*, δὲ (δὴ) H_2 p. 257. 19 ἀποπέμπουσι *G*, ἀναπέμπουσι *C*. 20 αἰτίας *C*. 21 τὸ χεῖρον H_2 p. 257. 22 τοῖς ante θείοις om. *G*. ‖ θεοῖς *M*, *G*, θείοις H_1 p. 453, H_2 p. 257. 24 ἀνῆσθαι *C*. 25 ἐπίπαν *G*. 26 ἐκστάσεως *M*, *G*, ἐκτάσεως H_2 p. 258.

καὶ κινητικῆς τῶν ὅλων αἰτίας ἀφομοίωσιν ἔλαχεν. καὶ μὴν καὶ ἐν αὐτοῖς τοῖς οὖσιν τῇ μὲν οὐσίᾳ ἡ ὀρθότης τὸν αὐτὸν ὅρον τοῦ εἶναι φυλάττουσα προσέοικε, τοῖς δὲ συμβεβηκόσιν ἥ τε ἀμβλεῖα καὶ ἡ ὀξεῖα. ταῦτα γὰρ δέχεται τὸ μᾶλλον καὶ ἧττον καὶ ἀορίστως μεταβάλλοντα οὐδέποτε παύεται. ὀρθῶς ἄρα καὶ τῇ ψυχῇ παρακελεύονται τὴν κάθοδον τὴν εἰς γένεσιν ποιεῖσθαι κατὰ τὸ ἀκλινὲς τοῦτο τῆς ὀρθῆς γωνίας εἶδος μὴ ῥεπούσῃ πρὸς τάδε μᾶλλον ἢ τάδε, μηδὲ προσπασχούσῃ μᾶλλον ἄλλοις καὶ ἧττον. ὁ γὰρ τῆς συμπαθείας μερισμὸς εἰς τὴν ἔνυλον αὐτὴν κατάγει πλημμέλειαν καὶ τὴν ἀοριστίαν. σύμβολον οὖν καὶ ἡ κάθετός ἐστιν ἀρρεψίας, καθαρότητος, ἀχράντου δυνάμεως, ἀκλινοῦς, πάντων τῶν τοιούτων. ἐστὶ δὲ καὶ μέτρου θείου καὶ νοεροῦ σύμβολον. διὰ γὰρ καθέτων καὶ τὰ ὕψη τῶν σχημάτων ἀναμετροῦμεν καὶ τῇ πρὸς τὴν ὀρθὴν ἀναφορᾷ τὰς ἄλλας εὐθυγράμμους γωνίας ὁρίζομεν αὐτὰς ἀφ' ἑαυτῶν ἀορίστους οὔσας. ἐν ὑπερβολῇ γὰρ καὶ ἐλλείψει θεωροῦνται. τούτων δὲ ἑκατέρα καθ' αὑτὴν ἀπέραντός ἐστι. διὸ καὶ τὴν ἀρετὴν κατὰ τὴν ὀρθότητά φασιν ἑστάναι, τὴν δὲ κακίαν κατὰ τὴν ἀοριστίαν τῆς ἀμβλείας καὶ ὀξείας ὑφίστασθαι καὶ μερίζεσθαι τὰς ἐνδείας καὶ ὑπερβολὰς καὶ

2 καὶ μὲν *M*. 3 τῶν αὐτὸν *M*. 4 ἥτε ἀμβλεῖα καὶ ἡ ὀξεῖα] 'Obtusus, atque Acutus' et in praefatione 'Hebetudo, atque Acumen' *B*, 'the obtuse and acute' *T*. ‖ καὶ ὀξεῖα, omisso ἡ *M*, H_2 p. 258. 5 τὸ ἧττον H_2. 6 οὔποτε *G*, οὐδέποτε *C*, H_2. 10 ἄλλων B_3, *G*. 'alia magis alia minus affectando' *B*, 'magis et minus quam alii patientis' *Z*. 11 συμπαθίας *G*. 14 καὶ ἀκλινοῦς *G*. 15 καθέτου *M*, *G*, καθέτων H_1 p. 453, H_2 p. 258. 18 ἐφ' ἑαυτῶν H_1 p. 454, H_2 p. 258. ‖ ὡς ἐν ὑπερβολῇ *G*, ὡς delendum notavit *C*. 19 θεωροῦντες *G*. 21 φησιν *M*, *C*; 'dicunt' *B*, *Z*. 22 Post ὀξείας additum est τῶν γωνιῶν in H_1 p. 254, H_2 p. 271.

τῷ μᾶλλον καὶ ἧττον δεικνύναι τὴν ἑαυτῆς ἀμετρίαν. τελειότητος ἄρα καὶ ἀκλινοῦς ἐνεργείας καὶ ὅρου νοεροῦ καὶ πέρατος καὶ τῶν τούτοις ὁμοίων εἰκόνα θησόμεθα τὴν ὀρθότητα τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν, τὴν δὲ ἀμβλεῖαν καὶ ὀξεῖαν ἀορίστου κινήσεως καὶ ἀσχέτου προόδου καὶ διαιρέσεως καὶ μερισμοῦ καὶ ὅλως ἀπειρίας.

Τοσαῦτα περὶ τούτων. δεῖ δὲ τοῖς ὁρισμοῖς τῆς τε ἀμβλείας καὶ ὀξείας προστιθέναι τὸ γένος. ἐστὶ γὰρ ἑκατέρα εὐθύγραμμος, ἡ μὲν μείζων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐλάσσων. ἀλλ᾽ οὐχ ἁπλῶς ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς ὀξεῖά ἐστι. καὶ γὰρ ἡ κερατοειδὴς πάσης ἐστὶν ὀρθῆς ἐλάσσων, ὅπου γε καὶ ὀξείας, ἀλλ᾽ οὐκ ὀξεῖα, καὶ ἡ τοῦ ἡμικυκλίου πάσης ὀρθῆς ὡσαύτως ἐλάσσων, ἀλλ᾽ οὐκ ἔστιν ὀξεῖα. τὸ δὲ αἴτιον, ὅτι καὶ μικταί εἰσι || καὶ οὐκ εὐθύγραμμοι. καὶ μὲν δὴ καὶ τῶν περιφερογράμμων πολλαὶ μείζους ἂν φανεῖεν ὀρθῶν, ἀλλ᾽ οὐκ εἰσὶν ἀμβλεῖαι διὰ τοῦτο. δεῖ γὰρ εὐθύγραμμον εἶναι τὴν ἀμβλεῖαν. τοῦτό τε οὖν ἐπισημαίνομαι καὶ ὅτι τὴν ὀρθὴν ἀφορίσασθαι προθέμενος ἔλαβεν εὐθεῖαν ἐπί τινος εὐθείας ἑστῶσαν καὶ ποιοῦσαν ἴσας ἀλλήλαις τὰς ἐφεξῆς, τὴν δὲ ἀμβλεῖαν καὶ τὴν ὀξεῖαν οὐκέτι λαβὼν εὐθεῖαν ἐπὶ θάτερα κεκλιμένην ἀποδίδωσιν, ἀλλ᾽ ἐκ τῆς πρὸς τὴν ὀρθὴν ἀναφορᾶς. μέτρον γὰρ αὕτη καὶ τῶν μὴ ὀρθῶν, ὥσπερ ἡ ἰσότης καὶ τῶν ἀνίσων. αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα ἐγκεκλιμέναι ἄπειροι ἦσαν καὶ οὐ μία μόνον, ὥσπερ ἡ κάθετος. ἐπὶ δὲ τούτοις

6 ὁρισμοῦ *G*, μερισμοῦ *C*, H_1 p. 454 (μετρησμοῦ), H_2 p. 271. 8 τῆς] τὰς *M*. 13 ὅπου γε καὶ ὀξεῖα *M*. 15 καὶ ante μικταί om. *G*. 16 καὶ post μὲν δὴ om. *G*. || περιφερομένων *C*. 19 ἐπισημαίνομεν *G*. 24 μέτρον *C*. 25 αὐτὴ *G*. || ἡ om. *G*.

το γωνίας εἰπεῖν „ἀλλήλαις ἴσας“ τῆς γεωμετρικῆς ἀκριβείας εἶναι τίθεμαι. δυνατὸν γὰρ ἂν ἦν καὶ ἴσας εἶναι γωνίαις ἄλλαις καὶ μὴ ὀρθὰς ἀλλήλαις. διὸ ἴσας οὔσας ἀναγκαῖον εἶναι ὀρθάς. καὶ τὸ „ἐφεξῆς“ προστεθὲν οὐ φαίνεταί μοι παρέλκειν, ὥς γε [?] οὐ καλῶς τισιν ἔδοξεν, ἀλλ' ἐνδείκνυσθαι τὸν λόγον τῆς ὀρθότητος. διὰ τοῦτο γὰρ ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν γωνιῶν, ὅτι ἐφεξῆς οὖσαι ἴσαι εἰσί, τῆς ἐφεστώσης εὐθείας διὰ τὴν ἀρρεψίαν ἐπὶ θάτερα τῆς ἰσότητος ἀμφοτέραις καὶ τῆς ὀρθότητος ἑκατέρᾳ γενομένης αἰτίας. οὐχ ἁπλῶς οὖν ἡ πρὸς ἀλλήλας ἰσότης ἀλλ' ἡ ἐφεξῆς θέσις μετὰ τῆς ἰσότητος αἰτία τῆς τῶν γωνιῶν ὀρθότητος.

Ἐπὶ πᾶσι δὴ οὖν ἀξιῶ μεμνῆσθαι τῆς τοῦ στοιχειωτοῦ κἀνταῦθα προθέσεως, ὅτι περὶ τῶν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ συνισταμένων ποιεῖται τὸν λόγον, ὥστε οὐδὲ καθέτου πάσης οὗτος ὁ ὅρος ἐστίν, ἀλλὰ τῆς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ. τὴν | δὲ στερεὰν λεγομένην οὐκ ἦν καιρὸς ἀφορίζεσθαι νῦν. ὥσπερ οὖν τὴν ἐπίπεδον ὡρίσατο γωνίαν, οὕτω καὶ κάθετον τὴν τοιαύτην, ἐπεὶ ἥ γε στερεὰ κάθετος οὐ πρὸς μίαν μόνον εὐθεῖαν ὀφείλει ποιεῖν ὀρθὰς γωνίας, ἀλλὰ πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς καὶ οὔσας ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ. τοῦτο γὰρ ἴδιον ἐκείνης.

2 τίθεμεν G. || συνετὸν G, δυνατὸν C. 3 ἄλλαις] ἀλλήλαις G, ἄλλαις C. || ἀλλήλαις om. G. 3—4 διὸ ἴσας ... ὀρθάς om. G. 5 παρέλκον G. || ὥς γε] ὥστε M, B_3, G, 'ut' B, 'sicut' Z. 6 ἐνδείκνυται G, ἐνδείκνυσθαι C. 7—12 διὰ τοῦτο γὰρ .... γωνιῶν ὀρθότητος om. G, add. C. 9 θατέρας M, C. 10 ἑκατέρα M, C; 'utrique' B; Z διὰ τοῦτο γὰρ ... ὀρθότητος om. 11 ἡ ante πρὸς om. C. || ἡ ante ἐφεξῆς om. M. 13 ἐπὶ πάσῃ M, 'In omnibus' Z, 'praeter haec omnia' B. 15 ἐπιπέδων G. 18 ὅπερ C. 20 ἥ τε G, ἥ γε C.

Def. XIII. *Ὅρος ἐστὶν ὅ τινός ἐστι πέρας.*

Τὸν ὅρον οὐ πρὸς πάντα ἀναφέρειν δεῖ τὰ μεγέθη — καὶ γὰρ γραμμῆς || ὅρος ἐστὶ καὶ πέρας — ἀλλὰ πρὸς τὰ χωρία τὰ ἐν ἐπιφανείαις καὶ τὰ στερεά. νῦν γὰρ ὅρον καλεῖ τὴν περιοχὴν τὴν ἀφορίζουσαν ἕκαστον χωρίον, καὶ πέρας ἀφορίζεται τοῦτον τὸν τρόπον οὐχ ὡς τὸ σημεῖον λέγεται πέρας γραμμῆς, ἀλλ' ὡς τὸ περικλεῖον καὶ περιεῖργον ἀπὸ τῶν περικειμένων. ἐστὶ δὲ τὸ ὄνομα οἰκεῖον τῇ ἐξ ἀρχῆς γεωμετρίᾳ, καθ' ἣν τὰ χωρία ἐμέτρουν καὶ τοὺς ὅρους αὐτῶν ἐφύλαττον ἀσυγχύτους, ἀφ' ἧς καὶ τῆς ἐπιστήμης ταύτης εἰς ἐπίνοιαν ἦλθον. τὴν τοίνυν περιοχὴν τὴν ἔξωθεν ὅρον καλέσας ὁ στοιχειωτὴς εἰκότως αὐτὴν καὶ πέρας ἀφωρίσατο τῶν χωρίων. διὰ γὰρ ταύτης ἕκαστον τῶν περιεχομένων περατοῦται. λέγω δὲ οἷον ἐπὶ τοῦ κύκλου τὴν μὲν περιφέρειαν ὅρον καὶ πέρας, αὐτὸ δὲ τὸ ἐπίπεδόν τι χωρίον. καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὡσαύτως.

Def. XIV. *Σχῆμά ἐστι τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.*

Ἐπειδὴ τὸ σχῆμα λέγεται πολλαχῶς καὶ κατ' εἴδη διάφορα διαιρεῖται, δεῖ πρῶτον τὰς διαφορὰς αὐτοῦ θεωρήσαντας οὕτω ἐπὶ τοῦ προκειμένου σχήματος ἐν τῷ ὁρισμῷ διελθεῖν. ἔστι μὲν οὖν τι σχῆμα καὶ κατὰ τροπὴν ὑφιστάμενον καὶ ἀπὸ πάθους ἐγγινόμενον

7. 8 *τὸ περιεῖργον καὶ περικλεῖον* G. 8 *ἐπὶ* G, *ἀπὸ* C. || *ἔτι* G, *ἔστι* C. 9 *τῆς ἐξ ἀρχῆς γεωμετρίας* C. 18 *ἔστι τὸ*] *ἔστιν* G. 22 *θεωρήσαντος* G, *θεωρήσαντας* C. 23 *τι* om. G, add. C. 24 *γιγνομένων* G, *ἐγγιγνομένων* C.

πληττομένων ἢ διαιρουμένων ἢ ἀφαιρουμένων ἢ προσθήκας δεχομένων ἢ ἀλλοιουμένων τῶν σχηματιζομένων ἢ ἄλλα παθήματα ποικίλα πασχόντων. ἔστι δὲ καὶ ἀπὸ τέχνης οἷον πλαστικῆς ἢ ἀνδριαντοποιητικῆς ἀπογεννώμενον κατὰ τὸν ἐν τῇ τέχνῃ προυπάρχοντα λόγον, τῆς μὲν τέχνης προβαλλούσης τὸ εἶδος, τῆς δὲ ὕλης δεχομένης τὴν μορφὴν καὶ τὸ κάλλος καὶ τὴν εὐσχημοσύνην ἐκεῖθεν. ἔστι δὲ τούτων ἔτι σεμνότερα καὶ διαπρεπέστερα σχήματα, φύσεως δημιουργήματα, τὰ μὲν ἐν τοῖς ὑπὸ σελήνην στοιχείοις συνεκτικὰ τῶν ἐν αὐτοῖς λόγων, τὰ δὲ κατ' οὐρανὸν τάς τε δυνάμεις αὑτῶν ἀφορίζοντα καὶ τὰς κινήσεις. καὶ γὰρ καθ' ἑαυτὰ καὶ πρὸς ἄλληλα τὰ οὐράνια σώματα πολλὴν καὶ θαυμαστὴν προτείνει σχημάτων ποικιλίαν καὶ ἄλλοτε ἄλλας δείκνυσι μορφὰς εἰκόνα φερούσας τῶν νοερῶν εἰδῶν, καὶ ταῖς εὐρύθμοις ἑαυτῶν χορείαις ἀπογράφεται τὰς ἀσωμάτους καὶ ἀΰλους τῶν σχημάτων δυνάμεις. ἔστι δ' αὖ καὶ τούτων ἐπέκεινα κάλλει καθαρώτατα καὶ τελειότατα τὰ σχήματα τῶν ψυχῶν || ζωῆς ὄντα μεστὰ καὶ αὐτοκίνητα προϋφεστῶτα τῶν ἑτεροκινήτων καὶ ἀΰλως καὶ ἀδιαστάτως ὄντα πρὸ τῶν διαστατῶν καὶ ἐνύλων, περὶ ὧν καὶ ὁ Τίμαιος ἡμᾶς ἀνεδίδαξε τὸ δημιουργικὸν καὶ οὐσιῶδες σχῆμα τῶν ψυχῶν ἀναπλώσας. ἔστι γε μὴν καὶ τῶν ψυχικῶν σχημάτων τὰ νοερὰ πολὺ θειότερα πάντῃ μὲν ὑπερέχοντα τῶν μεριστῶν οὐσιῶν, πάντῃ δὲ διαλάμποντα

3 πάθη *G*. 4 ἀπὸ τῆς τέχνης *G*; τῆς delendum not. C. 6 προλαβούσης *G*, προβαλλούσης *C*. 8 σεμνότερον *G*, σεμνότερα *C*. 9 διαπρεπέστατα *C*. 12 αὐτῶν *G*, 'ipsorum' *B*, *Z*. 17 ἀσωμάτων *G*, ἀσώματα *C*. 18 κάλλη *G*. 19 καθορώτατα *C*. 23 ἐνεδείδαξεν *G*, ἀνεδίδαξεν *C*. 26 διαλείποντα *G*, διαλάμποντα *C*.

τῷ ἀμερίστῳ καὶ νοερῷ φωτί, γόνιμα δὲ καὶ δραστήρια καὶ τελεσιουργὰ τῶν ὅλων καὶ πᾶσιν ἐξ ἴσου παρόντα καὶ ἐν αὐτοῖς μονίμως ἑστῶτα καὶ τοῖς μὲν ψυχικοῖς σχήμασι τὴν ἕνωσιν ἐπάγοντα, τῶν δὲ αἰσθητῶν τὴν παράλλαξιν εἰς τὸν οἰκεῖον ὅρον ἀνακαλούμενα. ἔστιν δ' ἄρα καὶ τούτων ἁπάντων ἐξῃρημένα τὰ τέλεια καὶ ἑνοειδῆ καὶ ἄγνωστα καὶ ἄφραστα σχήματα τῶν θεῶν, ἐποχούμενα μὲν τοῖς νοεροῖς σχήμασι, περατοῦντα δὲ ἡνωμένως τὰ ὅλα σχήματα, συνέχοντα δὲ τὰ πάντα τοῖς ἑαυτῶν ἑνιαίοις ὅροις, ὧν καὶ ἡ θεουργία τὰς ἰδιότητας ἀποτυπουμένη τοῖς τῶν θεῶν ἀγάλμασιν ἄλλα ἄλλοις περιβάλλει σχήματα. καὶ τὰ μὲν διὰ τῶν χαρακτήρων ἀρρήτως ἀπεικάζεται — καὶ γὰρ οὗτοι τὰς ἀγνώστους δυνάμεις τῶν θεῶν ἐκφαίνουσιν — τὰ δὲ διὰ τῶν μορφωμάτων καὶ τῶν τύπων ἀπομιμεῖται, τὰ μὲν ἑστῶτα τὰ δὲ καθήμενα ποιοῦσα καὶ τὰ μὲν καρδιοειδῆ τὰ δὲ σφαιροειδῆ τὰ δὲ ἄλλως σχηματιζόμενα καὶ τὰ μὲν ἁπλᾶ τὰ δὲ σύνθετα ἐκ πλειόνων μορφῶν καὶ τὰ μὲν σεμνὰ τὰ δὲ ἥμερα καὶ τὸ ἵλεον προτείνοντα τῶν θεῶν τὰ δὲ βλοσυρὰ κατασκευάζουσα σύμβολά τε ἄλλα ἄλλοις προσάγουσα κατὰ τὴν πρὸς τοὺς θεοὺς ἀνήκουσαν συγγένειαν. ἄνωθεν ἄρα τὸ σχῆμα ἀρχόμενον ἀπ' αὐτῶν τῶν θεῶν διατείνει μέχρι τῶν ἐσχάτων καὶ τούτοις ἐμφανταζόμενον ἀπὸ τῶν πρωτίστων αἰτίων. δεῖ γὰρ πρὸ τῶν ἀτελῶν ὑφεστάναι τὰ τέλεια καὶ τῶν ἐν ἄλλοις ὄντων τὰ ἐφ' ἑαυτῶν ἱδρυμένα καὶ τῶν ἀναπεπλησμένων

3 μὲν om. *G*. 13 καὶ γὰρ καὶ οὗτοι *C*. 20 τὸ ἵλεων *G*, τὸ ἵλεον *C*. ‖ τὸν θεὸν *C*. 24 ἐμφανιζόμενον *G*, ἐμφανταζόμενον *C*. 26 ἐφιστάναι *G*, ὑφεστάναι *C*. 27 ὑφ' *G*, ἐφ' *C*.

τῆς ἑαυτῶν στερήσεως τὰ τὴν οἰκεῖαν φύσιν εἰλικρινῆ διασώζοντα.

Τὰ μὲν οὖν ἔνυλα σχήματα με|τέχει τῆς ὑλικῆς ἀσχημοσύνης καὶ οὐκ ἔχει τὴν προσήκουσαν αὐτοῖς καθαρότητα, τὰ δὲ οὐράνια μεριστά ἐστι καὶ ἐν ἄλλοις ὑφέστηκε, τὰ δὲ ψυχικὰ διαιρέσεως καὶ ποικιλίας μετείληφεν καὶ ἀνελίξεως παντοίας, τὰ δὲ νοερὰ μετὰ τῆς ἑνώσεως ἔχει τὴν εἰς πλῆθος πρόοδον, αὐτὰ δὲ τὰ τῶν θεῶν καὶ ἀπόλυτα καὶ ἑνοειδῆ καὶ ἁπλᾶ καὶ γεννητικὰ πρὸ τῶν ὅλων ὑφέστηκεν, ἐν ἑαυτοῖς πᾶσαν ἔχοντα τὴν τελειότητα καὶ ἀφ' ἑαυτῶν τοῖς πᾶσι προτείνοντα τὴν τελεσιουργίαν τῶν εἰδῶν. οὐκ ἄρα ἡμεῖς ἀνεξόμεθα τῶν πολλῶν λεγόντων, ὅτι τὰ αἰσθητὰ σχήματα προσθέσεις καὶ ἀφαιρέσεις καὶ ἀλλοιώσεις τινὲς || ἀπογεννῶσιν. οὐ γὰρ ἂν αἱ κινήσεις ἀτελεῖς οὖσαι τὴν ἀρχικὴν αἰτίαν καὶ πρωτουργὸν ἔχοιεν τῶν ἀποτελεσμάτων, οὐδ' ἂν ἐκ τῶν ἐναντίων τὰ αὐτὰ πολλάκις ἀποτελοῖτο σχήματα — καὶ γὰρ ἐκ προσθέσεως γένοιτο ἂν καὶ ἀφαιρέσεως ἡ αὐτὴ μορφή — ἀλλὰ ταῦτα θησόμεθα δουλεύειν ἄλλοις εἰς τὴν γένεσιν, καὶ τὸ τέλος αὐτοῖς ἀπ' ἄλλων τῶν προηγουμένων αἰτιῶν ἀφορίζεσθαι φήσομεν. οὐδ' ἄρα τὰ μὲν ἄϋλα σχήματα ἀνυπόστατά ἐστι, τὰ δὲ ἐν τῇ ὕλῃ μόνον ὑφέστηκεν, ὥς πού φασί τινες, ἀλλ' οὐδ' ὡς ἕτεροι λέγουσιν, ἔστι μὲν ἔξω τῆς ὕλης, κατ' ἐπίνοιαν δὲ μόνην καὶ κατὰ ἀφαίρεσιν ἔχει τὴν ὑπόστασιν. ποῦ γὰρ ἡ ἀκρίβεια

4 αὐτῆς *C*, 'sibi' *B*, 'eis' *Z*. 10 αὐτοῖς *G*. 13 τῶν πολλῶν λεγόντων] Democriti hanc opinionem fuisse adnotat *B* in margine. 14 ἀφορέσεις *M*. || τινὰς *G*, τινὲς *C*. 18 ἀποτελεῖται *M*, ἀποτελεῖτο *G*. || προθέσεως *M*. 19 καὶ ἀφαιρέσεως om. *M*. 21 ἀπ' ἄλλων αὐτοῖς *G*. 22 ἄϋλα] ἄλλα *G*. 25 μόνον *G*.

καὶ τὸ κάλλος καὶ ἡ τάξις ἡ τῶν σχημάτων ἐν τοῖς ἐξ ἀφαιρέσεως σώζεσθαι δύναται; τοιαῦτα μὲν γὰρ ὄντα, οἷα τὰ αἰσθητά, πάμπολυ τῆς ἀνελέγκτου καὶ εἰλικρινοῦς ἀκριβείας ἀπολείπεται, προσλαμβάνοντα δὲ τὸ ἀκριβὲς καὶ τὸ τεταγμένον καὶ τὸ τέλειον πόθεν ταῦτα προσλήψεται; ἢ γὰρ ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν — ἀλλ' οὐκ ἦν ἐν ἐκείνοις — ἢ ἀπὸ τῶν νοητῶν (ἐστιν?) — ἀλλὰ τελειότερον ἐν ἐκείνοις — τὸ γὰρ ἀπὸ τοῦ μὴ ὄντος λέγειν πάντων ἀδυνατώτατόν ἐστιν. οὐ γάρ που τὰ μὲν ἀτελῆ παρήγαγεν ἡ φύσις, τὰ δὲ τέλεια ἀνυπόστατα ἀφῆκεν, οὐδὲ θέμις τὴν ἡμετέραν ψυχὴν ἀκριβέστερα καὶ τελειότερα καὶ μᾶλλον τεταγμένα τοῦ νοῦ καὶ τῶν θεῶν ἀπογεννᾶν. εἰσὶν ἄρα πρὸ τῶν αἰσθητῶν οἱ αὐτοκίνητοι λόγοι τῶν σχημάτων καὶ οἱ νοεροὶ καὶ θεῖοι καὶ ἡμεῖς ἀνακινούμεθα μὲν ἀπὸ τῶν αἰσθητῶν, προβάλλομεν δὲ τοὺς ἔνδον λόγους, εἰκόνας ἄλλων ὄντας, καὶ διὰ τούτων τὰ μὲν αἰσθητὰ παραδειγματικῶς, τὰ δὲ νοερὰ καὶ θεῖα γινώσκομεν εἰκονικῶς. ἀναπλούμενοι γὰρ οἱ ἐν ἡμῖν λόγοι τὰς μορφὰς τῶν θεῶν ἐπιδεικνύουσι καὶ τὰ ἑνοειδῆ τῶν ὅλων πέρατα, δι' ὧν ἀρρήτως εἰς ἑαυτοὺς ἐπιστρέφουσι πάντα καὶ συνέχουσιν ἐν ἑαυτοῖς. ἐν μὲν οὖν τοῖς θεοῖς καὶ γνῶσίς ἐστιν ὑπερφυὴς τῶν ὅλων σχημάτων καὶ δύναμις γεννητικὴ καὶ ὑποστατικὴ τῶν δευτέρων ἁπάντων, ἐν δὲ ταῖς φύσεσι ποιητικὴν μὲν ἔχει τῶν φαινομένων τὰ σχήματα δύναμιν, γνώσεως δὲ καὶ τῆς νοερᾶς εἰδήσεως παρῄρηται, ἐν δὲ ταῖς μερικαῖς ψυχαῖς

3 *ἀνελέκτου C.* 7—8 *ἢ ἀπὸ τῶν νοητῶν . . . ἐκείνοις* om. *G.* 10 *ἀνυπόστατον M;* postera manus *α* super *ον* scripsit. 12 *καὶ* ante *μᾶλλον* om. *G*, add. *C.* 27 *μερικαῖς* om. *G;* 'particularibus' *B, Z.*

ἡ μὲν ἄϋλος νόησίς ἐστι καὶ ἡ αὐτενέργητος γνῶσις, ἡ δὲ γόνιμος αἰτία καὶ δραστήριος οὐκ ἔστιν. ὥσπερ οὖν ἡ φύσις ποιητικῶς τῶν αἰσθητῶν σχημάτων προέστηκεν, οὕτως ἡ ψυχὴ κατὰ τὸ γνωστικὸν ἐνεργοῦσα προβάλλει περὶ τὴν φαντασίαν ὥσπερ εἰς κάτοπτρον τοὺς τῶν σχημάτων λόγους, ἡ δ' ἐν εἰδώλοις αὐτὰ δεχομένη καὶ ἐμφάσεις ἔχουσα τῶν ἔνδον ὄντων διὰ τούτων τῇ ψυχῇ παρέχεται τὴν εἰς τὸ εἴσω στροφὴν καὶ πρὸς ἑαυτὴν τὴν ἀπὸ τῶν εἰδώλων || ἐνέργειαν· οἷον εἴ τις ἑαυτὸν ὁρῶν ἐν κατόπτρῳ καὶ θαυμάσας τὴν τῆς φύσεως δύναμιν καὶ τὴν ἑαυτοῦ μορφὴν ἑαυτὸν ἰδεῖν θελήσειεν καὶ λάβοι δύναμιν τοιαύτην, ὥστε ὅλως ὁρῶν καὶ ὁρατὸν ἀποτελεσθῆναι. καὶ γὰρ ψυχὴ τοῦτον τὸν τρόπον ἔξω ἑαυτῆς εἰς φαντασίαν βλέπουσα καὶ ἐσκιαγραφημένα σχήματα θεωμένη καὶ τὸ κάλλος αὐτῶν ἐκπλαγεῖσα καὶ τὴν τάξιν ἄγαται τοὺς ἑαυτῆς λόγους, ἀφ' ὧν καὶ ταῦτα, καὶ ἀγασθεῖσα τὸ μὲν τούτων κάλλος ὡς ἐν εἰδώλοις φερόμενον ἀφίησι, ζητεῖ δὲ τὸ ἑαυτῆς, καὶ εἰς τὸ εἴσω παρελθεῖν ἐθέλει, καὶ τὸν κύκλον ἐκεῖ καὶ τὸ τρίγωνον ἰδεῖν, καὶ πάντα ἀμερῶς καὶ ἐν ἀλλήλοις πάντα, καὶ ἓν (?) γενέσθαι πρὸς τὰ ὁρώμενα, καὶ συμπτύξαι τὸ πλῆθος, καὶ τὰ ἐν τοῖς ἀγγείοις τῶν θεῶν καὶ ἀδύτοις κρύφια καὶ ἄρρητα σχήματα θεάσασθαι καὶ ἐκφῆναι τὴν ἀκαλλώπιστον τῶν θεῶν εὐμορφίαν καὶ κύκλον ἰδεῖν κέντρου

11 ἑαυτὸν om. *G*. 12 τελέσειε *G*, τελήσειε *C*. 14 αὐτῆς *G*. 15 ἐν σκία(sic)γραφημένῳ σχήματι *G*, ἐσκιαγραφημένῳ σχήματι *C*. 16 ἄγεται *G*, ἄγαται *C*. 21 ἓν γενέσθαι] ἐγγενέσθαι *M*, B_3, *G*, sed super ἐγ scripsit in *M* postera manus ἓν; 'seseque obiectis inserere' *B*, 'innasci ad ea, quae spectantur' *Z*. 23 ἀιτίοις *G*, ἀγγείοις *C*. 24 καλλώπιστον *C*.

παντὸς ἀμερέστερον καὶ τρίγωνον ἀδιάστατον καὶ τῶν ἄλλων ἕκαστον εἰς ἕνωσιν γνωστὸν ἀνῆκον. ἐστὶν δὴ οὖν τὸ μὲν αὐτοκίνητον σχῆμα πρὸ τοῦ ἑτεροκινήτου, τὸ δὲ ἀμέριστον πρὸ τοῦ αὐτοκινήτου, τὸ δὲ ἑνὶ ταὐτὸν πρὸ τοῦ ἀμερίστου. πάντα γὰρ εἰς τὰς ἑνάδας ἀνίοντα τελευτᾷ, καὶ γὰρ πᾶσιν ἐκεῖθεν ἡ εἰς τὸ εἶναι πάροδος.

Ἀλλὰ ταῦτα μὲν κατὰ τὸ Πυθαγόρειον ἀρέσκον ἐμηκύναμεν, ὁ δὲ γεωμέτρης τὸ ἐν τῇ φαντασίᾳ σχῆμα θεωρῶν καὶ τοῦτο πρώτως ὁριζόμενος, εἰ καὶ τοῖς αἰσθητοῖς ὁ λόγος ἐφαρμόττει δευτέρως, τὸ ὑπό τινος ἤ τινων ὅρων περιεχόμενόν φησιν εἶναι τὸ σχῆμα. σὺν ὕλῃ γὰρ ἤδη λαβὼν αὐτὸ καὶ ὡς διαστατὸν φανταζόμενον εἰκότως πεπερασμένον καὶ ὡρισμένον ἀποκαλεῖ. πᾶν γὰρ τὸ ὕλην ἔχον ἢ νοητὴν ἢ αἰσθητὴν ἀλλαχόθεν ἔχει τὸν ὅρον καὶ οὐκ αὐτὸ πέρας ἐστίν, ἀλλὰ πεπερασμένον, οὐ δὲ ἑαυτοῦ ὅρος, ἀλλ' ἄλλο μὲν ἐν αὐτῷ τὸ ὁρίζον, ἄλλο δὲ τὸ ὁριζόμενον, οὐδὲ ἐν αὐτῷ ἐστιν, ἀλλὰ ὑπ' αὐτοῦ περιέχεται. τῷ γὰρ | ποσῷ συμφύεται καὶ μετ' ἐκείνου συνυφίσταται καὶ γίνεται αὐτῷ ὑποκείμενον τὸ ποσόν. λόγος δὲ ἐκείνου καὶ μορφὴ τὸ σχῆμα καὶ εἶδος. περατοῖ γὰρ αὐτὸ καὶ χαρακτῆρα καὶ ὅρον αὐτῷ τοιόνδε προστίθησιν, ἢ ἁπλοῦν ἢ σύνθετον. ἐπεὶ γὰρ καὶ αὐτὸ τὴν τοῦ πέρατος καὶ ἀπείρου δυοειδῆ πρόοδον ἐν τοῖς οἰκείοις

3 ἑτέρου κινητοῦ *M*. 4 τὸ δὲ ἐνιαιτὸν B_3, *G*, τὸ δὲ ἐνιαντὸν *C*, τὸ δὲ ἑνὶ αὐτὸν *M*, quod postera manus correxit in τῷ δὲ ἑνὶ ταὐτὸν; 'quae (figura) vero Uni eadem est' *B*, 'quod sic uni idem est' *Z*. 11 ἐφαρμόττει, δευτέρως τὸ *G*. 13 ἤδη] εἴδη *G*. 14 καὶ ὡρισμένον om. *G*, *C*. 14—17 ἀποκαλεῖ .... ἀλλὰ πεπερασμένον om. *G*, add. *C*. 18 τὸ ante ὁριζόμενον om. *G*, add. *C*. 25 οἰκείοις] ἰδίοις *G*.

εἴδεσι προτείνει, καθάπερ δὴ καὶ ὁ τῆς γωνίας λόγος, τὸν μὲν ἕνα ὅρον καὶ τὸ ἁπλοῦν εἶδος ἐπάγει τοῖς ὑφ' ἑαυτοῦ περιεχομένοις κατὰ τὸ πέρας, τοὺς δὲ πολλοὺς κατὰ τὴν ἀπειρίαν. ‖ καὶ διὰ τοῦτο πᾶν τὸ ἐσχηματισμένον ἢ ἑνὸς ὅρου μετείληφεν ἢ πλειόνων. ὁ μὲν οὖν Εὐκλείδης τὸ ἐσχηματισμένον σχῆμα καλῶν καὶ τὸ ἔνυλον καὶ τῷ ποσῷ συνυπάρχον περιεχόμενον εἰκότως αὐτὸ προσείρηκεν, ὁ δὲ Ποσειδώνιος πέρας συγκλεῖον ἀφορίζεται τὸ σχῆμα τὸν λόγον τοῦ σχήματος χωρίζων τῆς ποσότητος καὶ αἴτιον αὐτὸν εἶναι τιθέμενος τοῦ ὡρίσθαι καὶ πεπεράσθαι καὶ τῆς περιοχῆς. τὸ γὰρ κλεῖον ἕτερόν ἐστι τοῦ συγκλειομένου καὶ τὸ πέρας τοῦ πεπερασμένου, καὶ δοκεῖ πως ὁ μὲν εἰς τὸν ἔξωθεν περικείμενον ὅρον ἀποβλέπειν, ὁ δὲ εἰς ὅλον τὸ ὑποκείμενον, ὥστε τὸν κύκλον ὁ μὲν ἐρεῖ καθ' ὅλον τὸ ἐπίπεδον εἶναι σχῆμα καὶ τὴν ἔξω περιοχήν, ὁ δὲ κατὰ τὴν περιφέρειαν. ἐνδείκνυται δὲ ὁ μὲν ὅτι τὸ ἐσχηματισμένον ἀφορίζεται καὶ σὺν τῷ ὑποκειμένῳ θεωρούμενον, ὁ δὲ ὅτι τὸν λόγον τοῦ σχήματος αὐτὸν τὸν περατοῦντα καὶ συγκλείοντα τὸ ποσὸν ἐμφανίζειν ἐθέλει. εἰ δέ τις λογικὸς ἀνὴρ καὶ κομψὸς αἰτιῷτο τὸν Εὐκλείδιον λόγον ὡς ἀπὸ τῶν εἰδῶν τὸ γένος ἀφοριζόμενον — τὸ γὰρ ὑφ' ἑνὸς ὅρου περιεχόμενον καὶ τὸ ὑπὸ πλειόνων εἴδη τοῦ σχήματος — λεκτέον ἂν εἴη πρὸς αὐτόν, ὅτι κατὰ γένη τὰς δυνάμεις προ-

5—6 ἢ ἑνὸς ... ἐσχηματισμένον om. *G*, add. *C*. 7 ποσὸν *C*. 8 αὐτὸ προσείρηκεν εἰκότως *C*. 12 κύκλον *G*, κλεῖον *C*. 13. 14 εἰς τὸ ἔξω *G*. 17 ἐνδείκνυται (εἰδείκνυται B_3) δεόμενόν τι *M*, B_3, ἐνδείκνυται. καὶ ὁ μέν τοι *G*; 'ostendit. et alter quidem' *B*. 'indicat. et hic quidem' *Z*. 19 ὅτι non interpretati sunt nec *Z* nec *B*. 22 τὸν Εὐκλείδιον λόγων *M*, τὸν Εὐκλείδους λόγον *G*. 25 κατὰ γένη] καὶ τὰ γένη *G*.

εἴληφεν τῶν εἰδῶν ἐν ἑαυτοῖς. καὶ ὅταν ἀπὸ τῶν δυνάμεων τῶν ἐν τοῖς γένεσιν ἐθέλωσιν αὐτὰ σαφῆ ποιεῖν, οἱ παλαιοὶ δοκοῦσι μὲν ἀπὸ τῶν εἰδῶν ἐπιχειρεῖν, κατὰ δὲ τὸ ἀληθὲς αὐτὰ ἀφ' ἑαυτῶν ἀναδιδάσκουσι καὶ τῶν ἐν αὐτοῖς δυνάμεων.

Ὁ τοίνυν λόγος τοῦ σχήματος εἷς ὢν περιέχει τὰς τῶν πολλῶν σχημάτων διαφορότητας κατὰ τὸ πέρας τὸ ἐν αὐτῷ καὶ τὸ ἄπειρον, καὶ ὁ τοῦτον ὁριζόμενος οὐκ ἂν ἄτοπος εἴη διὰ τοῦ ὁρισμοῦ τὰς διαφορὰς τῶν ἐν αὐτῷ δυνάμεων περιλαμβάνων. ἀλλὰ πόθεν πρόεισιν ὁ τοῦ σχήματος λόγος καὶ ἀπὸ ποίων αἰτίων τελειοῦται; λέγω δή, ὅτι πρῶτον μὲν ἐκ τοῦ πέρατος ὑφίσταται καὶ τοῦ ἀπείρου καὶ τοῦ ἐκ τούτων μεμιγμένου, διὸ καὶ αὐτὸς τὰ μὲν ἀπογεννᾷ κατὰ τὸ πέρας τῶν εἰδῶν, τὰ δὲ κατὰ τὸ ἄπειρον, τὰ δὲ κατὰ τὸ μικτόν, τοῖς μὲν περιφερέσι τὴν τοῦ πέρατος ἰδέαν ἐπάγων, τοῖς δὲ εὐθυγράμμοις τὴν τοῦ ἀπείρου, τοῖς δὲ ἐκ τούτων τὴν τοῦ μικτοῦ. δεύτερον δὲ ἀπὸ τῆς ὁλότητος τελειοῦται τῆς εἰς τὰ ἀνόμοια μέρη διακρινομένης, ὅθεν δὴ καὶ αὐτὸς ἑκάστῳ τῶν εἰδῶν ἐπιφέρει τὸ ὅλον, καὶ τῶν σχημάτων ἕκαστον εἰς διάφορα αὐτῶν εἴδη τέμνεται. καὶ γὰρ ὁ κύκλος εἰς ἀνόμοια τῷ λόγῳ καὶ ἕκαστον τῶν εὐθυγράμμων διαιρετόν ἐστιν, ὃ καὶ αὐτὸς ὁ στοιχειωτὴς ἐν ταῖς διαιρέσεσι πραγματεύεται τὸ μὲν εἰς ὅμοια τὰ δοθέντα σχήματα διαιρῶν,‖ τὸ δὲ εἰς ἀνόμοια. τρίτον ἀπὸ τοῦ παντελοῦς πλήθους δυναμοῦται καὶ διὰ τοῦτο παντοίας μορφὰς προτείνει

1 *καὶ ὅτε G, καὶ ὅταν C.* 7 *διαφορὰς C.* 12 *λέγει M, B_3, G;* sed in *M* postera manus *ω* super *ει* scripsit; 'Dico' *B*, 'Ait' *Z*. 13 *ὑφίστασθαι G.* 18 *τὴν* ante *τοῦ μικτοῦ* om. *G*, add. *C.* 26 *τὸ δὲ εἰς ἀνόμοια* om. *M*, B_3.

καὶ γεννᾷ πολυειδεῖς λόγους τῶν σχημάτων καὶ ἑαυτὸν ἐξελίττων οὐ παύεται, μέχρις ἂν εἰς ἔσχατον προέλθῃ καὶ πᾶσαν ἐκφήνῃ τὴν ποικιλίαν τῶν εἰδῶν. καὶ ὥσπερ ἐκεῖ τὸ ἓν τῷ ὄντι καὶ τὸ ὂν ἐν τῷ ἑνὶ δείκνυται συνυπάρχον, οὕτω δὴ καὶ αὐτὸς ἐν τοῖς εὐθυγράμμοις τὰ περιφερῆ καὶ ἀνάπαλιν τὰ εὐθύγραμμα ἐν τοῖς περιφερέσι συνειλιγμένα δείκνυσι, καὶ τὴν ὅλην ἑαυτοῦ φύσιν καθ' ἕκαστον οἰκείως προτείνει πάντα τε ταῦτα ἐν πᾶσιν, ὅταν καὶ τὸ ὅλον ἕν τε πᾶσιν ὁμοῦ καὶ ἑκάστῳ χωρίς. ταύτην δ' οὖν τὴν δύναμιν ἀπ' ἐκείνης ἔχει τῆς τάξεως. τέταρτον ἀπὸ τοῦ πρώτου τῶν ἀριθμῶν ὑποδέχεται τὰ μέτρα τῆς προόδου τῶν εἰδῶν, ὅθεν καὶ ὑφίστησι πάντα κατ' ἀριθμούς, τὰ μὲν ἁπλουστέρους, τὰ δὲ συνθετωτέρους. τρίγωνα γὰρ καὶ τετράγωνα καὶ πεντάγωνα καὶ πάντα τὰ πολύγωνα συμπρόεισι ταῖς ἐπ' ἄπειρον τῶν ἀριθμῶν ἐξαλλαγαῖς. διὰ ποίαν δ' αἰτίαν τοῦτο γίνεται, τοῖς μὲν πολλοῖς ἄγνωστον, τοῖς δὲ εἰδόσι, ποῦ μὲν ἀριθμός, ποῦ δὲ τὸ σχῆμα, καταφανὴς ὁ τῆς αἰτίας ἀπολογισμός. πέμπτον ἀπ' ἄλλης ὁλότητος δευτέρας καὶ εἰς ὁμόχροα διαιρουμένης πληροῦται τῆς εἰς ὅμοια διαιρέσεως τῶν εἰδῶν, καθ' ἣν καὶ ὁ τριγωνικὸς λόγος εἰς τρίγωνα καὶ ὁ τετραγωνικὸς εἰς τὰ τετράγωνα διαιρεῖται. καὶ τοῦτο τὸ ὅπερ ἔφην καὶ ἐν ταῖς εἰκόσι γυμναζόμενοι ποιοῦμεν, πολὺ πρότερον ἐν ταῖς ἀρχαῖς προυφεστηκός.

4 *ἐν* post *ἓν* om *M*. 8 *οἰκείαν C;* in *M* vestigia *εἰκαίως* videntur tradere, 'proprie' *B, Z*. 9 *ὅταν*] *ὄντα C*, 'quandoquidem' *B*, 'quoniam' *Z*. 10 *δ'* ante *οὖν* om. *G*, add. *C*. 12 *ἀποδέχεται G*. 14 *συνετωτέρους G*. 15 *καὶ γὰρ M*. 18 *εἰδός G, εἰδόσι C*. 20 *ἐπ' M, G;* in *M* postera manus super *ε* scripsit *α*. ‖ *δευτέρα M, G;* in *M* postera manus supra adscripsit *ς*. 21 *καταιρουμένης G, διαιρουμένης C*. ‖ *τὰ* ante *ὅμοια* add. *G*, del. *C*. 23 *τὰ* ante *τετράγωνα* om. *G*.

Εἰς δὴ ταύτας ἀποβλέποντες τὰς ἀποδόσεις πολλὰ δυνάμεθα περὶ τῶν σχημάτων αἰτιολογεῖν εἰς τὰς ἀρχὰς ἀναγόμενοι τὰς πρὸ αὐτῶν, καὶ τὸ μὲν ἓν κοινότερον σχῆμα τοιαύτην ἔλαχε τάξιν καὶ ἀπὸ τοσούτων αἰτιῶν παραδέχεται τὴν τελεσιουργίαν, ἐντεῦθεν δὲ πρόεισι ἐπὶ τὰ γένη τῶν θεῶν καὶ κατ' ἄλλας ἰδέας ἄλλοις ἀπονέμεται καὶ πρὸς ἄλλους ἐνεργεῖ τοῖς μὲν τὰ ἁπλούστερα, τοῖς δὲ τὰ ἐκ τούτων ἀποδιδόναι σχήματα, καὶ τοῖς μὲν τὰ | πρωτουργὰ καὶ ἐν ταῖς ἐπιφανείαις ἀπογεννώμενα, τοῖς δὲ τῶν στερεῶν ἐπιβαίνουσιν ὄγκων τὰ προσήκοντα τῶν ἐν τοῖς στερεοῖς σχημάτων ἀφορίζον, πάντων μὲν ἐν πᾶσιν ὄντων — αἱ γὰρ τῶν θεῶν μορφαὶ παντελεῖς εἰσι καὶ πλήρεις τῶν ὅλων δυνάμεων — ἀλλὰ τῆς ἰδιότητος ἄλλῳ κατ' ἄλλο προβεβλημένης. ὁ μὲν γὰρ κυκλικῶς ἔχει πάντα, ὁ δὲ τριγωνικῶς, ὁ δὲ τετραγωνικῶς, καὶ ἐπὶ τῶν στερεῶν ὡσαύτως.

‖ Def. XV. XVI. *Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, πρὸς ἣν ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. κέντρον δὲ τοῦ κύκλου τὸ σημεῖον καλεῖται.*

Τὸ πρώτιστον καὶ ἁπλούστατον τῶν σχημάτων καὶ τελειότατον ὁ κύκλος ἐστί. τῶν μὲν γὰρ στερεῶν

8 *τὰ* post *τοῖς μὲν* et *τοῖς δὲ* om. *G*, add. *C*. 10 *ἀποβαίνουσιν C*. 12 *πάντι G*, *πᾶσι C*. 14 *ἄλλῳ*] *ἄλλων G*, *ἄλλο* B_3, *C*, 'aliud' *B*, 'alteri' *Z*. 15 *κυκλικοῖς C*. 16 *ὁ δὲ τριγωνικῶς, ὁ δὲ τετραγωνικῶς* om. *G*, add. *C*. ‖ *καὶ ἐπὶ τῶν στερεῶν* del. *C*. 22 *τὸ* om. *G*.

πάντων ὑπερφέρει τῷ ἐν ἁπλουστέρᾳ τάξει τὴν ὕπαρξιν ἔχειν, τῶν δὲ ἐν τοῖς ἐπιπέδοις ὑφισταμένων τῇ ὁμοιότητι καὶ ταυτότητι τὴν ὑπεροχὴν ἔλαχεν. καί ἐστιν ἀνάλογον τῷ πέρατι καὶ τῇ μονάδι καὶ ὅλως τῇ ἀμείνονι συστοιχίᾳ. διὸ καὶ τῶν ἐγκοσμίων καὶ τῶν ὑπερκοσμίων τὰς διαιρέσεις ποιούμενος ἀεὶ τῆς θειοτέρας φύσεως εὑρήσεις ὄντα τὸν κύκλον. εἰ μὲν γὰρ εἰς οὐρανὸν καὶ γένεσιν διαιροῖς τὸ πᾶν, τῷ μὲν οὐρανῷ τὸ κυκλικὸν εἶδος ἀποδώσεις, τῇ δὲ γενέσει τὸ εὐθύ. καὶ γὰρ ὅσον ἐστὶν ἐν τοῖς γενητοῖς κυκλικὸν ἔν τε ταῖς μεταβολαῖς καὶ τοῖς σχήμασιν, ἄνωθεν ἀπὸ τοῦ οὐρανοῦ καθήκει. διὰ γὰρ τὴν ἐκείνου κυκλοφορίαν ἡ γένεσις ἀνακυκλεῖται πρὸς ἑαυτὴν καὶ τὴν ἀνίδρυτον παράλλαξιν εἰς τεταγμένην ἀνάγει περίοδον, — εἰ δὲ εἰς ψυχὴν καὶ νοῦν τὰ ἀσώματα διακρίνοις, νοερὸν μὲν ἂν εἴποις εἶναι τὸν κύκλον, ψυχικὸν δὲ τὸ εὐθύ. διὸ καὶ ἡ ψυχὴ κατὰ τὴν πρὸς νοῦν ἐπιστροφὴν κατὰ κύκλον περιάγεσθαι λέγεται. καὶ ὅπερ ἡ γένεσις πρὸς τὸν οὐρανόν, τοῦτο ἡ ψυχὴ πρὸς τὸν νοῦν. κύκλῳ γὰρ κινεῖται (φησὶν ὅτι νοῦν μιμεῖται?). ἡ δὲ γένεσις τῆς ψυχῆς· τὸ γὰρ ἄλλοτε ἐν ἄλλοις εἴδεσι γίνεσθαι ψυχῆς ἴδιον, — εἰ δὲ εἰς σῶμα καὶ ψυχὴν ἐθέλοις διαιρεῖν, πᾶν μὲν τὸ σωματικὸν τῆς τοῦ εὐθέως μερίδος θήσεις, πᾶν δὲ τὸ ψυχικὸν τῆς τοῦ κύκλου ταυτότητος καὶ ὁμοιότητος μετέχειν. τὸ μὲν γὰρ σύνθετόν ἐστι καὶ ποικίλον ταῖς δυνάμεσιν, ὥσπερ τὰ εὐθύγραμμα σχήματα, τὸ δὲ ἁπλοῦν καὶ νοερόν, αὐτοκίνητον καὶ αὐτενέργητον, πρὸς ἑαυτὸ ἐστραμμένον

5 συστοιχείᾳ *M*, *G*. 8 διαιρεῖς *G*. 13 καὶ τὸ *G*, καὶ τὴν *C*. 17—19 ἐπιστροφην .... πρὸς τὸν νοῦν om. *G*, add. *C*.

καὶ περὶ αὐτὸ ἐνεργοῦν, ὅθεν δὴ καὶ ὁ Τίμαιος διὰ τῶν εὐθυγράμμων ὑποστήσας τὰ στοιχεῖα τοῦ παντὸς τὴν κατὰ κύκλον αὐτοῖς κίνησιν καὶ διαμόρφωσιν ἐκ τῆς ἐποχουμένης τῷ κόσμῳ δέδωκε ψυχῆς.

Ἀλλ' ὅτι μὲν πανταχοῦ τὸ πρωτεῖον ὁ κύκλος ἔλαχεν ὡς πρὸς τὰ ἄλλα σχήματα, δῆλον ἐκ τῶν προειρημένων, δεῖ δὲ καὶ τὴν πᾶσαν αὐτοῦ σειρὰν θεωρεῖν ἄνωθεν ἀρχομένην καὶ τελευτῶσαν ἄχρι τῶν ἐσχάτων καὶ πάντα τελειοῦσαν κατὰ τὴν ἐπιτηδειότητα τῶν δεχομένων αὐτοῦ τὴν μετουσίαν. τοῖς μὲν οὖν θεοῖς ἐπιστροφὴν καὶ ἕνωσιν παρέχεται πρὸς τὰς ἑαυτῶν αἰτίας καὶ τὸ μένειν ἐν ἑαυτοῖς καὶ μὴ ἐξίστασθαι τῆς οἰκείας μακαριότητος, τὰς μὲν ἄκρας αὐτῶν ‖ ἑνώσεις ὡς κέντρα προστησάμενος ἐφετὰ τοῖς δευτέροις, τὰ δὲ πλήθη τῶν ἐν αὐτοῖς δυνάμεων περὶ ἐκεῖνα σταθερῶς ἱδρύων καὶ διὰ τὴν ἐκείνων ἁπλότητα συνέχων, ταῖς δὲ νοεραῖς οὐσίαις τὸ πρὸς ἑαυτὰς ἐνεργεῖν διαιωνίως, παρέχων καὶ παρ' ἑαυτῶν πληροῦσθαι τῆς γνώσεως ἐν ἑαυταῖς τε συνῃρηκέναι τὰ νοητὰ καὶ ἀφ' ἑαυτῶν τὰς νοήσεις τελειοῦν. πᾶς γὰρ νοῦς καὶ τὸ νοητὸν ἑαυτῷ προτείνει, καὶ τοῦτο μὲν ὡς κέντρον ἐστὶν τῷ νῷ, ὁ δὲ νοῦς συνέχει περὶ αὐτὸ καὶ ἐρᾷ καὶ ἐνίζεται πρὸς αὐτὸ ταῖς νοεραῖς ὅλαις πανταχόθεν ἐνεργείαις. ταῖς δὲ ψυχαῖς ἐπιλάμπει τὸ αὐτόζωον, τὸ αὐτοκίνητον, τὸ πρὸς νοῦν ἐστράφθαι καὶ περιχορεύειν τὸν

1 αὐτὸ] αὐτὸν *M*, αὐτὸ *G*. 5 πανταχοῦ delendum notavit *C*. ‖ πρῶτον *G*, πρωτεῖον *C*. 11 τὰς] αὐτὰς *G*, τὰς *C*. 18 ἑαυτῷ *G*, ἑαυτῶν *C*. 20 τελείας *G*, τελειοῦν *C*. ‖ καὶ post νοῦς om. *G*. 21 προστείνει *M*. 23 παρ' ἑαυτὸ *M*, παρ' ἑαυτῷ *G*, πρὸς αὐτὸ H_2 p. 264. ‖ ἐργείαις *M*. 24 αὐτὸ ζῶν *M*, αὐτοζῶν *G*, αὐτόζωον (αὐτὸ ζῷον) H_2. 25 τὸ ante πρὸς νοῦν om. *G*.

νοῦν, τὸ ἀποκαθίστασθαι κατὰ τὰς οἰκείας περιόδους ἀνελιττούσας τοῦ νοῦ τὴν ἀμέρειαν. πάλιν γὰρ αἱ μὲν νοεραὶ τάξεις ὥσπερ τὰ κέντρα τὴν ὑπεροχὴν ἕξουσι πρὸς τὰς ψυχάς, αἱ δὲ ψυχαὶ περὶ αὐτὰς κατὰ κύκλον ἐνεργήσουσι. καὶ γὰρ πᾶσα ψυχὴ κατὰ μὲν τὸ νοερὸν ἑαυτῆς καὶ αὐτὸ τὸ ἓν τὸ ἀκρότατον κεκέντρωται, κατὰ δὲ τὸ πλῆθος κυκλικῶς περιπορεύεται, περιπτύξασθαι ποθοῦσα τὸν ἑαυτῆς νοῦν, — τοῖς δὲ οὐρανίοις σώμασιν τὴν πρὸς τὸν νοῦν ἀφομοίωσιν, τὴν ὁμοιότητα, τὴν ὁμαλότητα, τὴν ἐν πέρασι τῶν ὅλων περιοχήν, τὰς ἐν μέτροις ὡρισμένοις ἀνακυκλήσεις, τὴν ἀίδιον ὑπόστασιν, τὸ ἄναρχον καὶ ἀτελεύτητον, ἅπαντα τὰ τοιαῦτα, — τοῖς δὲ ὑπὸ σελήνην στοιχείοις τὴν περίοδον τὴν ἐν ταῖς μεταβολαῖς, τὴν πρὸς τὸν οὐρανὸν ἀπεικασίαν, τὸ ἐν τοῖς γενητοῖς ἀγένητον καὶ ἐν τοῖς κινουμένοις ἑστὼς καὶ ἐν τοῖς μεριστοῖς ὡρισμένον· πάντα γὰρ ἀεὶ ἔστι διὰ τὸν κύκλον τῆς γενέσεως· καὶ τὸ ἰσοκρατὲς ἐν πᾶσι διὰ τὴν ἀνταπόδοσιν τῆς φθορᾶς. εἰ γὰρ μὴ ἀνέκαμψεν ἡ γένεσις, ταχὺ ἂν ἡ τάξις αὐτῶν διελύθη καὶ ἡ σύμπασα διακόσμησις, — τοῖς δ' αὖ ζώοις καὶ φυτοῖς τὴν ἐν ταῖς ἀπογεννήσεσιν ὁμοιότητα ἐνδίδωσιν. ἔκ τε γὰρ τῶν σπερμάτων ταῦτα γίνεται | καὶ σπέρματα ἐκ τούτων, γένεσίς τε ἐξ ἀλλήλων ἀποτελεῖται καὶ ἀνακύκλησις ἀπό τε τοῦ ἀτελοῦς ἐπὶ τὸ τέλειον καὶ ἔμπαλιν, ἵνα καὶ φθίσις ᾖ μετὰ τῆς γενέσεως, — τοῖς δέ γε παρὰ φύσιν λεγομένοις τάξιν ἐπιτίθησιν καὶ τὴν ἀοριστίαν

5 ἐνεργοῦσι *G*. 7 κυκλωτικῶς H_2 p. 264. 13 τὰ ante τοιαῦτα om. *G*, add. *C*. 15 γεννητοῖς *M*. 18 γενήσεως *M*. 20 διεληλύθη *M*. 23 ταὐτὰ *M*. ‖ σπέρμα *C*. 25 τοῦ ante ἀτελοῦς om. *G*, add. *C*. ‖ ἐπὶ] εἰς *G*, ἐπὶ *C*.

αὐτῶν εἰς ὅρον περιάγει καὶ διακοσμεῖ, καὶ ταῦτα δεόντως τοῖς τελευταίοις ἴχνεσι τῶν ἑαυτοῦ δυνάμεων· διὸ καὶ κατὰ ἀριθμοὺς ὡρισμένους ἀνακυκλεῖται καὶ οὐ φοραὶ μόνον ἀλλὰ καὶ ἀφορίαι κατὰ τὰς περιτροπὰς ὑφίστανται τῶν κύκλων, ὡς ὁ τῶν μουσῶν λόγος, καὶ πάντα τὰ κακὰ εἰ καὶ ἀπέρριπται τῶν θεῶν εἰς τὸν θνητῶν τόπον, ἀλλὰ περιπολεῖ καὶ ταῦτα, φησὶν ὁ Σωκράτης, καὶ μέτεστι καὶ τούτοις τῆς κυκλικῆς περιόδου καὶ ‖ τάξεως, ἵνα μηδὲν ἄκρατον ᾖ κακόν, μηδὲ ἔρημον τῶν θεῶν, ἀλλ' ἡ τελεσιουργὸς πρόνοια τῶν ὅλων καὶ τὴν ἀπέραντον τῶν κακῶν ποικιλίαν εἰς ὅρον περιάγῃ καὶ τάξιν τὴν αὐτοῖς πρέπουσαν.

Πάντα ἄρα διακεκόσμηκεν ἡμῖν ὁ κύκλος ἄχρι τῶν μεταδόσεων τῶν τελευταίων καὶ οὐδὲν ἄμοιρον ἀφῆκεν τῆς ἑαυτοῦ μεταδόσεως, κάλλος καὶ ὁμοιότητα καὶ εἰδοποιΐαν καὶ τελειότητα χορηγῶν. διὸ καὶ ἐν τοῖς ἀριθμοῖς τὰ μέσα κέντρα συνέχει τῆς προόδου συμπάσης τῶν ἀριθμῶν, τῆς ἀπὸ μονάδος ἄχρι δεκάδος ἀνελιττομένης. ἡ γὰρ πεμπτὰς καὶ ἡ ἑξὰς ἐκ πάντων τὴν κυκλικὴν ἐπιδείκνυνται δύναμιν ἐν τοῖς ἀφ' ἑαυτῶν προόδοις εἰς αὑτὰς πάλιν ἐπιστρεφόμεναι. πολλαπλασιαζόμεναι γὰρ εἰς αὑτὰς καταλήγουσι. προ-

4 *φορᾶι* *M.* ‖ *ἀφορίαι*] *αἱ φοραὶ* *M*, quod postera manus mutavit in *ἀφορίαι*. 7 *τὸν θνητὸν τόπον* *M*, *τὸν τῶν θνητῶν τόπον* B_3, *G*, 'Mortalium locum' *B*, 'locum mortalium' *Z*. 9 *καὶ* ante *τάξεως* om. *G*, add. *C*. ‖ *ἢ καὶ κακόν* B_3, *G* et *M*, sed in *M* puncta supra *καὶ* addita sunt; 'malumque sit' *B*, 'et malum' *Z*. 10 *προνοίᾳ* *M*. 12 *περιάγει* *G*; *περιάγῃ* B_3, 'redigat' *B*, 'circumducit' *Z*. 13 *διακόσμησεν* *G*. 15 *ἑαυτοῦ μεταδόσεως*] *μετὰ αὐτοῦ διαδώσεως* *C*. 17 *συνέχει*] *συντρέχει* B_3, *G*, 'continet' *B*, 'concurrunt' et in margine 'aliter continent' *Z*. 19 *ἀνελισσομένης* *G*, *ἀνελιπομένης* *M*, sed postera manus *σσο* super *πο* scripsit. 20 *ἐπιδείκνυται* *M*, *G*. 21 *αὐτὰς* *M*, *G*. 22 *αὐτὰς* *M*, *G*. ‖ *καταλύουσι* *G*.

ὁδοῦ μὲν οὖν ὁ πολλαπλασιασμὸς εἰκών, εἰς πλῆθος ἐκτεινόμενος, ἐπιστροφῆς δὲ ἡ εἰς τὸ αὐτὸ κατάληξις εἶδος. τὸ δὲ συναμφότερον ἡ κυκλικὴ παρέχεται δύναμις ἀνεγείρουσα μὲν ἀπὸ τοῦ μένοντος οἷον κέντρου τὰς γεννητικὰς αἰτίας τοῦ πλήθους, συνελίσσουσα δὲ μετὰ τὰς ἀπογεννήσεις ἐπὶ τὰ αἴτια τὸ πλῆθος. δύο τοίνυν ἀριθμοὶ τὸ μέσον πάντων κατέχουσι τὴν ἰδιότητα, καὶ ὁ μὲν παντὸς ἡγεῖται τοῦ ἐπιστρεπτικοῦ γένους τῶν ἀρρένων καὶ τῆς περιττοῦ φύσεως, ὁ δὲ πᾶν τὸ θῆλυ καὶ ἄρτιον καὶ τῆς γονίμου σειρᾶς ἀνακαλεῖται πρὸς τὰς οἰκείας ἀρχὰς κατὰ τὴν κυκλικὴν δύναμιν.

Ἀλλὰ ταῦτα μὲν μέχρι τούτων διαπεπεράνθω, τὴν δὲ μαθηματικὴν ἀπόδοσιν τοῦ κύκλου θεωρήσομεν εἰς πέρας ἀκριβείας ἥκουσαν. σχῆμα μὲν οὖν αὐτὸν ἔθετο διότι δὴ πεπέρασται καὶ περιέχεται πανταχόθεν ὑφ' ἑνὸς ὅρου καὶ οὐκ ἔστι τῆς ἀπείρου φύσεως, ἀλλὰ τῷ πέρατι σύστοιχος, καὶ ἐπίπεδον δὲ αὖ, καθόσον τῶν σχημάτων ἢ ἐν ἐπιφανείαις ὁρωμένων ἢ ἐν στερεοῖς, ὁ κύκλος τῶν ἐπιπέδων ἐστὶ τὸ πρώτιστον, ἁπλότητι μὲν τῶν στερεῶν ὑπερφέρων, μονάδος δὲ πρὸς τὰ ἐπίπεδα λόγον ἔχων, ὑπὸ μιᾶς δὲ γραμμῆς περιεχόμενον, ὡς τῷ ἑνὶ προσήκοντα καὶ κατὰ τὸ ἓν ἀφοριζόμενον, τὴν δὲ ποικιλίαν τῶν περικειμένων ἔξωθεν

4 *κέντρον G*, *κέντρου C*. 5 *αἰτίας* om. *G*, add. *C*. 6 *ἀπογενέσεις G*. 8 *ἐπιστρεπτικῶς C*. 10 *ἄρτι G*, *ἀρτίον C*. ‖ *τὰς γονίμους σειρὰς M* postera manu. 11 *οἰκείας* om. *G*, add. *C*. 14 *θεωρήσωμεν G*. 14. 15 *εἰς παρακριβείας M*, postera manus *παρ* in *πέρας* mutavit; *εἰς πᾶν ἀκριβείας* B_3, *G*; 'accuratam undequaque' *B*, 'ad certitudinis limitem' *Z*. 20 *ἐστὶ*] *ἐπί G*, *ἐστὶ C*. 21 *τὸ στερεὸν ὑπερφέρον*, *μονάδι G*. ‖ *πρὸς* om. *G*, add. *C*. 22 Post *περιεχόμενον* addit *G* *πρὸς δὲ ταύτην τὴν γραμμὴν ἴσας ἔχον τὰς πάσας*, quae verba delet *C*.

ὅρων οὐ παραδεχόμενον, πρὸς δὲ ταύτην τὴν γραμμὴν ἴσας ἔχοντα πάσας τὰς ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς αὐτοῦ κειμένων, διότι καὶ τῶν ὑπὸ μιᾶς ὁριζομένων γραμμῆς τὰ μὲν ἐκ μέσου πάσας ἴσας ἔχει, τὰ δὲ οὐ πάσας. καὶ γὰρ ἡ ἔλλειψις ὑπὸ μιᾶς περιέχεται γραμμῆς, ἀλλ' οὐ πᾶσαι αἱ πρὸς αὐτὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσαι εἰσὶν, ἀλλὰ δύο μόνον, καὶ τὸ ἀπολαμβανόμενον ἐπίπεδον ὑπὸ τῆς κισσοειδοῦς γραμμῆς μίαν ἔχει τὴν περιέχουσαν, ἀλλ' οὐκέτι κέντρον ἐστὶν ἐπ' αὐτῆς καὶ ἀπὸ τούτου πᾶσαι ἴσαι. ἐπειδὴ δὲ τὸ κέντρον ἐν τῷ κύκλῳ πάντως ἕν ἐστι σημεῖον — πλείω γὰρ ἑνὸς οὐκ ἔστι κέντρα — ‖ διὰ τοῦτο προσέθηκε τὸ ἀφ' ἑνὸς σημείου τὰς πρὸς τὸν ὅρον τοῦ κύκλου προσπιπτούσας ἴσας εἶναι γραμμάς. ἄπειρα μὲν γὰρ ἐντὸς αὐτοῦ σημεῖα, τῶν δὲ ἀπείρων ἓν μόνον τὴν τοῦ κέντρου δύναμιν ἔχει. καὶ ἐπειδὴ τὸ ἓν τοῦτο σημεῖον, ἀφ' οὗ πᾶσαι αἱ τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ προσπίπτουσαι ἴσαι εἰσίν, ἢ ἐντός ἐστι τοῦ κύκλου ἢ ἐκτός — καὶ γὰρ ἕκαστος κύκλος ἔχει πόλον, ἀφ' οὗ αἱ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἀγόμεναι ἴσαι τυγχάνουσιν οὖσαι — διὰ τοῦτο προσέθηκεν τὸ τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων σημείων καὶ οὐδὲ τοῦτο μάτην πεποίηκεν, τὸ κέντρον μόνον λαμβάνων, ἀλλ' οὐ τὸν πόλον. ἐπείπερ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ πάντα θεωρεῖν ἐθέλει, ὁ δὲ πόλος τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου μετεωρότερός ἐστιν, ἀναγκαίως ἄρα καὶ ἐπὶ τέλει προσέθηκεν, ὅτι τοῦτο τὸ σημεῖον, ὃ δὴ κεῖται μὲν ἐντὸς τοῦ κύκλου, πᾶσαι δὲ αἱ ἀπ' αὐτοῦ προσπίπτουσαι πρὸς τὴν περι-

2 ἔχων τὰς πάσας *G.* 25 ἐπικειμένου *G.* 26 ἀναγκαίους *C.*

φέρειαν ἴσαι εἰσίν, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου. δύο γὰρ μόνα σημεῖα τοιαῦτά ἐστιν, ὁ πόλος καὶ τὸ κέντρον, ἀλλ' ὁ μὲν ἐκτὸς τοῦ ἐπιπέδου, τὸ δὲ ἐντός· οἷον εἰ νοήσειας γνώμονα κατὰ τὸ κέντρον ἑστῶτα τοῦ κύκλου, τὸ ἄκρον αὐτοῦ τὸ ἄνω πόλος ἐστί. πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπ' αὐτοῦ φερόμεναι ἐπὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν ἴσαι ἀλλήλαις ἀποδείκνυνται. κατὰ τὰ αὐτὰ δὲ καὶ ἐν τῷ κώνῳ ἡ τοῦ παντὸς κορυφὴ πόλος ἐστὶ τοῦ κατὰ τὴν βάσιν κύκλου.

Διώρισται οὖν ἐνταῦθα, τί μὲν ὁ κύκλος ἐστί, τί δὲ τὸ κέντρον καὶ ἡ ἐν τῷ κύκλῳ τιθεμένη περιφέρεια, τί δὲ τὸ ὅλον σχῆμα· πάλιν οὖν ἐκ τούτων εἰς τὴν | τῶν παραδειγμάτων ἀναδράμωμεν θεωρίαν καὶ νοήσωμεν ἐν ἐκείνοις τὸ μὲν κέντρον ἑκασταχοῦ κατὰ τὴν ἑνιαίαν καὶ ἀμέριστον καὶ μόνιμον ὑπεροχήν, τὰς δὲ ἀπὸ τοῦ κέντρου διαστάσεις τὰς ἀπὸ τοῦ ἑνὸς προόδους εἰς πλῆθος ἄπειρον κατὰ τὴν δύναμιν, τὴν δὲ περιφέρειαν τοῦ κύκλου κατὰ τὴν ἐπιστροφὴν τῶν προελθόντων τὴν ἐπὶ τὸ κέντρον, καθ' ἣν ἑλίσσεται τὰ πλήθη τῶν δυνάμεων εἰς τὴν ἑαυτῶν ἕνωσιν καὶ πάντα εἰς ἐκείνην σπεύδει καὶ περὶ ἐκείνην ἐνεργεῖν ἐφίεται, καὶ ὥσπερ ἐν τῷ κύκλῳ πάντα ἅμα ἐστὶ τὸ κέντρον, αἱ διαστάσεις, ἡ ἐκτὸς περιφέρεια, οὕτω δὴ καὶ ἐν ἐκείνοις οὐ τὰ μὲν προυπάρχει κατὰ χρόνον τὰ δὲ ἐπιγίνεται, ἀλλὰ ὁμοῦ μὲν πάντα, καὶ ἡ μονὴ καὶ ἡ πρόοδος καὶ ἡ ἐπιστροφή. διαφέρει δὲ ταῦτα ἐκείνων τῷ τὰ μὲν ἀδιαιρέτως εἶναι καὶ ἀδιαστάτως, τὰ δὲ διῃρημένως, ἀλλαχοῦ μὲν τὸ κέντρον, ἀλλαχοῦ

7 *καὶ* om. *G*, add. *C*. 11 *ἡ* om. *G*, add. *C*. 22 *πάντα* ante *ἅμα* om. *G*.

δὲ τὰς ἐκ τοῦ κέντρου γραμμάς, ἀλλαχοῦ δὲ τὴν ἐκτὸς περιφέρειαν τὸν κύκλον ὁρίζουσαν, ἐκεῖ δὲ ἐν ἑνὶ πάντα, κἂν τὸ (?) *οἷον κέντρον λάβῃς, ἐν τούτῳ πάντα εὑρήσεις, κἂν τὴν διισταμένην ἀπὸ τούτου πρόοδον, καὶ ταύτην ἔχουσαν τὰ πάντα, κἂν τὴν ἐπιστροφήν, ὡσαύτως. πάντ' οὖν ἐν ἀλλήλοις ἰδὼν καὶ τὴν ἀπὸ τῆς διαστάσεως ἐλάττωσιν* || *ἀφελὼν καὶ τὴν θέσιν ταύτην, περὶ ἣν ὁ μερισμός, ἀφανίσας εὑρήσεις τὸν ὄντως ὄντα κύκλον αὐτὸν ἐν ἑαυτῷ προιόντα καὶ ὁρίζοντα ἑαυτὸν καὶ ἐνεργοῦντα πρὸς ἑαυτόν, ἕν τε ὄντα καὶ πολλά, μένοντα καὶ προιόντα καὶ ἐπιστρέφοντα, καὶ τὸ μὲν ἀμερέστατον ἑαυτοῦ καὶ ἑνικώτατον ἱδρύοντα σταθερῶς, πάντῃ δὲ ἀπὸ τούτου κινούμενον κατὰ τὸ εὐθὺ καὶ τὴν ἀπειρίαν τὴν ἐν αὐτῷ, συνελισσόμενον δὲ εἰς τὸ ἓν ἀφ' ἑαυτοῦ καὶ διὰ τῆς ὁμοιότητος καὶ ταυτότητος ἀνεγειρόμενον εἰς τὸ ἀμερὲς τῆς ἑαυτοῦ φύσεως καὶ τὸ κεκρυμμένον ἐν αὐτῷ τοῦ ἑνός, ὃ δὴ καὶ ἐγκολπισάμενος καὶ περιθέων ὁμοιοῦται πρὸς αὐτὸ καὶ τῷ ἑαυτοῦ πλήθει. καὶ γὰρ τὸ ἐπιστρέφον μιμεῖται τὸ μεῖναν, καὶ τὸ περιφερές οἷον κέντρον ἐστὶ διαστὰν καὶ συνεύει πρὸς αὐτὸ κεντρωθῆναι σπεῦδον καὶ ἓν πρὸς ἐκεῖνο γενέσθαι, καὶ ἀφ' οὗ τὴν ἀρχὴν ἔσχεν ἡ πρόοδος, εἰς τοῦτο περατῶσαι τὴν ἐπιστροφήν. τοιοῦτον γὰρ πανταχοῦ τὸ κέντρον ἐν ἐφετοῦ τάξει προτεταγμένον τοῖς περὶ αὐτὸ τὴν ὑπόστασιν λαχοῦσιν καὶ πασῶν ἀρχηγὸν τῶν πεπληθυσμένων προόδων, ὃ καὶ τὸ μαθηματικὸν κέντρον ἀποτυποῦται,*

3 *λάβοις G.* 5 *καὶ ταύτην] κὰν ταύτην M, κἂν ταύτῃ B_3, G.* 'in hoc quoque habebis' *B*, 'hunc etiam' *Z.* 9 *ἐν αὐτῷ M, G, ἐν ἑαυτῷ C.* 10 *τὰ πρὸς ἑαυτὸν G.* 12 *ἀμέριστον C.* 20 *μεῖον G, μεῖναν C.* 26 *πληθυσμένων G.* 27 *ἀποτυποῦσαι C.*

πάσας τὰς ἀφ' ἑαυτοῦ πρὸς τὴν περιφέρειαν γραμμὰς περατοῦν καὶ τὴν ἰσότητα αὐταῖς εἰκόνα τῆς οἰκείας ἑνώσεως παρέχον. οὕτω δὲ καὶ τὰ λόγια τὸ κέντρον ἀφορίζεται

κέντρον, ἀφ' οὗ πᾶσαι μέχρις ἄντυγος ἴσαι ἔασιν.

Ἀλλ' ὡς μὲν τῆς διαστάσεως ἀρχὴ τῶν γραμμῶν τῷ „ἀφ' οὗ“ σημαίνεται, ὡς δὲ μέσον τῆς περιφερείας τῷ „πρὸς ὅ“. πρὸς γὰρ τὸ κέντρον αὕτη συνάγεται κατὰ πᾶσαν ἑαυτήν. εἰ δὲ δεῖ καὶ τὴν αἰτίαν εἰπεῖν τὴν πρώτην, καθ' ἣν ἀνεφάνη τὸ κυκλικὸν σχῆμα καὶ ἐτελειώθη, τὴν ἀκροτάτην ἂν εἴποιμι τάξιν τῶν νοητῶν. τὸ μὲν γὰρ κέντρον τῇ τοῦ πέρατος αἰτίᾳ προσέοικεν, αἱ δὲ ἀπὸ τούτου γραμμαὶ καὶ τῷ πλήθει ἄπειροι καὶ τῷ μεγέθει, ὅσον ἐφ' ἑαυταῖς, τὴν ἀπειρίαν ἀποτυποῦνται, ἡ δὲ περατοῦσα τὴν τούτων ἀόριστον ἔκτασιν γραμμὴ καὶ πάλιν εἰς τὸ κέντρον συνάγουσα αὐτὴν τῷ ἐκ τούτων ὑποστάντι κρυφίῳ διακόσμῳ [ὡμοίωται?], ὃν καὶ Ὀρφεὺς κατὰ κύκλον φησὶ φέρεσθαι

τὸ δ' ἀπειρέσιον κατὰ κύκλον
ἀτρύτως ἐφορεῖτο

περὶ γὰρ τὸ νοητὸν κινούμενον νοητῶς καὶ οἷον κέντρον ἐκεῖνο τῆς ἑαυτοῦ φορᾶς ἔχον εἰκότως λέγεται κυκλικῶς ἐνεργεῖν. διὸ καὶ ἀπὸ τούτου πρόεισιν ὁ τριαδικὸς θεός, ‖ καὶ τῆς τῶν εὐθυγράμμων σχημάτων προόδου τὴν πρωτίστην αἰτίαν ἐν ἑαυτῷ περιλαβών. ἐντεῦθεν γὰρ αὐτῷ καὶ τὴν προσηγορίαν ἔθεντο οἱ

5 ἂν τυχὸν G, ἂν τυγὸς C. 8 πρόσω C. 11 ἂν om. G. 14 ἑαυτῆς G, ἑαυταῖς C. 16 ἔκστασιν G. 17 κρυφίᾳ G, κρυφίῳ C. 23 τούτων G. 25 αὐτῷ G.

σοφοὶ καὶ τῶν θεολογικῶν οἱ μυστικώτατοι. πρώτιστον δὲ καὶ τῶν εὐθυγράμμων τὸ τρίγωνον. ἀναφαίνεται μὲν οὖν τὰ σχήματα πρώτως ἐν ταῖς ἐφεξῆς διακοσμήσεσιν τῶν θεῶν, ὑφίσταται δὲ κατὰ τὰς ἐν τοῖς νοητοῖς προυπαρχούσας κρυφίους αἰτίας.

Def. XVII. *Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.*

Σαφῶς ἐδήλωσεν αὐτὸς ὁ στοιχειωτής, ὅτι οὐ πᾶσαν ὁρίζεται διάμετρον, ἀλλὰ τὴν κυκλικήν, ἐπεὶ καὶ τετραγώνων ἔστι διάμετρος καὶ ὅλως παραλληλογράμμων, ἔστι δὲ καὶ σφαίρας ἐν τοῖς στερεοῖς σχήμασιν. ἀλλ' ἐπὶ μὲν τούτων καὶ διαγώνιος προσαγορεύεται, ἐπὶ δὲ τῆς σφαίρας καὶ ἄξων καλεῖται, διάμετρος δὲ μόνως ἐπὶ τῶν κύκλων, ἐπεὶ καὶ τῆς ἐλλείψεως ἄξονα λέγειν εἰώθασι καὶ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ κώνου, τοῦ δὲ κύκλου διάμετρον ἰδίως. αὕτη τοίνυν εὐθεῖα μέν ἐστι τῷ γένει, πολλῶν | δὲ οὐσῶν εὐθειῶν ἐν τῷ κύκλῳ καθάπερ καὶ σημείων (?). ἀπείρων μὲν οὖν ὥσπερ ἕν τι τῶν σημείων τὸ κέντρον ἐστίν, οὕτω δὴ καὶ ἡ διάμετρος αὕτη καλεῖται μόνον ἡ διὰ τοῦ

1 *ἡ μυστικωτάτη M*, 'maxime arcani' *B*, 'mystici' *Z*. 5 *κρυφίως G*. 9 *δίχα τέμνει*] *διατέμνει G*. 17 *μόνον G*.

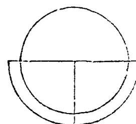
21 Inter *σημείων* et *ἀπείρων* excidisse puto aliquot verba, cum male cohaereant quae nunc leguntur. Barocius *σημείων ἀπείρων* coniungit et omisso *μὲν οὖν* interpretatur: 'veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum unum' cet. 'quemadmodum etiam signa infinita. sicut unum' *Z*. $B_3 = M$ et *G*.

22 *οὖν* om. *G*, add. *C*. 23 *ἡ* ante *διάμετρος* om. *G*.

κέντρου χωροῦσα καὶ μήτε ἐντὸς ἀπολήγουσα τῆς περιφερείας μήτε ὑπερβαίνουσα τὸν ταύτης ὅρον, ἀλλὰ περατουμένη ὑπ' αὐτῆς ἐφ' ἑκάτερα. καὶ ταῦτα μὲν τὴν γένεσιν ἐπιδείκνυσιν αὐτῆς, τὸ δὲ ἐπὶ τέλει προστεθέν, ὅτι καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον, τὴν ἰδίαν αὐτῆς εἰς τὸν κύκλον ἐνέργειαν δηλοῖ παρὰ πάσας τὰς ἄλλας εὐθείας τὰς διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένας μὴ δὲ περατουμένας ὑπὸ τῆς περιφερείας ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη.

Τὸ μὲν οὖν διχοτομεῖσθαι τὸν κύκλον ὑπὸ τῆς διαμέτρου πρῶτον Θαλῆν ἐκεῖνον ἀποδεῖξαί φασιν, αἰτία δὲ τῆς διχοτομίας ἡ τῆς εὐθείας ἀπαρέγκλιτος διὰ τοῦ κέντρου χώρησις. φερομένη γὰρ διὰ τοῦ μέσου καὶ ἀεὶ φυλάττουσα τὴν αὐτὴν κίνησιν ἀρρεπῆ πρὸς τὰ ἀμφότερα κατὰ πάντα ἑαυτῆς τὰ μέρη τὸ ἴσον ἐπ' ἀμφότερα ἀφαιρεῖ πρὸς τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν. εἰ δὲ καὶ διὰ μαθηματικῆς ἐφόδου δεικνύειν αὐτὸ ἐθέλοις, νόησον ἠγμένην τὴν διάμετρον καὶ θάτερον τοῦ κύκλου μέρος ἐπὶ τὸ λοιπὸν συναρμοζόμενον. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἴσον, ἢ ἐντὸς πεσεῖται ἢ || ἐκτός· ὁποτέρως δ' ἂν ἔχῃ, συμβήσεται τὴν ἐλάσσονα εὐθεῖαν ἴσην εἶναι τῇ μείζονι· πᾶσαι γὰρ αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν ἴσαι. ἔσται οὖν καὶ ἡ πρὸς τὴν ἐκτὸς τῇ πρὸς τὴν ἐντὸς ἴση. τοῦτο δὲ ἀδύνατον.

6 *αὐτοῦ M, G;* in *M* postera manus *ης* super *ου* scripsit. 15 *πρὸς τὰ ἀμφότερα*] *πρὸς τὰ ἐρρεπώτερα M, πρὸς τὰ ἀρρεπώτερα* B_3, *G;* 'ad alterutram partem' *B*, 'in proclivia' *Z.* 18 *ἐθέλεις G.* 18—22 In margine inferiore addita est in *M* haec figura:



20 *ποιεῖ G, ποιεῖται M*, sed postera manus supra adscripsit *πεσεῖται.* 21 *ἔχοι G.* 23 *ἔστιν G.* || *καὶ* om. *G.*

ἐφαρμόζει ἄρα, ὥστε ἴσα ἐστίν. δίχα ἄρα ἡ διάμετρος τέμνει τὸν κύκλον. ἀλλ' εἰ μιᾶς οὔσης διαμέτρου δύο ἡμικύκλια γίνεται, ἄπειροι δὲ διάμετροι διὰ τοῦ κέντρου ἄγονται, συμβήσεται διπλάσια τῶν ἀπείρων εἶναι κατ' ἀριθμόν. ταῦτα γὰρ ἀποροῦσί τινες πρὸς τὴν ἐπ' ἄπειρον τομὴν τῶν μεγεθῶν, ἡμεῖς δὲ λέγομεν, ὅτι τέμνεται μὲν ἐπ' ἄπειρον τὸ μέγεθος οὐκ εἰς ἄπειρα δέ. τοῦτο μὲν γὰρ ἐνεργείᾳ ποιεῖ τὰ ἄπειρα, τὸ δὲ δυνάμει μόνον, καὶ τὸ μὲν οὐσίαν τῷ ἀπείρῳ δίδωσι, τὸ δὲ γένεσιν μόνην. ἅμα οὖν μιᾷ διαμέτρῳ δύο ἡμικύκλια καὶ αἱ διάμετροι οὐδέποτε ἄπειροι ἔσονται, εἰ καὶ ἐπ' ἄπειρον ληφθήσονται, ὥστε οὐδέποτε ἔσται διπλάσια τῶν ἀπείρων, ἀλλὰ τὰ γινόμενα ἀεὶ διπλάσια τῶν πεπερασμένων ἐστὶ διπλάσια. ἀεὶ γὰρ αἱ ληφθεῖσαι διάμετροι πεπερασμέναι κατ' ἀριθμόν εἰσι. καὶ πῶς γὰρ οὐ μέλει πᾶν μέγεθος πεπερασμένας ἔχειν διαιρέσεις τοῦ ἀριθμοῦ πρὸ τῶν μεγεθῶν ὄντος καὶ πάσας αὐτῶν τὰς τομὰς ἀφορίζοντος καὶ προκαταλαμβάνοντος τὴν ἀπειρίαν καὶ ἀεὶ τὰ ὑφιστάμενα περατοῦντος;

Def. XVIII. XIX. *Ἡμικύκλιον δέ ἐστι τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῆς περιφερείας. κέντρον δὲ τοῦ ἡμικυκλίου τὸ αὐτό, ὃ καὶ τοῦ κύκλου ἐστίν.*

Ἀπὸ μὲν τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ κύκλου τὴν τοῦ κέντρου φύσιν ἀνεῦρεν πάντων τῶν ἄλλων ἐν τῷ κύκλῳ

1 ὥστε ... δίχα ἄρα om. *G.* ‖ Post διάμετρος *G* καὶ addit. 5 πρὸς om. *G.* 16 μένει *G.* 23 ἀπ' αὐτῆς *M.* 26 Ὑπὸ *G.*

σημείων διαφέρουσαν, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου τὴν διάμετρον ἀφωρίσατο καὶ τῶν ἄλλων εὐθειῶν τῶν ἐντὸς τοῦ κύκλου γραφομένων διέκρινεν, ἀπὸ δὲ τῆς διαμέτρου τὸ ἡμικύκλιον ὅτι ποτέ ἐστιν ἀναδιδάσκει καὶ ὅτι ὑπὸ δύο ὅρων περιέχεται καὶ τούτων ἀεὶ διαφερόντων, εὐθείας καὶ περιφερείας, καὶ ὅτι ἡ εὐθεῖα οὐχ ἡ τυχοῦσά ἐστιν, ἀλλ' ἡ τοῦ κύκλου διάμετρος, ἐπεὶ καὶ τὸ ἔλασσον τμῆμα τοῦ ἡμικυκλίου καὶ τὸ μεῖζον ὑπ' εὐθείας περιέχεται καὶ περιφερείας. ἀλλ' οὐκ ἔστιν ἡμικύκλια ταῦτα τῷ μὴ διὰ τοῦ κέντρου γεγονέναι τὴν τοῦ κύκλου διαίρεσιν.

Πάντα μὴν τὰ τοιάδε σχήματα ‖ δυοειδῆ ἐστιν, ὥσπερ ὁ κύκλος μοναδικός, καὶ ἐξ ἀνομοίων ὑφέστηκε. πᾶν γὰρ τὸ ὑπὸ δύο ὅρων περιεχόμενον ἢ ὑπὸ δύο περιφερειῶν περιέχεται, ὥσπερ τὸ μηνοειδές, ἢ ὑπὸ εὐθείας καὶ περιφερείας, ὡς τὰ εἰρημένα σχήματα, ἢ ὑπὸ δύο μικτῶν γραμμῶν, ὡς εἰ δύο ἐλλείψεις τέμνοιεν ἀλλήλας — τὰ γὰρ μεταξὺ αὐτῶν ἀπολαμβανόμενον περιέξουσι σημεῖον — ἢ ὑπὸ μικτῆς καὶ περιφερείας, ὡς ὅταν τέμνῃ κύκλος ἔλλειψιν, ἢ ὑπὸ μικτῆς καὶ εὐθείας, ὡς τὸ ἥμισυ τῆς ἐλλείψεως. τὸ τοίνυν ἡμικύκλιον ἐξ ἀνομοίων ἐστίν, ἀλλὰ τῶν ἁπλῶν καὶ τούτων κατὰ παράθεσιν ὁμιλούντων ἀλλήλοις. πρὶν οὖν ὁ λόγος ἀφορίσηται τὰ τριαδικὰ τῶν σχημάτων, εἰκότως ἐπὶ τὸ δυοειδὲς ἦλθεν μετὰ τὸν κύκλον.

1 *σημεῖον M.* ‖ *διαφέρουσαν*] In *M* prima vel primae proxima manus in margine adscripsit *διαφερόντων*. 14 *δύο* ante *ὅρων* om. *M*, B_3, *G*, (*Z*); 'a duobus terminis' *B*. Postera manus in *M* *ἢ* ante *ὅρων* addidit. ‖ *ἢ* post *περιεχόμενον* om. *M*; postera manus *ἢ* addidit. 15 *μονοειδὲς G*, *μηνοειδὲς C*. 19 *καὶ* post *μικτῆς* om. *G*. 20—21 *περιφερείας .... μικτῆς* om. *G*. 24 *οὖν* om. *G*. ‖ *ἀφορήσεται G*.

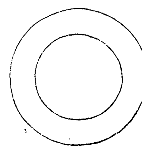
δύο μὲν γὰρ εὐθεῖαι χωρίον οὐκ ἄν ποτε περιλάβοιεν, εὐθεῖα δὲ καὶ περιφέρεια δύνανται, καὶ δύο περιφέρειαι ὡσαύτως, ἢ γωνίας ποιοῦσαι, ὡς ἐπὶ τοῦ μηνοειδοῦς σχήματος, ἢ καὶ ἀγώνιον ἀποτελοῦσαι σχῆμα, ὡς εἰ νοήσειας κύκλους ὁμοκέντρους. τὸ γὰρ μέσον ἀμφοτέρων ἀπολαμβανόμενον χωρίον ὑπὸ δύο περιφερειῶν περιέχεται, τῆς μὲν ἐντὸς οὔσης, τῆς δὲ ἐκτός, καὶ γωνία οὐ γίνεται, οὐ γὰρ τέμνουσιν ἀλλήλας ὡς ἐν τῷ μηνοειδεῖ καὶ τῷ ἀμφικύρτῳ σχήματι.

Καὶ μὲν δὴ καὶ ὅτι τὸ αὐτὸ τοῦ ἡμικυκλίου κέντρον ἐστὶν ὅπερ καὶ τοῦ κύκλου φανερόν. | ἡ γὰρ διάμετρος ἐφ' ἑαυτῆς ἔχουσα τὸ κέντρον συμπληροῖ τὸ ἡμικύκλιον καὶ ἀπὸ τούτου πᾶσαι αἱ πρὸς τὴν περιφέρειαν ἴσαι. μέρος γὰρ καὶ αὕτη τοῦ κύκλου. πρὸς πάντα δὲ τὰ μέρη τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας ἴσαι προσπίπτουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. ἓν ἄρα τὸ κέντρον ἐστὶν τοῦ ἡμικυκλίου καὶ τοῦ κύκλου. καὶ ἐπισημαντέον, ὅτι μόνον τοῦτο τῶν σχημάτων ἐπὶ τῆς περιμέτρου τὸ κέντρον ἔχει, λέγω δὲ τῶν ἐπιπέδων σχημάτων, ὥστε συναγάγοις ἂν ὅτι τὸ κέντρον τρεῖς ἔχει τόπους, ἢ γὰρ ἐντὸς τοῦ σχήματος ὥσπερ ἐπὶ τοῦ κύκλου, ἢ ἐπὶ τῆς περιμέτρου ὡς ἐπὶ τοῦ ἡμικυκλίου, ἢ ἐκτὸς ὡς ἐπί τινων κωνικῶν γραμμῶν.

Τὸ δ' οὖν ἡμικύκλιον ταὐτὸ ἔχει τῷ κύκλῳ κέν-

2 Ante *δύνανται* in *M* *δύο* additum est, quod Barocii quoque interpretatio reddit: 'duo possunt comprehendere spatia.' *G* et *Z* *δύο* om. 4—5 In *M* additae sunt in margine figurae hae:





9 *τῷ* ante *ἀμφικύρτῳ* om. *G*. 14—15 *μέρος γὰρ .... ἴσαι* om. *G*, add. *C*. 20 *συνάγοις* *G*, *συνάγεις* *C*. 21 *τρόπους* *M*, *G*; in *M* ο supra ρο scriptum est manu postera; 'locos' *B*, *Z*. 23 *τινων*] *τῶν* *G*, *τινῶν* *C*.

τρον. τί οὖν ἐνδείκνυται τοῦτο καὶ ποίων εἰκόνα φέρει πραγμάτων; ἢ ὅτι τὰ μὴ τελείως ἀποφοιτήσαντα τῶν πρώτων, ἀλλὰ μετέχοντά πως αὐτῶν ὁμόκεντρα αὐτοῖς εἶναι δύναται καὶ τῶν αὐτῶν αἰτίων μετειληφέναι; διχῇ γὰρ καὶ τὸ ἡμικύκλιον κοινωνεῖ τῷ κύκλῳ, κατά τε τὴν διάμετρον καὶ τὴν περιφέρειαν. διὸ καὶ τὸ κέντρον αὐτοῖς κοινόν. καὶ ἴσως ἐοίκοι ἂν τὸ ἡμικύκλιον ταῖς δευτέραις τάξεσι μετὰ τὰς ἁπλουστάτας ‖ ἀρχὰς καὶ μετεχούσαις ἐκείνων κἂν διὰ τὴν συγγένειαν τὴν πρὸς ἐκείνας, εἰ καὶ ἀτελῶς καὶ ἐξ ἡμισείας, ἀλλ' ἐπὶ τὸ ὂν καὶ πρῶτον αὐτῶν αἴτιον ἀναγομέναις.

Def. XX—XXIII. *Σχήματα εὐθύγραμμά ἐστι τὰ ὑπὸ εὐθειῶν γραμμῶν περιεχόμενα· τρίπλευρα μὲν τὰ ὑπὸ τριῶν, τετράπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ τεσσάρων, πολύπλευρα δὲ τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων πλευρῶν περιεχόμενα.*

Μετὰ τὸ μοναδικὸν σχῆμα καὶ ἀρχῆς λόγον ἐπέχον πρὸς πάντα τὰ σχήματα καὶ τὸ δυοειδὲς ἡμικύκλιον ἡ κατὰ τοὺς ἀριθμοὺς ἐπ' ἄπειρον πρόοδος παραδίδοται τῶν εὐθυγράμμων σχημάτων. διὰ γὰρ τοῦτο καὶ τοῦ ἡμικυκλίου μνήμη γέγονεν ὡς κατὰ τοὺς ὅρους πῇ μὲν τῷ κύκλῳ κοινωνοῦντος πῇ δὲ τοῖς εὐθυγράμμοις, ὥσπερ καὶ ἡ δυὰς μέση μονάδος ἐστὶ καὶ ἀριθμοῦ. ἡ μὲν γὰρ μονὰς συντιθεμένη πλέον ποιεῖ ἢ πολλαπλασιαζομένη, ὁ δὲ ἀριθμὸς ἀνάπαλιν

4 δύναται om. *G*, add. *C*. 6. 7 καὶ τὴν περιφέρειαν .... κέντρον om. *G; C* addit καὶ τὴν περιφέρειαν.

πολλαπλασιαζόμενος μᾶλλον ἢ συντιθέμενος, ἡ δὲ δυὰς ἴσον ἔκ τε τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἐφ᾽ ἑαυτὴν ἀποτελεῖ καὶ τῆς συνθέσεως. ὡς οὖν αὕτη μεσότης ἐστὶ μονάδος καὶ πλήθους, οὕτω καὶ τὸ ἡμικύκλιον κατὰ μὲν τὴν βάσιν κοινωνεῖ τοῖς εὐθυγράμμοις, κατὰ δὲ τὴν περιφέρειαν τῷ κύκλῳ. πρόεισι δὲ εὐτάκτως τὰ εὐθύγραμμα κατὰ τὸν ἀπὸ τριάδος ἀριθμὸν ἐπ᾽ ἄπειρον. διὸ καὶ ὁ στοιχειωτὴς ἐντεῦθεν ἤρξατο. τρίπλευρα γάρ φησιν καὶ τετράπλευρα καὶ ἐφεξῆς τῷ κοινῷ ὀνόματι καλούμενα πολύπλευρα. ἐστὶ μὲν γὰρ καὶ τὰ τρίπλευρα πολύπλευρα, ἀλλὰ καὶ ἰδίαν ἔχει προσηγορίαν μετὰ τῆς κοινῆς, ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων παρακολουθεῖν τῇ εἰς ἄπειρον προόδῳ τῶν ἀριθμῶν ἀσθενήσαντες τὴν κοινὴν προσηγορίαν ἠγαπήσαμεν. τριπλεύρων δὲ καὶ τετραπλεύρων μόνον πεποίηται μνήμην, ἐπειδὴ καὶ τῶν ἀριθμῶν οἱ πρώτιστοι τριὰς καὶ τετράς, ὁ μὲν ἐν τοῖς περιττοῖς ἀκράτως ὢν περισσός, ὁ δὲ ἐν τοῖς ἀρτίοις ἀρτιώτατος. ἑκάτερος οὖν αὐτῷ παρείληπται πρὸς τὴν τῶν εὐθυγράμμων γένεσιν εἰς ἔνδειξιν τῆς κατὰ πάντας αὐτῶν τοὺς ἀριθμοὺς ὑποστάσεως, ἀρτίους τε καὶ περισσούς. καὶ μέντοι καὶ διότι περὶ τούτων ὡς στοιχειωδεστάτων ἐν τῷ πρώτῳ βιβλίῳ διδάξει, τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων, εἰκότως μέχρι τούτων ἔστησε τὴν ἰδίαν ἀπαρίθμησιν, τὰ δὲ ἄλλα πάντα κοινῷ περιέλαβεν ὀνόματι πολύπλευρα καλέσας.

Ταῦτα περὶ τούτων, ‖ πάλιν δὲ ἄνωθεν ῥητέον,

1 μονὰς G, δυὰς C. 2 τε om. G, add. C. ‖ ἀφ᾽ C. 10—11 ἐστὶ μὲν .... πολύπλευρα om. G, add. C. 15 μόνων G. 17 ἄκρατος B_3, G, 'purus' B, Z. 18 ἀρτιώσατο G, ἀρτιώτατος C. 19 παρήλειπται G. 20 κατὰ] μετὰ C. 22 στοιχειωδέστατον G.

ὅτι τῶν ἐπιπέδων σχημάτων τὰ μὲν ὑπὸ ἁπλῶν περιέχεται γραμμῶν, τὰ δὲ ὑπὸ μικτῶν, τὰ δὲ ὑπ' ἀμφοτέρων, καὶ τῶν ὑπὸ ἁπλῶν περιεχομένων τὰ μὲν ὑπὸ τῶν ὁμοειδῶν ὡς τὰ εὐθύγραμμα, τὰ δὲ ὑπὸ τῶν ἀνομοειδῶν ὡς τὰ ἡμικύκλια καὶ τὰ τμήματα καὶ αἵ ἁψῖδες, αἵ εἰσιν ἡμικυκλίων ἐλάσσονες, καὶ τῶν ὑπὸ ὁμοιοειδῶν περιεχομένων τὰ μὲν ὑπὸ κυκλικῆς περιέχεται γραμμῆς, τὰ δὲ ὑπὸ εὐθείας, τῶν δὲ ὑπὸ κυκλικῆς γραμμῆς περιεχομένων τὰ μὲν ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιέχεται, τὰ δὲ ὑπὸ δύο, τὰ δὲ ὑπὸ πλήθους. ὑπὸ μιᾶς μὲν ὁ κύκλος αὐτός, ὑπὸ δυεῖν δὲ τὰ ἀγώνια, ὡς ἡ στεφάνη ἡ ὑπὸ τῶν ὁμοκέντρων κύκλων ὁριζομένη, τὰ δὲ γεγωνιωμένα, ὡς ὁ μηνίσκος, ὑπὸ πλειόνων δὲ ἢ δυεῖν ἐπ' ἄπειρον. καὶ γὰρ ὑπὸ τριῶν καὶ τεσσάρων περιφερειῶν καὶ ἑξῆς περιέχεταί τινα σχήματα. ἐὰν γ' οὖν τρεῖς κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων, ἀπολαμβάνουσίν τι χωρίον τρίπλευρον ὑπὸ τριῶν περιφερειῶν ὁριζόμενον, ἐὰν δὲ τέτταρες, ὑπὸ τεττάρων, καὶ ἐφεξῆς ὡσαύτως. τῶν δὲ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχομένων τὰ μὲν ὑπὸ τριῶν περιέχεται, τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων. οὔτε γὰρ ὑπὸ δύο εὐθειῶν περιέχεται χωρίον, οὔτε πολλῷ πλέον ὑπὸ μιᾶς, ὥστε πᾶν μὲν χωρίον ὑπὸ ἑνὸς ὅρου περιεχόμενον ἢ δυεῖν τῶν μικτῶν ἐστιν ἢ τῶν περιφερογράμμων· καὶ μικτῶν διχῶς,

3 τῶν ὑπὸ τῶν ἁπλῶν *G*. 11 δυοῖν *G*. 14 δυοῖν *G*. 17 τὸ χωρίων *G*, τι χωρίον *C*. 20–21 τὰ δὲ ὑπὸ πλειόνων .... περιέχεται om. *M*, B_3, *G*, *Z*, in *M* autem postera manus haec verba addidit in margine; eademque manus sequens verbum χωρίων, quod in *M*, B_3, *G* legitur, in χωρίον mutandum notavit. ʻaliae vero a quatuor, aliae autem a pluribus comprehenduntur' *B*. 22 Verbi πλέον primae tres litterae in *M* sunt deletae. ‖ πᾶν μὲν χωρίων *M*. 23 δυοῖν *G*. 24 καὶ] ὡς *G*, καὶ *C*.

ἢ ὅτι μικταὶ γραμμαὶ περιέχουσιν αὐτό, ὡς τὸ ὑπὸ τῆς κιττοειδοῦς ἀπολαμβανόμενον, ἢ ὅτι | ἀνομοιοειδεῖς, ὡς καὶ τὴν ἁψῖδα. διχῶς γὰρ ἡ μίξις ἢ κατὰ παράθεσιν ἢ κατὰ σύγχυσιν. οὐ πᾶν δὲ τρίπλευρον ἢ τετράπλευρον εὐθύγραμμόν ἐστι, καὶ γὰρ ἐκ περιφερειῶν γένοιτο ἂν τοσοῦτος πλευρῶν ἀριθμός.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς τῶν ἐπιπέδων σχημάτων διαιρέσεως. ὅτι δὲ τὸ εὐθὺ προόδου σύμβολόν ἐστι καὶ κινήσεως καὶ ἀπειρίας καὶ ὅτι ταῖς γεννητικαῖς τάξεσιν ᾠκείωται τῶν θεῶν καὶ ἑτεροποιοῖς καὶ τῆς μεταβολῆς καὶ κινήσεως αἰτίαις, εἴρηται καὶ πρότερον. καὶ τοίνυν καὶ τὰ εὐθύγραμμα σχήματα τούτοις ᾠκείωται τοῖς θεοῖς τοῖς τῆς γονίμου ποιήσεως πρωταρχοῦσι τῆς ἐπίπαν προόδου τῶν εἰδῶν. διὸ καὶ ἡ γένεσις κατὰ ταῦτα κεκόσμηται διαφερόντως καὶ τὴν οὐσίαν ἐκ τούτων ἔλαχεν ὡς ἐν κινήσει καὶ μεταβολῇ τὴν ὑπόστασιν ἔχουσα.

|| Def. XXIIII—XXIX. *Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ τὰς τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς, ἰσοσκελὲς δὲ τὸ δύο μόνον ἴσας ἔχον πλευράς, σκαληνὸν δὲ τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον. ἔτι δὲ τῶν τριπλεύρων σχημάτων ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι τὸ μίαν ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ἀμβλυγώνιον δὲ τὸ μίαν ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν, ὀξυγώνιον δὲ τὸ τὰς τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.*

Ἡ τῶν τριγώνων διαίρεσις ποτὲ μὲν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἔχει τὴν ἀρχήν, ποτὲ δὲ ἀπὸ τῶν πλευρῶν.

10 οἰκείωται *M*, οἰκειοῦται *G*. 11 αἰτίας *M*, *G*, αἰτίαις B_3, *C*, ‘autoribus’ *B*, ‘causae’ *Z*. 12 οἰκείωται *G*. 14 τῆς] τοῖς *C*. || διὸ om. *G*. 27 Ἡ om. *G*.

ἡγεῖται μὲν ἡ ἀπὸ τῶν πλευρῶν ὡς γνώριμος, ἕπεται δὲ ἡ ἀπὸ τῶν γωνιῶν ὡς ἰδιάζουσα, ἐπειδὴ καὶ αἱ τρεῖς αὗται γωνίαι τοῖς εὐθυγράμμοις μόνοις προσήκουσι σχήμασιν, ὀρθὴ καὶ ἀμβλεῖα καὶ ὀξεῖα, ἰσότης δὲ καὶ ἀνισότης τῶν πλευρῶν ἔστι δήπου καὶ ἐν τοῖς μὴ εὐθυγράμμοις σχήμασι. λέγει τοίνυν, ὅτι τῶν τριγώνων τὰ μὲν ἰσόπλευρά ἐστι, τὰ δὲ ἰσοσκελῆ, τὰ δὲ σκαληνά — ἢ γὰρ πάσας ἴσας ἔχει τὰς πλευράς, ἢ πάσας ἀνίσους, ἢ δύο μόνας ἴσας — καὶ πάλιν ὅτι τῶν τριγώνων τὰ μέν ἐστιν ὀρθογώνια, τὰ δὲ ἀμβλυγώνια, τὰ δὲ ὀξυγώνια. καὶ τὸ μὲν ὀρθογώνιον ὁρίζεται τὸ μίαν ἔχον ὀρθὴν γωνίαν, ὥσπερ καὶ τὸ ἀμβλυγώνιον, — πλείους γὰρ μιᾶς ἢ ὀρθὰς ἔχειν ἢ ἀμβλείας τὸ τρίγωνον ἀδύνατον — τὸ δὲ ὀξυγώνιον, ὃ ἂν πάσας ὀξείας ἔχῃ. οὐ γὰρ ἀρκεῖ κἀνταῦθα τὸ μίαν ἔχειν ὀξεῖαν, οὕτω γὰρ ἂν ὀξυγώνια ἅπαντα ἦν τὰ τρίγωνα. πᾶν γὰρ τρίγωνον τὰς δύο γωνίας ἔχει πάντως ὀξείας, τὰς δὲ τρεῖς ὀξείας τὸ ὀξυγώνιον μόνον. δοκεῖ δέ μοι καὶ πρὸς ἐκεῖνο μόνον ἀπιδὼν ὁ στοιχειωτὴς χωρὶς μὲν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ποιήσασθαι τὴν διαίρεσιν, χωρὶς δὲ ἀπὸ τῶν πλευρῶν, ὅτι μὴ πᾶν τρίγωνον καὶ τρίπλευρον. ἔστι γὰρ τρίγωνα τετράπλευρα, καλούμενα παρ' αὐτοῖς [?] ἀκιδοειδῆ, παρὰ δὲ τῷ Ζηνοδώρῳ κοιλογώνια. νόησον γὰρ ἕν τι τῶν τριπλεύρων ‖ καὶ ἐπὶ μιᾶς πλευρᾶς δύο συστάσας

1 μὲν om. *M.* ‖ τὸ ἀπὸ τῶν πλευρῶν ὡς γνώριμον *G.* 8 ἔχει τὰς πλευρὰς ἴσας *G.* 10 ἐστιν om. *G.* 10—11 τὰ δὲ ἀμβλυγώνια .... ὀξυγώνια om. *G*, add *C.* 15—17 ὃ ἂν ... πᾶν γὰρ τρίγωνον om. *G*, add. *C.* 23 παρ' αὐτοῖς *M*, B_3, *G*, om. *Z*, 'a Mathematicis ipsis' *B.* Ego coniecerim παρ' ἄλλοις esse scribendum. 25 τριπλεύρων] πλευρῶν *G.* ‖ συστήσας *G*, συστάσας *C.*

ἐντὸς εὐθείας· περιέχεται ἄρα τι χωρίον ὑπό τε τῶν ἐκτὸς [δύο πλευρῶν καὶ τῶν ἐντὸς δύο, ἔχει δὲ μίαν τε γωνίαν τὴν ὑπὸ τῶν ἐκτὸς] περιεχομένην καὶ δύο τὰς ὑπὸ τούτων καὶ τῶν ἐντὸς προς τοῖς πέρασι, καθ' ἃ συνάπτονται, περιεχομένας. τρίγωνον ἄρα ἐστι τὸ τοιόνδε σχῆμα τετράπλευρον. οὐκ ἄρα ὃ ἂν τρεῖς εὕρωμεν ἔχον γωνίας ἢ ὀξείας, ἢ μίαν ὀρθήν, ἢ ἀμβλεῖαν μίαν, εὐθὺς καὶ τρίπλευρον εὑρήκαμεν καὶ ἢ ἰσόπλευρον ἢ τῶν ἄλλων τριπλεύρων. εἴη γὰρ ἄν που καὶ τετράπλευρον. οὕτω δ' ἂν εὕροις τετράγωνα πλείους ἔχοντα τῶν τεττάρων πλευρῶν, καὶ δεῖ μὴ προχείρως ἀπὸ τοῦ πλήθους τῶν γωνιῶν ἀποφαίνεσθαι περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πλευρῶν.

Ἀλλὰ ταῦτα μὲν περὶ τούτων· οἱ δὲ Πυθαγόρειοι τὸ μὲν τρίγωνον ἁπλῶς ἀρχὴν γενέσεως εἶναί φασι καὶ τῆς τῶν γενητῶν εἰδοποιίας. διὸ καὶ τοὺς λόγους τοὺς φυσικοὺς καὶ τῆς τῶν στοιχείων δημιουργίας τριγωνικοὺς εἶναί φησιν ὁ Τίμαιος. καὶ γὰρ τριχῇ διίστανται καὶ συναγωγοὶ τῶν πάντη μεριστῶν εἰσι καὶ πολυμεταβόλων, τῆς τε ἀπειρίας ἀναπίμπλανται τῆς ὑλικῆς καὶ τοὺς συνδέσμους λυτοὺς προΐστανται τῶν ἐνύλων σωμάτων. ὥσπερ δὴ καὶ τὰ τρίγωνα περιέχονται μὲν ὑπὸ εὐθειῶν, γωνίας δὲ ἔχει τὰς τὸ πλῆθος τῶν γραμμῶν συνάγουσας καὶ κοινωνίαν ἐπίκτητον αὐταῖς καὶ συναφὴν παρεχόμενας. εἰκότως

2—3 *δύο πλευρῶν . . . ἐκτὸς* om. *M*, B_3, *G* (*Z*), addidi ego ex coniectura. 'quod ab externis et internis rectis comprehenditur Lineis, tresque habet Angulos, unum quidem, qui ab externis continetur' *B*. 3 *περιεχόμενον M*, B_3, *G*. 6 *ὃ ἂν*] *ἐὰν G*, *ὃ ἐὰν M*, *C*. 9 *τριπλεύρων* delendum notavit *C*. 17 *τοῦ φυσικοῦ, καὶ* B_3, *G*, *τοῦ φυσικοῦ αι M*, quod prima vel primae proxima manus mutavit in *τοὺς φυσικοὺς καὶ*. 'naturales' *B*, *Z*. 20 *ἀναπίμπλαται M*. 22 *τὰ* om. *G*.

ἄρα καὶ ὁ Φιλόλαος τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν τέτταρσιν ἀνέθηκεν θεοῖς, Κρόνῳ καὶ Ἅιδῃ καὶ Ἄρεϊ καὶ Διονύσῳ, πᾶσαν τὴν τετραμερῆ τῶν στοιχείων διακόσμησιν τὴν ἄνωθεν ἀπὸ τοῦ οὐρανοῦ καθήκουσαν εἴτε ἀπὸ τῶν τεττάρων τοῦ ζῳδιακοῦ τμημάτων ἐν τούτοις περιλαβών. ὁ μὲν γὰρ Κρόνος πᾶσαν ὑφίστησι τὴν ὑγρὰν καὶ ψυχρὰν οὐσίαν, ὁ δὲ Ἄρης πᾶσαν τὴν ἔμπυρον φύσιν, καὶ ὁ μὲν Ἅιδης τὴν χθονίαν ὅλην συνέχει ζωήν, ὁ δὲ Διόνυσος τὴν ὑγρὰν καὶ θερμὴν ἐπιτροπεύει γένεσιν, ἧς καὶ ὁ οἶνος σύμβολον ὑγρὸς ὢν καὶ θερμός. πάντες δὲ οὗτοι κατὰ μὲν τὰς εἰς τὰ δεύτερα ποιήσεις διεστήκασι, ἥνωνται δὲ ἀλλήλοις. διὸ καὶ κατὰ μίαν αὐτῶν γωνίαν συνάγει τὴν ἕνωσιν ὁ Φιλόλαος. εἰ δὲ καὶ αἱ τῶν τριγώνων διαφοραὶ συνεργοῦσι πρὸς τὴν γένεσιν, εἰκότως ἂν ὁμολογοῖτο τὸ τρίγωνον ἀρχηγὸν εἶναι τῆς τῶν ὑπὸ σελήνην συστάσεως. ἡ μὲν γὰρ ὀρθὴ γωνία τὴν οὐσίαν αὐτοῖς παρέχεται καὶ τὸ μέτρον ἀφορίζει τοῦ εἶναι, καὶ ὁ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου λόγος οὐσιοποιός ἐστι τῶν γενητῶν στοιχείων, | ἡ δὲ ἀμβλεῖα τὴν ἐπίπαν διάστασιν αὐτοῖς ἐνδίδωσι, ‖ καὶ ὁ τοῦ ἀμβλυγωνίου λόγος εἰς μέγεθος αὔξει καὶ παντοίαν ἔκτασιν τὰ εἴδη τὰ ἔνυλα, ἡ δὲ ὀξεῖα γωνία διαιρετὴν αὐτὴν ἀποτελεῖ τὴν φύσιν, καὶ ὁ τοῦ ὀξυγωνίου λόγος ἐπ' ἄπειρον αὐτοῖς τὰς διαιρέσεις παρασκευάζει γενέσθαι. ἁπλῶς δὲ ὁ τριγωνικὸς λόγος οὐσίαν διαστα-

8 ἔκπυρον *G*, ἔμπυρον *C*. 10 σύμβολος *G*. 13 διὸ καὶ] διότι *G*. 14 αἱ om. *M*, *G*; in *M* αἱ supra καὶ scriptum est postera manu. 15 ὡμολογοῖ τὸ *M*, ὁμολογοῖτο, omisso τὸ, *G*; 'fatendum erit' *Z*; 'fatebimur' *B*. 17 στάσεως *G*. 19 γεννητῶν *M*. 21 αὐτοῖς om. *G*, add. *C*. 22 ἔκστασιν *M*, *G*. 23 Ante αὐτὴν *G* add. φύσιν, quod delendum not. *C*.

τὴν καὶ πάντῃ μεριστὴν ὑφίστησι τὴν τῶν ἐνύλων σωμάτων.

Τοσαῦτα μὲν περὶ τῶν τριγώνων εἴχομεν θεωρεῖν, ἐκ δὲ τούτων λάβοις ἂν τῶν διαιρέσεων καὶ ὅτι τὰ εἴδη πάντα τῶν τριγώνων ἑπτά ἐστι καὶ οὔτε πλείω οὔτε ἐλάττω. τὸ μὲν ἰσόπλευρον ἕν ἐστι μόνον ὀξυγώνιον ὑπάρχον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκάτερον τριπλοῦν. καὶ γὰρ τὸ ἰσοσκελὲς ἢ ὀρθογώνιόν ἐστιν ἢ ἀμβλυγώνιον ἢ ὀξυγώνιον, καὶ τὸ σκαληνὸν ὡσαύτως τὴν τριττὴν ἔχει ταύτην διαφοράν. εἰ οὖν ταῦτα μὲν τριχῶς τὰ δὲ ἰσόπλευρα μοναχῶς, ἑπτὰ τὰ πάντα τῶν τριγώνων εἴδη λεγέσθω. λάβοις δ' ἂν καὶ κατὰ τὴν τῶν πλευρῶν διαίρεσιν τὴν τῶν τριγώνων πρὸς τὰ ὄντα ἀναλογίαν. τὸ μὲν γὰρ ἰσόπλευρον κατὰ πάντα ἰσότητι καὶ ἁπλότητι κρατούμενον συγγενές ἐστι ταῖς θείαις ψυχαῖς — μέτρον γάρ ἐστι καὶ τῶν ἀνίσων ἡ ἰσότης, ὥσπερ καὶ τὸ θεῖον πάντων τῶν δευτέρων — τὸ δὲ ἰσοσκελὲς τοῖς κρείττοσι γένεσι τοῖς κατευθύνουσι τὴν ἔνυλον φύσιν, ὧν τὸ μὲν πλέον κεκράτηται τῷ μέτρῳ, τὰ δὲ τελευταῖα τῆς ἀνισότητος ἐφάπτεται καὶ τῆς ἀμετρίας τῆς ὑλικῆς — καὶ γὰρ τῶν ἰσοσκελῶν αἱ μὲν δύο ἴσαι, ἡ δὲ βάσις ἄνισος — τὸ δὲ σκαληνὸν ταῖς μερισταῖς ζωαῖς, αἳ πανταχόθεν χωλεύουσι καὶ σκάζουσιν εἰς τὴν γένεσιν φερόμεναι καὶ ἀναπιμπλάμεναι τῆς ὕλης.

6 *ἕν ἐστι μόνον*] *μονοειδῶς* H_2 p. 264. 9 *ὡσαύτως*] *ὁμοίως* H_2 p. 264. ‖ *τρίτην G.* 10 *εἰ οὖν τὰ μὲν G.* 14 *ἰσότητα C.* 20 *ταὶ τῆς μὲν ἀμετρίας M.* 24 *σκάζουσι*] *κατασκευάζουσιν G.*

Def. XXX—XXXIIII. *Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων τετράγωνον μέν ἐστιν, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ὀρθογώνιον, ἑτερόμηκες δὲ τὸ ὀρθογώνιον μέν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ, ῥόμβος δέ, ὃ ἰσόπλευρον μέν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ, ῥομβοειδὲς δὲ τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρον οὔτε ὀρθογώνιον. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα τετράπλευρα τραπέζια καλείσθω.*

|| *Τὴν τῶν τετραπλεύρων διαίρεσιν εἰς δύο ποιεῖσθαι χρὴ τὴν πρώτην καὶ τὰ μὲν αὐτῶν παραλληλόγραμμα λέγειν, τὰ δὲ οὐ παραλληλόγραμμα, τῶν δὲ παραλληλογράμμων τὰ μὲν καὶ ὀρθογώνια καὶ ἰσόπλευρα, ὡς τὰ τετράγωνα, τὰ δὲ οὐδέτερα τούτων, ὡς τὰ ῥομβοειδῆ, τὰ δὲ ὀρθογώνια μέν, οὐκ ἰσόπλευρα δέ, ὡς τὰ ἑτερομήκη, τὰ δὲ ἔμπαλιν ἰσόπλευρα μέν, οὐκ ὀρθογώνια δέ, ὡς τοὺς ῥόμβους. ἢ γὰρ ἀμφότερα ἔχειν ἀναγκαῖον τὴν ἰσότητα τῶν πλευρῶν καὶ τὴν ὀρθότητα τῶν γωνιῶν, ἢ οὐδέτερον, ἢ τὸ ἕτερον, καὶ τοῦτο διχῶς, ὥστε τετραχῶς ὑφίστασθαι τὸ παραλλη-*

2 ὅ ἐστιν om. *G.* 3 τὸ om. *G.* 20 ὑφίσταται *G*, ὑφίστασθαι *C.* In margine additae sunt in *M* hae descriptiones:

ἑπτὰ εἴδη
τετράγωνον
ᾱ ἰσόπλευρον □
β̄ ἑτερόμηκες ▭
γ̄ ῥόμβος ◇
δ̄ ῥομβοειδὲς ▱

λόγραμμον. τῶν δὲ μὴ παραλληλογράμμων τὰ μὲν δύο μόνον ἔχει παραλλήλους, οὐκ ἔτι δὲ καὶ τὰς λοιπάς, τὰ δὲ οὐδ' ὅλως ἔχει τῶν πλευρῶν τινας παραλλήλους. καὶ τὰ μὲν καλεῖται τραπέζια, τὰ δὲ τραπεζοειδῆ. τῶν δὲ τραπεζίων τὰ μὲν ἴσας ἔχει τὰς συναπτούσας παραλλήλους ταύτας, τὰ δὲ ἀνίσους. καὶ καλεῖται τὰ μὲν ἰσοσκελῆ τραπέζια, τὰ δὲ σκαληνὰ τραπέζια. τὸ ἄρα τετράπλευρον ἑπταχῶς ἡμῖν ὑποστήσεται. τὸ μὲν γάρ ἐστι τετράγωνον, τὸ δὲ ἑτερόμηκες, τὸ δὲ ῥόμβος, τὸ δὲ ῥομβοειδές, τὸ δὲ τραπέζιον ἰσοσκελές, τὸ δὲ σκαληνὸν τραπέζιον, τὸ δὲ τραπεζοειδές.

Ἀλλ' ὁ μὲν Ποσειδώνιος τελείαν εἰς ταῦτα πεποίηται τὴν τῶν τετραπλεύρων εὐθυγράμμων τομὴν ἑπτὰ καὶ τούτων τὰ εἴδη θέμενος, ὥσπερ δὴ καὶ τῶν

ε̅ τραπέζιον ἰσοσκελὲς

ϛ̅ τραπέζιον σκαληνὸν (sic)

ζ̅ τραπεζο ειδές.

τῶν τετραπλεύρων

Τὰ μὲν παραλληλόγραμμα — *τὰ δὲ οὐ παραλληλόγραμμα*

τὰ μὲν ὀρθογώνια — *τὰ δὲ οὐκ ὀρθογώνια* | *τὰ μὲν ἔχει μόνας παραλλήλους* — *τὰ δὲ οὐδ' ὅλως ἔχει παραλλήλους ὡς τὰ τραπεζοειδῆ.*

τὰ μὲν ἰσόπλευρα — *τὰ δὲ ἑτερομήκη*

ῥόμβοι — *ῥομβοειδῆ* | *ἰσοσκελῆ τραπέζια* — *σκαληνὰ τραπέζια*

11 *ἰσοσκελές, . . . τραπέζιον* om. *G*, add. *C*. 12 *τραπεζονδές G, τραπεζοειδὲς C.*

τριγώνων, ὁ δὲ Εὐκλείδης εἰς μὲν παραλληλόγραμμα καὶ μὴ παραλληλόγραμμα διαιρεῖν οὐκ ἠδύνατο μήτε περὶ τῶν παραλλήλων εἰπών, μήτε περὶ αὐτοῦ τοῦ παραλληλογράμμου διδάξας ἡμᾶς. τὰ δὲ τραπέζια πάντα καὶ τὰ τραπεζοειδῆ κοινῷ προσείρηκεν ὀνόματι τραπέζια, περιγράφων αὐτὰ τῶν τεττάρων ἐκείνων, οἷς ἐπαληθεύει τὸ τῶν παραλληλογράμμων ἴδιον, τοῦτο δέ ἐστι τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἔχειν. καὶ γὰρ τὸ τετράγωνον καὶ τὸ ἑτερόμηκες καὶ ὁ ῥόμβος ἔχει τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας, αὐτὸς δὲ ἐπὶ τοῦ ῥομβοειδοῦς μόνον τοῦτο προσέθηκεν, ἵνα μὴ διὰ ψιλῶν αὐτὸ παραστήσῃ τῶν ἀποφάσεων, οὔτε ἰσόπλευρον οὔτε ὀρθογώνιον εἰπών. ἐφ' ὧν γὰρ ἰδιαζόντων ἀποροῦμεν λόγων χρήσασθαι τοῖς κοίνοις ἀναγκαῖον. ὅτι δὲ πάντων ἐστὶ τοῦτο κοινὸν τῶν παραλληλογράμμων αὐτοῦ δεικνύντος ἀκουσόμεθα. ἔοικεν δὲ καὶ ὁ ῥόμβος σαλευθὲν εἶναι τετράγωνον καὶ τὸ ῥομβοειδὲς κεκινημένον ἑτερόμηκες. διὸ κατὰ τὰς πλευρὰς οὐ διέστηκε ταῦτα ἐκείνων, κατὰ δὲ τὰς τῶν γωνιῶν ἀμβλύτητας καὶ ὀξύτητας, ἐκείνων ὀρθογωνίων ὄντων. ἐὰν γὰρ νοήσῃς τὸ τετράγωνον ‖ ἢ τὸ ἑτερόμηκες κατὰ τὰς ἀπεναντίας γωνίας διελκόμενον, εὑρήσεις ταύτας μὲν συναγομένας καὶ ὀξείας γινομένας, τὰς δὲ λοιπὰς διισταμένας καὶ ἀμβλείας ἀναφαινομένας, | καὶ ἔοικεν καὶ τὸ ὄνομα τῷ ῥόμβῳ

2 *καὶ μὴ παραλληλόγραμμα* om. *G*, add. *C.* 5 *πάντα* om. *G*, add. *C.* ‖ *τὰ τραπεζοειδῆ*] *τετραπεζοειδῆ C.* 6 *περιγράφων*] 'circumscribens inter' *Z*, 'describens ad ... differentiam' *B*; = secernens ab? ‖ *τεττάρων*] *τετραγώνων G*, *τεττάρων C.* 7 *ἐπαληθεύειν ὁ M.* 10 *ἐπ' ἐναντίον G*, *ἀπ' ἐναντίον C.* 18 *κεκινημένον*] *εἶναι G*, *κεκινημένον C.* 22 *διελόμενον G*, *διελκόμενον C.* 23—25 *καὶ ὀξείας .... ἀναφαινομένας* om. *G.*

κεῖσθαι ἀπὸ τῆς κινήσεως. καὶ γὰρ τὸ τετράγωνον εἰ νοήσειας ῥομβούμενον, φανεῖταί σοι κατὰ τὰς γωνίας παρενηνεγμένον, ὥσπερ δὴ καὶ ὁ κύκλος ῥομβούμενος ἔλλειψις φαίνεται.

Περὶ δὲ αὐτοῦ τοῦ τετραγώνου ζητήσειας, διὰ τί ταύτην ἔσχε τὴν προσηγορίαν καὶ οὐχ, ὥσπερ τὸ τρίγωνον κοινόν ἐστι πᾶσι καὶ τοῖς μὴ ἰσογωνίοις μηδὲ ἰσοπλεύροις, καὶ τὸ πεντάγωνον ὡσαύτως, οὕτω καὶ τὸ τετράγωνον λέγεσθαι δύναται καὶ κατὰ τῶν ἄλλων τετραπλεύρων. αὐτὸς γοῦν ὁ γεωμέτρης ἐπ' ἐκείνων προστίθησι „τρίγωνον ἰσόπλευρον" ἢ „πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον", ὡς δυναμένων τούτων καὶ μὴ τοιούτων εἶναι. τὸ δὲ τετράγωνον ῥηθὲν εὐθὺς τὸ ἰσόπλευρον αὐτῷ δηλοῖ καὶ ὀρθογώνιον. λόγος δὲ τούτου ὅδε. μόνον τὸ τετράγωνον εὐθὺς χωρίον καὶ κατὰ τὰς πλευρὰς ἔχει τὸ ἄριστον καὶ κατὰ τὰς γωνίας. ἑκάστη γὰρ αὐτῶν ὀρθή ἐστι τὸ μέτρον ἀπολαβοῦσα τῶν γωνιῶν τὸ μήτε ἐπίτασιν μήτε ἄνεσιν ἐπιδεχόμενον. κατ' ἀμφότερα οὖν πλεονεκτοῦν εἰκότως ἔσχε τὴν κοινὴν ἐπωνυμίαν. τὸ δὲ τρίγωνον κἂν ἴσας ἔχῃ τὰς γωνίας, ἀλλὰ ὀξείας πάσας καὶ τὸ πεντάγωνον ἀμβλείας πάσας. εἰκότως ἄρα τὸ τετράγωνον ἰσότητι πλευρῶν καὶ ὀρθότητι γωνιῶν συμπεπληρωμένον μόνον ἐκ πάντων τετραπλεύρων ταύτης τῆς προσηγορίας ἔτυχεν. τοῖς γὰρ

1 *κεῖσθαι* om. *G*, add. *C*. 11—12 *ἢ πεντάγωνον ... ἰσόπλευρον* om. *G*. 13 *τοιούτων*] *ποιούντων M, C*. 14 *αὐτὸ G*. 17 *ἀόριστον M*, B_3, *G;* sed in *M* o rasura est deletum. 'Terminatum' et in margine 'optimum' *B*, 'affinitatem' *Z*. 18 *κέντρον G*, *μέτρον C*. 19 *ἀμφότερον G*. 20 *πλεονεκτούσης M*, *πλεονεκτοῦσα* B_3, *G*, 'praestans' *B*, 'excedens' *Z*. 21 *οὐκ ἴσας ἔχει γωνίας καὶ G*, quae corr. *C*. 25 *ἔτυχεν*] *ἔλαχεν C*.

ὑπερέχουσι τῶν εἰδῶν τὸ τοῦ ὅλου πολλάκις ἐπιφημίζομεν ὄνομα. δοκεῖ δὲ καὶ τοῖς Πυθαγορείοις τοῦτο διαφερόντως τῶν τετραπλεύρων εἰκόνα φέρειν τῆς θείας οὐσίας. τήν τε γὰρ ἄχραντον τάξιν διὰ τούτου μάλιστα σημαίνουσιν — ἥ τε γὰρ ὀρθότης τὸ ἄκλιτον καὶ ἡ ἰσότης τὴν μόνιμον δύναμιν ἀπομιμεῖται. κίνησις γὰρ ἀνισότητος ἔκγονος, στάσις δὲ ἰσότητος· οἵ τοίνυν τῆς σταθερᾶς ἱδρύσεως αἴτιοι τοῖς ὅλοις καὶ τῆς ἀχράντου καὶ ἀκλίτου δυνάμεως εἰκότως διὰ τοῦ τετραγωνικοῦ σχήματος ὡς ἀπ' εἰκόνος ἐμφαίνονται — καὶ πρὸς τούτοις ὁ Φιλόλαος κατ' ἄλλην ἐπιβολὴν τὴν τοῦ τετραγώνου γωνίαν Ῥέας καὶ Δήμητρος καὶ Ἑστίας ἀποκαλεῖ· διότι γὰρ τὴν γῆν τὸ τετράγωνον ὑφίστησι καὶ στοιχεῖόν ἐστιν αὐτῆς προσεχές, ὡς παρὰ τοῦ Τιμαίου μεμαθήκαμεν, ἀπὸ δὲ πασῶν τούτων τῶν θεαινῶν ἀπορροίας ἡ γῆ δέχεται καὶ γονίμους δυνάμεις, εἰκότως τὴν ‖ τοῦ τετραγώνου γωνίαν ἀνῆκεν ταύταις ταῖς ζωογόνοις θεαῖς. καὶ γὰρ Ἑστίαν καλοῦσι τὴν γῆν καὶ Δήμητρά τινες, καὶ τῆς ὅλης Ῥέας αὐτὴν μετέχειν φασί, καὶ πάντα ἐστὶν ἐν αὐτῇ τὰ γεννητικὰ αἴτια χθονίως. τὴν τοίνυν μίαν ἕνωσιν τῶν θείων τούτων γενῶν τὴν τετραγωνικήν φησι γωνίαν περιέχειν. ἀπεικάζουσι δὲ καὶ πρὸς τὴν σύμπασαν ἀρετὴν τὸ τετράγωνον ὡς ἔχον τέτταρας ὀρθάς, τελείαν ἑκάστην, ᾗπερ δὴ καὶ τὰς ἀρετὰς λέγομεν

3 διαφερόντων C. ‖ τῆς om. G, add. C. 4 διὰ τοῦτο M. 6 ἡ ante ἰσότης om. M. ‖ μιμεῖται H_2 p. 272. 8 στεῤεᾶς G, σταθερᾶς C. ‖ τῆς ὅλης G. 10 ἐμφαίνεται G. 11 τοῦτον G, τούτοις C. ‖ κατὰ τὴν ἄλλην G. 16 θεῶν G. 20 ῥέας G, 'Rhea' B, 'influxus' Z. 21 γεννητὰ G, γεννητικὰ C. ‖ αἴτια. χθονίως τοίνυν B_3, G, 'causas. Terrestri igitur' B, 'causae ... resident. unam siquidem ... unionem in terra' Z. 25 ἥπερ M, C. ‖ λέγωμεν M.

ἑκάστην τελείαν καὶ αὐτάρκη καὶ μέτρον καὶ ὅρον ζωῆς, καὶ πάσας μεσότητας ἀμβλείας καὶ ὀξείας. δεῖ δὲ μὴ λανθάνειν, ὅπως τὴν μὲν τριγωνικὴν γωνίαν ὁ Φιλόλαος τέτταρσιν ἀνῆκεν θεοῖς, τὴν δὲ τετραγωνικὴν τρισίν, ἐνδεικνύμενος αὐτῶν τὴν δι' ἀλλήλων χώρησιν καὶ τὴν ἐν πᾶσι πάντων κοινωνίαν τῶν τε περισσῶν ἐν τοῖς ἀρτίοις καὶ τῶν ἀρτίων ἐν τοῖς περισσοῖς. τριὰς οὖν τετραδικὴ [καὶ τετρὰς τριαδικὴ] τῶν τε γονίμων μετέχουσαι καὶ ποιητικῶν ἀγαθῶν τὴν ὅλην συνέχουσι τῶν γενητῶν διακόσμησιν. ἀφ' ὧν ἡ δυωδεκὰς εἰς μίαν μονάδα τὴν τοῦ Διὸς ἀρχὴν ἀνατείνεται. τὴν γὰρ τοῦ δωδεκαγώνου γωνίαν Διὸς εἶναί φησιν ὁ Φιλόλαος, ὡς κατὰ μίαν ἕνωσιν τοῦ Διὸς ὅλον συνέχοντος τὸν τῆς δυωδεκάδος ἀριθμόν. ἡγεῖται γὰρ καὶ παρὰ τῷ Πλάτωνι δυωδεκάδος ὁ Ζεὺς καὶ ἀπολύτως ἐπιτροπεύει τὸ πᾶν.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τῶν τετραπλεύρων εἴχομεν λέγειν τήν τε τοῦ στοιχειωτοῦ διάνοιαν ἐμφανίζοντες καὶ πρὸς τὰς θεωρικωτέρας ἐπιβολὰς ἀφορμὰς διδόντες τοῖς τῶν νοητῶν καὶ ἀφανῶν οὐσιῶν τῆς γνώσεως ἐφιεμένοις.

1 *ἄμετρον M, G;* in *M ἄ* rasura est deletum. 5 *διάλληλον G.* 8 *τριὰς οὖν καὶ τετραδικὴ* B_3, *G.* ‖ *καὶ τετρὰς τριαδικὴ* om. *M*, B_3, *G;* 'Quaternariusque Triadicus' *B*, 'Trinitas igitur et quatternitas' *Z.* 9 *ποιοτικῶν G.* 11 *δυοδεκὰς G, δωδεκὰς C.* 18 *τοῦ* om. *G.*

Def. XXXV. *Παράλληλοι εὐθεῖαί εἰσιν, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι καὶ ἐκβαλλόμεναι εἰς ἄπειρον ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.*

Τίνα μὲν στοιχεῖα τῶν παραλλήλων καὶ τίσι γνωρίζονται συμπτώμασιν ἐν τοῖς μετὰ ταῦτα μαθησόμεθα, τίνες δέ εἰσιν αἱ παράλληλοι εὐθεῖαι διὰ τούτων ἀφορίζεται τῶν ῥημάτων. δεῖ τοίνυν αὐτάς, φησίν, ἔν τε ἑνὶ ἐπιπέδῳ εἶναι καὶ ἐκβαλλομένας ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη μὴ συμπίπτειν ἀλλήλαις ἀλλ' ἐκβάλλεσθαι εἰς ἄπειρον. καὶ γὰρ αἱ μὴ παράλληλοι μέχρι τινὸς ἐκβαλλόμεναι μείναιεν ἂν ἀσύμπτωτοι, ‖ τὸ δὲ εἰς ἄπειρον ἐκβαλλομένας μὴ συμπίπτειν χαρακτερίζει τὰς παραλλήλους καὶ οὐδὲ τοῦτο ἁπλῶς ἀλλὰ τὸ ἐφ' ἑκάτερα ἐκβάλλεσθαι ἐπ' ἄπειρον καὶ μὴ συμπίπτειν. καὶ γὰρ τῶν μὴ παραλλήλων δυνατὸν κατὰ θάτερα μὲν τὴν ἐκβολὴν ἐπ' ἄπειρον γενέσθαι, κατὰ τὰ λοιπὰ δὲ οὔ. συννεύουσαι γὰρ ἐπὶ τάδε τὰ μέρη, | πλέον ἀφίστανται ἀλλήλων κατὰ τὰ ἕτερα. τὸ δὲ αἴτιον, ὅτι δύο εὐθεῖαι περιέχειν οὐ δύνανταί τι χωρίον. εἰ δὲ κατὰ ἀμφότερα συνεύσαιεν, τοῦτο συμβήσεται. καὶ μέντοι καὶ τὸ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ εἶναι τὰς εὐθείας ὀρθῶς προσείληπται. εἰ γὰρ ἡ μὲν εἴη ἐν τῷ ὑποκειμένῳ, ἡ δὲ ἐν μετεώρῳ κατὰ πᾶσαν θέσιν ἀσύμπτωτοί εἰσιν ἀλλήλαις καὶ οὐ διὰ τοῦτο παράλληλοί εἰσιν.

3 τὰ om. *G.* 6 *ἐν τούτοις M, G.* 13 *χαρακτερίζειν G.* 14 *παραλλήλοις M.* 15 *συμπιπτόν G, συμπίπτειν C.* 16 *γὰρ* om. *M.* ‖ *τῶν*] *τούτων G.* 21 *τοῦτο μὴ συμβήσεται G, μὴ* delendum not. C. 23 *προείληπται* B_3, *G*, 'insuper acceptum fuit' *B*, 'assumtum est' *Z.* 24 *ἐν τῷ μετεώρῳ G.* 25 *καὶ διὰ τοῦτο παράλληλοι οὐκ εἰσίν G.*

ἓν οὖν ἔστω τὸ ἐπίπεδον καὶ ἐκβαλλέσθωσαν ἐπ' ἄπειρον κατὰ ἀμφότερα καὶ συμπιπτέτωσαν ἀλλήλαις κατὰ μηδέτερα. τούτων γὰρ ὑπαρχόντων ἔσονται παράλληλοι εὐθεῖαι.

Καὶ ὁ μὲν Εὐκλείδης τοῦτον ὁρίζεται τὸν τρόπον τὰς παραλλήλους εὐθείας, ὁ δὲ Ποσειδώνιος, παράλληλοι, φησίν, εἰσὶν αἱ μήτε συνεύουσαι μήτε ἀπονεύουσαι ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ, ἀλλ' ἴσας ἔχουσαι πάσας τὰς καθέτους τὰς ἀγομένας ἀπὸ τῶν τῆς ἑτέρας σημείων ἐπὶ τὴν λοιπήν. ὅσαι δ' ἂν ἐλάττους ἀεὶ ποιῶσι τὰς καθέτους συνεύουσιν ἀλλήλαις· ἡ γὰρ κάθετος τά τε ὕψη τῶν χωρίων καὶ τὰ διαστήματα τῶν γραμμῶν ὁρίζειν δύναται. διόπερ ἴσων μὲν τῶν καθέτων οὐσῶν ἴσα τὰ διαστήματα τῶν εὐθειῶν, μειζόνων δὲ καὶ ἐλαττόνων γινομένων καὶ ἡ ἀπόστασις ἐλασσοῦται καὶ συνεύουσιν ἀλλήλαις, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ κάθετοι ἐλάσσονες.

Δεῖ δὲ εἰδέναι, ὅτι τὸ ἀσύμπτωτον οὐ πάντως παραλλήλους ποιεῖ τὰς γραμμάς — καὶ γὰρ τῶν ὁμοκέντρων κύκλων αἱ περιφέρειαι οὐ συμπίπτουσιν — ἀλλὰ δεῖ καὶ ἐπ' ἄπειρον αὐτὰς ἐκβάλλεσθαι. τοῦτο δὲ οὐ μόναις ὑπάρχει ταῖς εὐθείαις, ἀλλὰ καὶ ἄλλαις γραμμαῖς. δυνατὸν γὰρ νοῆσαι τεταγμένας ἕλικας περὶ εὐθείας γραφομένας, αἵτινες συνεκβαλλόμεναι ταῖς εὐθείαις εἰς ἄπειρον οὐδέποτε συμπίπτουσι. ταῦτα μὲν οὖν παρὰ (?) τούτων ὀρθῶς Γεμῖνος διεῖλεν ἐξ ἀρχῆς, ὅτι τῶν γραμμῶν αἱ μέν εἰσιν ὡρισμέναι καὶ

1 *ἐκβαλλέτωσαν G.* 2 *ἀμφότερον G, ἀμφότερα C.* 10 *ἀεὶ* om. *G.* 15 *γενομένων G, γινομένων C.* 20 *οὐ* om. *M*, sed postera manu additum est intra lineas. 26 *Γεμῖνος ὀρθῶς παρὰ τούτων G, περὶ τούτων ὀρθῶς Γεμῖνος* B_3, 'ex his' *B*, 'praeter hos' *Z.* 27 *μέν εἰσιν αἱ μὲν G.*

σχῆμα περιέχουσιν, ὡς ὁ κύκλος καὶ ἡ τῆς ἐλλείψεως γραμμὴ καὶ ἡ κισσοειδὴς καὶ ἄλλαι παμπληθεῖς, αἱ δὲ ἀόριστοι καὶ εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι, ὡς ἡ εὐθεῖα καὶ ἡ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομὴ καὶ ἡ τοῦ ἀμβλυγωνίου καὶ ἡ κογχοειδής. πάλιν δὲ αὐτῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλομένων αἱ μὲν οὐδὲν σχῆμα περιλαμβάνουσιν, ὡς ἡ εὐθεῖα καὶ αἱ κωνικαὶ τομαὶ αἱ εἰρημέναι, αἱ δὲ συνελθοῦσαί τε καὶ ποιήσασαι σχῆμα ἐπ' ἄπειρον τὸ λοιπὸν ἐκφέρονται. || τούτων δὲ αἱ μέν εἰσιν ἀσύμπτωτοι αἵ, ὅπως ποτ' ἂν ἐκβληθῶσιν, μὴ συμπίπτουσαι, συμπτωταὶ δὲ αἵ ποτε συμπεσούμεναι. τῶν δὲ ἀσυμπτώτων αἱ μὲν ἐν ἑνί εἰσιν ἀλλήλαις ἐπιπέδῳ, αἱ δὲ οὔ. τῶν δὲ ἀσυμπτώτων καὶ ἐν ἑνὶ οὐσῶν ἐπιπέδῳ αἱ μὲν ἴσον ἀεὶ διάστημα ἀφεστήκασιν ἀλλήλων, αἱ δὲ μειοῦσιν ἀεὶ τὸ διάστημα, ὡς ὑπερβολὴ πρὸς τὴν εὐθεῖαν καὶ ἡ κογχοειδὴς πρὸς τὴν εὐθεῖαν. αὗται γὰρ ἀεὶ ἐλασσουμένου τοῦ διαστήματος ἀεὶ ἀσύμπτωτοί εἰσιν καὶ συνεύουσι μὲν ἀλλήλαις, οὐδέποτε δὲ συνεύουσι παντελῶς, ὃ καὶ παραδοξότατόν ἐστιν ἐν γεωμετρίᾳ θεώρημα δεικνύον σύνευσιν τινῶν γραμμῶν ἀσύνευστον. τῶν δὲ ἴσον ἀεὶ ἀπεχουσῶν διάστημα αἵ εἰσιν εὐθεῖαι μηδέποτε ἔλασσον ποιοῦσαι τὸ μεταξὺ αὐτῶν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ παράλληλοί εἰσιν.

Τοσαῦτα καὶ ἀπὸ τῆς Γεμίνου φιλοκαλίας εἰς τὴν τῶν προκειμένων ἐξήγησιν ἀνελεξάμεθα.

1 *ἐκλείψεως* M. 5 *δὲ αὖ εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι* G. 8 *ποιήσασθαι* G. 14 *ἀνεστήκασιν* G, *ἀφεστήκασιν* C. 16 *καὶ ἡ κογχοειδὴς πρὸς τὴν εὐθεῖαν* om. G, add. C, omisso autem *ἡ*. 17 *ἐλασσουμέναι* C. 25 G addit in fine: *Τέλος τοῦ δευτέρου.*

PETITA ET AXIOMATA.

| ‖ *Τῶν γεωμετρικῶν ἀρχῶν τριχῇ διῃρημένων εἴς τε ὑποθέσεις καὶ αἰτήματα καὶ ἀξιώματα τὴν μὲν πρὸς ἀλλήλας τούτων διαφορὰν ἐν τοῖς πρόσθεν γεγραμμένοις παραδεδώκαμεν, περὶ δὲ αἰτήματος καὶ ἀξιώματος ἰδίᾳ προκείσθω νυνὶ διελθεῖν ἀκριβέστερον, ἅτε δὴ καὶ περὶ αὐτῶν ἡμῖν ὄντος ἐνταῦθα τοῦ λόγου προηγουμένως. τὰς γὰρ ὑποθέσεις καὶ τοὺς καλουμένους ὅρους ἐν τοῖς προειρημένοις ἐσκέμμεθα.*

Κοινὸν μὲν οὖν ἐστι τοῖς τε ἀξιώμασι καὶ τοῖς αἰτήμασι τὸ μὴ προσδεῖσθαί τινος ἀποδείξεως μηδὲ γεωμετρικῶν πίστεων, ἀλλ' ὡς γνώριμα λαμβάνεσθαι καὶ ἀρχὰς ταῦτα γίγνεσθαι τῶν ἐφεξῆς. διέστηκεν δὲ ἀπ' ἀλλήλων, ᾗ καὶ τὰ θεωρήματα τῶν προβλημάτων διώρισται. καθάπερ γὰρ ἐν μὲν τοῖς θεωρήμασι τὶ ἀκόλουθον ἰδεῖν καὶ γνῶναι τοῖς ὑποκειμένοις προτι-

πρόκλου λυκίου πλατωνικοῦ διαδόχου εἰς τὸ πρῶτον εὐκλείδου στοιχεῖον· λο´ β. *M*; at in margine γ. *ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΑΔΟΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ. G.*

3 *ἄλληλα G.* 4 In *M* adscriptum est in margine: *περὶ αἰτήματος.* 5 *προσκείσθω G.* 9 In *M* adscriptum est in margine: *κοινωνία καὶ διαφορὰ ἀξιώματος καὶ αἰτήματος.* 11 *γεωμετριηπίστεων M*, quod postera manus correxit in *γεωμετρικῶν πίστεων. γεωμετρικῆς πίστεως* B_3, *G*, 'Geometrica fide' *B*, *Z*. 13 *ἢ M.*

θέμεθα, ἐν δὲ τοῖς προβλήμασι πορίσασθαι καὶ ποιῆσαί τι προστεττόμεθα, κατὰ ταῦτα δὴ καὶ ἐν μὲν τοῖς ἀξιώμασι ταῦτα λαμβάνεται, ὅσα αὐτόθεν εἰς γνῶσίν ἐστι καταφανῆ καὶ πρόχειρα ταῖς ἀδιδάκτοις ἡμῶν ἐννοίαις, ἐν δὲ τοῖς αἰτήμασι ταῦτα ζητοῦμεν λαβεῖν, ὅσα ἐστὶν εὐπόριστα καὶ εὐμήχανα, τῆς διανοίας οὐ καμνούσης περὶ τὴν λῆψιν αὐτῶν, οὐδὲ ποικιλίας δεόμενα οὐδὲ κατασκευῆς. γνῶσις ἄρα ἐναργὴς καὶ ἀναπόδεικτος καὶ λῆψις ἀκατάσκευος διορίζουσι τά τε αἰτήματα καὶ τὰ ἀξιώματα, ὥσπερ καὶ γνῶσις ἀποδεικτικὴ καὶ λῆψις τῶν ζητουμένων μετὰ παρασκευῆς τὰ θεωρήματα τῶν προβλημάτων διέκρινεν. δεῖ γὰρ δὴ πανταχοῦ τὰς ἀρχὰς τῶν μετὰ τὰς ἀρχὰς διαφέρειν τῇ ἁπλότητι, τῷ ἀναποδείκτῳ, τῷ αὐτοπίστῳ. καθόλου γάρ, φησὶν ὁ Σπεύσιππος, ὧν ἡ διάνοια τὴν θήραν ποιεῖται τὰ μὲν οὐδεμίαν ποικίλην ποιησαμένη διέξοδον προβάλλει καὶ προευτρεπίζει πρὸς τὴν μέλλουσαν ‖ ζήτησιν καὶ ἔχει τούτων ἐναργεστέραν ἐπαφὴν μᾶλλον ἢ τῶν ὁρατῶν ἡ ὄψις, τὰ δὲ ἐκ τοῦ εὐθέως αἱρεῖν ἀδυνατοῦσα κατὰ μετάβασιν ἐπ' ἐκεῖνα διαβαίνουσα κατὰ τὸ ἀκόλουθον αὐτῶν' ἐπιχειρεῖ ποιεῖσθαι τὴν θήραν. οἷον τὸ μὲν ἀπὸ σημείου γραμμὴν εὐθεῖαν ἐπὶ σημεῖον ἀγαγεῖν ὡς πρόχειρον λαμβάνει καὶ εὐπόριστον. τῇ γὰρ ὁμαλῇ ῥύσει τοῦ σημείου συγκινουμένη καὶ συμπροιοῦσα τῷ μηδαμοῦ μᾶλλον

2 κατὰ] καὶ G, κατὰ C. 3 αὐτόθι G. ‖ φύσιν C. 7 λείψιν G. 12 προέκρινε G, διέκρινε C. 15 θήραν] θεωρίαν G, θᾶραν B_3, 'venatur' B, 'inspectiones' Z. 20 ἀπ' ἐκείνων G, ἐπ' ἐκεῖνα C. ‖ διαβάλλουσα M, cui postera manus supra addidit διαβαίνουσα. 21 καὶ τὸ ἀκόλουθον G. ‖ ἐπιχειρεῖσθαι G, ἐπιχειρεῖ ποιεῖσθαι C. 25 συγκειμένη G. ‖ προϊοῦσα G, συμπροϊοῦσα C.

καὶ ἧττον ἀπονεύειν εἰς τὸ ἕτερον καταντᾷ σημεῖον. πάλιν εὐθείας τὸ μὲν τῶν περάτων μένον, τὸ δὲ περὶ αὐτὸ κινούμενον ἀπραγματεύτως γέγραφεν τὸν κύκλον. εἰ δέ τις ἕλικα μονόστροφον γράφειν ἐθελήσειεν, ποικιλωτέρας δεῖται μηχανῆς — καὶ γὰρ κινήσεις ποικίλαι γεννῶσιν αὐτήν — καὶ εἴ τις τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι, κἀνταῦθα δεήσεται μεθόδου τινὸς εἰς τὴν τοῦ τριγώνου σύστασιν. ἐρεῖ γὰρ ὁ γεωμετρικὸς νοῦς, ὅτι νοήσας εὐθεῖαν κατὰ μὲν θάτερον τῶν περάτων μένουσαν κατὰ δὲ θάτερον κινουμένην περὶ ἐκεῖνο καὶ σημεῖον ἀπὸ τοῦ μένοντος ἐπ' αὐτῆς κινούμενον γέγραφα τὴν μονόστροφον ἕλικα'' ἅμα γὰρ καὶ τὸ πέρας τῆς εὐθείας κυκλογραφοῦν καὶ τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς εὐθείας κινούμενον εἰς ταὐτὸ καταστάντα καὶ συμπεσόντα ποιεῖ μοι τὴν τοιαύτην ἕλικα. καὶ πάλιν κύκλους ἴσους γράψας καὶ ἀπὸ τῆς κοινῆς τομῆς εἰς τὰ κέντρα τῶν κύκλων ἐπιζεύξας καὶ ἀπὸ θατέρου τῶν κέντρων ἐπὶ θάτερον εὐθεῖαν ἀγαγὼν ἕξω τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον. πολλοῦ ἄρα δεῖ ταῦτα δι' ἁπλῆς ἐπιβολῆς ἀποτελεῖσθαι καὶ τῆς πρώτης ἐπινοίας. ἀγαπῴημεν γὰρ ἀκολουθοῦντες αὐτῶν ταῖς γενέσεσι.

Τὸ μὲν οὖν ῥᾷον τὰ τοιαῦτα πορίζεσθαι ἢ καὶ χαλεπώτερον, καὶ ἢ διὰ πλειόνων δείκνυσθαι μέσων ἢ δι' ἐλαττόνων παρὰ τὰς ἕξεις γίγνεται τῶν μεταχει-

1 *καταντᾷ*] *κατὰ ταῦτα G.* 2 *μένον τὸ δὲ*] *μόνον G.* 3 *ἀπραγματεύτως* om. *G*, add. *C.* 9 *νοῆσαι G.* 12—14 *γέγραφα . . . κινούμενον* om. *G.* 14 *καταστήσαντα M*, *G;* sed in *M* postera manus puncta supra *ησ* addidit. 16 *ὅσους G*, *ἴσους C.* 18 *θατέραν M.* 20 *ὑποτελεῖσθαι G*, *ἀποτελεῖσθαι C.* 21 *ἀγαπώη μὲν G*, *ἀγαπώην μὲν C.* 25 *ἑξῆς G*, *ἕξεις C.* ‖ *γίγνεσθαι M*, *C*, 'evenit' *B*, om. *Z.*

ριζομένων, τὸ δὲ ὅλως ἀποδείξεως δεῖσθαι καὶ κατασκευῆς παρὰ τὴν ἰδιότητα τῶν ζητουμένων τῆς τῶν αἰτημάτων καὶ ἀξιωμάτων ἐναργείας ἀπολειπομένην. ἄμφω μὲν οὖν τὸ ἁπλοῦν ἔχειν δεῖ καὶ εὔληπτον, τό τε αἴτημα λέγω καὶ τὸ ἀξίωμα, ἀλλὰ τὸ μὲν αἴτημα προστάττει ἡμῖν μηχανήσασθαι καὶ πορίσασθαί τινα ὕλην εἰς συμπτώματος ἀπόδοσιν ἁπλῆν ἔχουσαν καὶ εὐπετῆ τὴν λῆψιν, τὸ δὲ ἀξίωμα συμβεβηκός τι καθ' αὑτὸ λέγειν γνώριμον αὐτόθεν τοῖς ἀκούουσιν, ὥσπερ καὶ τὸ θερμὸν εἶναι τὸ πῦρ ἢ ἄλλο τι τῶν περιφανεστάτων, ἐφ' ὧν τοὺς ἀποροῦντας ἢ αἰσθήσεως ἢ κολάσεως δεῖσθαι λέγομεν, ὥστε ὁμογενὲς μὲν τὸ αἴτημα τῷ ἀξιώματι, διαφέρον δὲ αὐτοῦ τὸν εἰρημένον τρόπον. ἑκάτερον γάρ | ἐστιν ἀρχὴ ἀναπόδεικτος, ἀλλὰ τὸ μὲν ὡδί, τὸ δὲ ἄλλως, καθάπερ εἴπομεν.

Ἤδη δὲ οἱ μὲν πάντα αἰτήματα ‖ καλεῖν ἀξιοῦσιν, ὥσπερ καὶ προβλήματα τὰ ζητούμενα πάντα. καὶ γὰρ ὁ Ἀρχιμήδης τῶν ἀνισορροπιῶν ἀρχόμενος: „Αἰτούμεθα, φησί, τὰ ἴσα βάρη ἀπὸ τῶν ἴσων μηκῶν ἰσορροπεῖν." καίτοι τοῦτο μᾶλλον ἀξίωμα ἄν τις προσείποι. οἱ δὲ πάντα ἀξιώματα προσαγορεύουσιν, ὥσπερ δὴ καὶ θεωρήματα πάντα τὰ ἀποδείξεως δεόμενα. κατὰ τὴν αὐτὴν γὰρ ὡς ἔοικεν ἀναλογίαν ἀπὸ τῶν ἰδίων ἐπὶ τὰ κοινὰ μεταβεβήκασιν ὀνόματα. δι-

1 δεῖσθαι] χρῆσθαι *G* (χρῆσθαι καὶ κατασκευῆς δεῖσθαι), H_1 p. 454. 3 ἐνεργείας *G*, H_2 p. 258, ἐναργείας *C*. ‖ ἀπολειπομένων *G*, 'quae ... deficit' *B*, 'repudiantium' *Z*. 5 λέγων *G*, λέγω *C*, H_1 p. 454, H_2 p. 258. 6 προστάττειν *M*, *C*, 'imperat' *B*, 'praecipit' *Z*. 7 συμπτῶσιν *G*, συμπτώματος *C*, συμπτωμάτων H_1 p. 454, H_2 p. 258. ‖ ὑπόδοσιν H_1, ἀπόδοσιν H_2. 8 καθ' αὑτὸ *G*, καταυτὸ *M*, καθ' αὑτὸ (καὶ ταὐτὸ) H_2 p. 258. 11 ἐφ' ὧν καὶ τοὺς *G*. 20 καὶ τοιοῦτο *G*. 21 προσείποι] εἴποι *G*.

ἕστηκεν δὲ ὅμως ὥσπερ πρόβλημα θεωρήματος οὕτως καὶ αἴτημα ἀξιώματος, εἰ καὶ ἀμφότερα ἀναπόδεικτά ἐστι, καὶ τὸ μὲν ὡς εὐπόριστον λαμβάνεται, τὸ δὲ ὡς εὔγνωστον ὁμολογεῖται.

Γεμῖνος μὲν οὖν κατὰ τοῦτον τὸν λόγον τὰ αἰτήματα διαιρεῖ τῶν ἀξιωμάτων, ἄλλοι δ' ἂν φαῖεν, ὅτι τὰ μὲν ἴδια τῆς γεωμετρικῆς ἐστιν ὕλης, τὰ δὲ κοινὰ πάσης τῆς περὶ τὸ ποσὸν καὶ πηλίκον θεωρίας. τὸ μὲν γὰρ τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας εἶναι καὶ πᾶσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν ὁ γεωμέτρης οἶδεν, τὸ δὲ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα εἶναι κοινή ἐστιν ἔννοια καὶ ὅ τε ἀριθμητικὸς αὐτῇ χρῆται καὶ ἕκαστος τῶν ἐπιστημόνων ἐφαρμόζων τῇ ἑαυτοῦ ὕλῃ τὸ κοινόν. ὁ δὲ Ἀριστοτέλης, ὥς που καὶ πρότερον εἴπομεν, αἴτημά φησιν ἀποδεικτὸν ὂν καὶ μὴ συγχωρούμενον ὑπὸ τοῦ ἀκούοντος ὅμως ἀρχὴν λαμβάνεσθαι, τὸ δὲ ἀξίωμα ἀναπόδεικτον ὑπάρχειν καθ' αὑτὸ καὶ πάντας ἂν ὁμολογῆσαι κατὰ διάθεσιν, εἰ καὶ λόγου ἕνεκα τινὲς διαμφισβητοῖεν πρὸς αὐτό.

Τριῶν δὴ τούτων ὄντων διορισμῶν κατὰ μὲν τὸν πρῶτον, ὃς τῷ πορίσασθαι καὶ τῷ γνῶναι μόνον τὸ αἴτημα διίστησι τοῦ ἀξιώματος, δῆλον ὅτι τὸ πάσας ὀρθὰς ἴσας εἶναι τὰς γωνίας οὐκ ἔστιν αἴτημα, οὐδὲ τὸ πέμπτον τὸ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖά τις ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο

8 *ποικίλον G, ποιλίκον C.* 14 *ὤπου M;* postera manus *σ* addidit; *ὥσπερ G*, 'ut' *B*, 'sicut' *Z*. 15 *ἀποδεικτικὸν G.* 21 *δὲ G.* 22 *ὃς*] *ὡς M, G;* in *M* postera manus *ὃς* super *ὡς* scripsit. ‖ *τὸ πορίσασθαι καὶ τὸ γνῶναι C.* 24 *εἶναι ἴσας G.* ‖ In *M* adscriptum est in margine: *ὅτι τὸ δ̅ καὶ ε̅ οὐκ ἔστιν αἴτημα.*

ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς εὐθείας συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες. ταῦτα γὰρ οὐκ εἰς κατασκευὴν λαμβάνεται οὐδὲ πορίσασθαί τι ἀξιοῖ, ἀλλὰ σύμπτωμά τι δηλοῖ ταῖς ὀρθαῖς γωνίαις συνυπάρχον καὶ ταῖς ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομέναις. κατὰ δὲ τὸν δεύτερον οὐκ ἔσται ἀξίωμα τὸ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν, ὃ καὶ νῦν τινες ὡς ἀξίωμα προσγράφουσι. καὶ γὰρ τοῦτο τῆς γεωμετρικῆς ὕλης ἐστίν, ὥσπερ τὸ πάσας τὰς ὀρθὰς || ἴσας εἶναι γωνίας, κατὰ δὲ τὸν τρίτον τὸν Ἀριστοτελικὸν πάντα μέν, ὅσα δι' ἀποδείξεως πιστοῦταί τινος, ἔσται αἰτήματα, ὅσα δὲ ἀναπόδεικτά ἐστιν, ἀξιώματα. μάτην οὖν τῶν ἀξιωμάτων Ἀπολλώνιος ἐπεχείρησεν ἀποδείξεις παραδιδόναι. ὀρθῶς γὰρ καὶ ὁ Γεμῖνος ἐπέστησεν, ὅτι οἱ μὲν καὶ τῶν ἀναποδείκτων ἀποδείξεις ἐπενόησαν καὶ ἀπὸ ἀγνωστοτέρων μέσων τὰ γνώριμα πᾶσιν κατασκευάζειν ἐπεχείρησαν — ὃ δὴ πέπονθεν ὁ Ἀπολλώνιος δεικνύναι βουλόμενος ὅτι ἀληθὲς τὸ ἀξίωμα τὸ λέγον τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα εἶναι — οἱ δὲ καὶ τὰ ἀποδείξεως δεόμενα ἐν τοῖς ἀναποδείκτοις προσειλήφασιν, ὡς αὐτὸς Εὐκλείδης τό τε πέμπτον αἴτημα καὶ τὸ τέταρτον. καὶ γὰρ τοῦτό τινες ὡς ἀμφίβολον ἀποδείξεως δεῖσθαί φασι. καὶ πῶς γὰρ οὐ γελοῖον, ὧν τὰ ἀντίστροφα θεωρήματά ἐστιν ἀποδεικτά, ταῦτα ὡς ἀναπόδεικτα προστάττειν. ὅτι γὰρ τῶν συμπιπτουσῶν εὐθειῶν αἱ ἐντὸς ἐλάσσους εἰσὶ δυεῖν ὀρθαῖν, αὐτὸς ὁ Εὐκλείδης δείκνυσιν ἐν ἐκείνῳ τῷ θεωρή-

1 ποιεῖ *C.* 6 ἐκβαλλομένην *C.* 15 καὶ post οἱ μὲν om. *G.* 25 ἀποδεικτικὰ *G*, ἀναποδεικτικὰ *C.* 26 προςάπτει *C.* 27 ἐκτὸς' *G*, ἐντὸς *C.*

ματι „παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.“ ἀλλὰ καὶ ὅτι οὐ πάντως ἡ τῇ ὀρθῇ ἴση ὀρθή ἐστι δείκνυται σαφῶς· οὐκ ἄρα ἀναπόδεικτα τὰ τούτοις ἀντιστρέφοντα εἶναι συγχωρητέον, φησὶν ὁ Γεμῖνος. ἔοικεν οὖν κατὰ τὴν τούτου διάταξιν τρία μὲν εἶναι αἰτήματα, τὰ δὲ λοιπὰ δύο δεῖσθαι τῆς ἀποδεικτικῆς ἐπιστήμης, αὐτά τε καὶ τὰ ἀντιστρέφοντα αὐτοῖς, ἐν δὲ τοῖς ἀξιώμασι τὸ δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν προσκεῖσθαι περιττῶς, εἴπερ δι᾽ ἀποδείξεως ἔχοι τὸ πιστόν.

Περὶ μὲν οὖν τῆς διαφορᾶς τῶν αἰτημάτων καὶ ἀξιωμάτων τοσαῦτα, πάλιν δὲ αὖ τῶν ἀξιωμάτων τὰ μέν ἐστιν ἀριθμητικῆς ἴδια, τὰ δὲ γεωμετρίας, τὰ δὲ κοινὰ αὐταῖς ἀμφοτέραις. τὸ μὲν γὰρ πάντα ἀριθμὸν ὑπὸ μονάδος μετρεῖσθαι ἀξίωμα ἀριθμητικόν ἐστι, τὸ δὲ „αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἐφαρμόζουσιν ἀλλήλαις“ καὶ τὸ πᾶν μέγεθος ἐπ᾽ ἄπειρον εἶναι διαιρετὸν ἀξιώματα γεωμετρικά ἐστιν, τὸ δὲ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα εἶναι, καὶ ὅσα τοιαῦτα, κοινά ἐστιν ἀμφοῖν. χρῆται δὲ ἑκατέρα καὶ τούτοις ἐφ᾽ ὅσον τὸ ὑποκείμενον ἀπαιτεῖ, οἷον ἡ μὲν γεωμετρία ἐπὶ μεγεθῶν, ἡ δὲ ἀριθμητικὴ ἐπ᾽ ἀριθμῶν. ὡσαύτως δὲ καὶ τῶν αἰτημάτων τὰ μὲν ἴδια τῶν ‖ ἐπιστημῶν ἐστιν, τὰ δὲ κοινά. τὸ μὲν γὰρ διελεῖν τὸν ἀριθμὸν εἰς τὰ ἐλάχιστα μέρη τῆς ἀριθμητικῆς ἴδιον ἂν φαίης αἴτημα, τὸ δὲ πᾶσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἐπ᾽ εὐθείας ἐκβαλεῖν τῆς γεωμετρίας, τὸ δὲ εἰς ἄπειρον αὔξειν τὸ ποσὸν κοινὸν ἀμφοτέρων. καὶ γὰρ ὁ ἀριθμὸς καὶ τὸ μέγεθος τοῦτο δύναται πάσχειν.

3 παντὸς *C*. 4 τὰ ante τούτοις om. *M*, *G*, in *M* postera manus addidit. ‖ εἶναι om. *G*. 12 αὐτῶν *G*. 17 διαιρετὴν *G*.

Pet. I—III. *Ἠιτήσθω ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν | κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβαλεῖν καὶ παντὶ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράψαι.*

Ταῦτα τὰ τρία καὶ ἐναργείας ἕνεκα καὶ τοῦ πορίσασθαί τι προστάττειν ἡμῖν ἐν τοῖς αἰτήμασιν ἐξ ἀνάγκης ταχθήσεται κατά γε τὸν Γεμῖνον. τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν ἑπόμενόν ἐστι τῷ ῥύσιν εἶναι τοῦ σημείου τὴν γραμμὴν καὶ τὴν εὐθεῖαν ὁμαλὴν καὶ ἀπαρέγκλιτον ῥύσιν. νοήσαντες οὖν τὸ σημεῖον κινούμενον τὴν ὁμαλὴν καὶ ἐλαχίστην κίνησιν ἐπὶ θάτερον σημεῖον καταντήσομεν, καὶ τὸ πρῶτον αἴτημα γέγονεν οὐδὲν ποικίλον ἡμῶν ἐπινενοηκότων. εἰ δὲ δὴ τῆς εὐθείας σημείῳ περατουμένης ὡσαύτως νοήσαιμεν τὸ πέρας αὐτῆς κινούμενον τὴν ἐλαχίστην καὶ ὁμαλὴν κίνησιν, ἔσται τὸ δεύτερον αἴτημα πορισθὲν ἀπὸ εὐμηχάνου καὶ ἁπλῆς ἐπιβολῆς. εἰ δὲ αὖ μένουσαν μὲν τὴν πεπερασμένην εὐθεῖαν κατὰ θάτερον, κινουμένην δὲ περὶ τὸ μένον κατὰ τὸ λοιπόν, τὸ τρίτον ἂν εἴη γένος. κέντρον μὲν γὰρ ἔσται τὸ μένον σημεῖον, διάστημα δὲ ἡ εὐθεῖα. ὅση γὰρ ἂν αὕτη τυγχάνῃ, τοσοῦτο ἔσται τὸ ἀπόστημα τοῦ κέντρου πρὸς πάντα τὰ μέρη τῆς περιφερείας. εἰ δέ τις ἀποροίη, πῶς κινήσεις ἐπεισάγομεν τοῖς γεωμετρητοῖς ἀκινήτοις οὖσιν, πῶς δὲ

1 ἠτήσθω *M*, *G*. 6 ἐνεργείας *G*, ἐναργείας *C*. 14 καταιτήσομεν *G*. 15 δεῖ *G*, δὴ *C*. 18 ἔστι *C*. 21 καὶ τὸ λοιπόν *C*. 22 γάρ ἐστι *G*. 23 τοσοῦτον ἐστὶ *G*. 26 γεωμετρικοῖς *G*, γεωμετρητοῖς *C*.

τὰ ἀμερῆ κινοῦμεν — ταῦτα γὰρ ἀδύνατα εἶναι παντελῶς — ἀξιώσομεν αὐτὸν μὴ παντάπασιν δυσχεραίνειν μεμνημένον τῶν ἐν ἀρχῇ προαποδεδειγμένων, ὡς ἄρα περὶ τῶν ἐν φαντασίᾳ κειμένων οἱ λόγοι γράφουσιν ἐκεῖ πάντα τὰ τῆς διανοίας εἰκόνας ὧν ἔχει λόγων. τὸ γὰρ ἄγραφον γραμματεῖον οὗτος ἦν ὁ τελευταῖος νοῦς καὶ παθητικός. ἀλλ' οὐδὲν ἡμῖν ὁ λόγος οὗτος. ὁ γάρ τοι νοῦς ὁ τὰ εἴδη δεχόμενος ἀλλαχόθεν διὰ κινήσεως αὐτὰ δέχεται. τὴν δὲ κίνησιν μή τοι σωματικὴν ἀλλὰ φανταστικὴν νοήσωμεν καὶ τὰ ἀμερῆ τὰς μὲν σωματικὰς κινήσεις κινεῖσθαι μὴ συγχωρῶμεν τὰς δὲ αὖ φανταστικάς διεξόδους ὑπομένειν. καὶ γὰρ ὁ νοῦς ἀμερὴς ὢν κινεῖται καὶ οὐ τοπικῶς καὶ ἡ φαντασία κατὰ τὸ ἑαυτῆς ‖ ἀμερὲς ἔχει κίνησιν ἰδίαν· ἡμεῖς δὲ εἰς τὰς σωματικὰς κινήσεις ἀποβλέποντες ἀπογινώσκομεν τῶν ἐν τοῖς ἀδιαστάτοις κινήσεων. τοῦ μὲν οὖν σωματικοῦ τόπου καὶ τῶν ἔξω κινήσεων τὰ ἀμερῆ καθαρεύει· κινήσεως δὲ ἄλλο εἶδος καὶ τόπος ἄλλος ἐπ' αὐτῶν θεωρεῖται ταῖς κινήσεσι σύστοιχος, ἐπεὶ καὶ θέσιν ἔχειν τὸ σημεῖον ἐν τῇ φαντασίᾳ λέγομεν καὶ οὐ ζητοῦμεν, πῶς ἀμερὲς ἔτι δύναται μένειν τὸ κινούμενόν που καὶ περιεχόμενον ὑπὸ τοῦ τόπου. τόπος γὰρ τῶν μὲν διαστατῶν διαστατός ἐστι, τῶν δὲ ἀμερῶν ἀδιάστατος. ἄλλα οὖν τὰ ἰδίως τῶν γεωμετρητῶν εἴδη καὶ ἄλλα τὰ ἀπ' ἐκείνων ὑφιστάμενα, καὶ ἄλλη τῶν σωμάτων κίνησις, ἄλλη τῶν ἐν φαντασίᾳ

2 *δυσχαιρένην* *M.* 3 *τὸν* *M.* 5 *πάσας τὰς* *G*, *πάντα τὰ* B_3, *πάντα τὰς* *C*, ʻomnesʼ *B*, *Z.* ‖ *ὡς* B_3. ‖ *λόγων* B_3, *λόγον* *G*, *λόγῳ* *C*, ʻrationemʼ *B*, *Z.* 9 *τὴν μὲν* *G*, *τὴν δὲ* *C.* 11 *μὲν* om. *G*, add. *C.* 16 *διαστήμασι* *G*, *διαστατοις* *C.* 18 *τῆς κινήσεως* *C.* 20 *τὸ* om. *G.* 22 *κινούμενον*] ʻmoveturʼ, et in margine ʻiacetʼ *B*, ʻmotumʼ *Z.* 24 *γεωμετρικῶν* *G.* 26 *ἡ κίνησις, καὶ ἄλλη* *G.*

νοουμένων, καὶ ἄλλος ὁ τῶν διαστατῶν τόπος, ἄλλος ὁ τῶν ἀμερῶν. καὶ χρὴ ταῦτα διελομένους μὴ συγχεῖν μηδὲ ἐπιταράττειν τῶν πραγμάτων τὰς οὐσίας.

Ἔοικεν μὴν τῶν τριῶν τούτων αἰτημάτων τὸ μὲν πρῶτον ἐν εἰκόσιν ἡμῖν ἐμφανίζειν, ὅπως τὰ ὄντα περιέχεται ἐν τοῖς αὐτῶν αἰτίοις ἀμερεστέροις οὖσι καὶ ὁρίζεται ἀπ' αὐτῶν, καὶ ὅτι καὶ πρὶν ὑποστῇ πανταχόθεν ὑπ' ἐκείνων περιείληπται — καὶ γὰρ ἡ εὐθεῖα τῶν σημείων ὄντων ἐπὶ θάτερον ἀπὸ θατέρου ἐπιζεύγνυται καὶ περατοῦται ὑπ' αὐτῶν καὶ μεταξὺ αὐτῶν ἀπείληπται — τὸ δὲ δεύτερον, ὅπως τὰ ὄντα ἐχόμενα τῶν οἰκείων ἀρχῶν πρόεισιν ἐπὶ πάντα τήν τε πρὸς ἐκεῖνα συνέχειαν φυλάττοντα καὶ μὴ ἀποσπώμενα ἀπ' αὐτῶν, ἀλλὰ διὰ τὴν ἀπειροδύναμον αἰτίαν πάντη ἐπειγόμενα χωρεῖν, τὸ δὲ τρίτον, ὅπως τὰ προελθόντα πάλιν ἐπιστρέφεται πρὸς τὰς οἰκείας ἀρχάς. ἡ γὰρ τοῦ κινουμένου περὶ τὸ μένον στροφὴ τὸν κύκλον ἀπογεννῶσα μιμεῖται τὴν κατὰ κύκλον ἐπάνοδον.

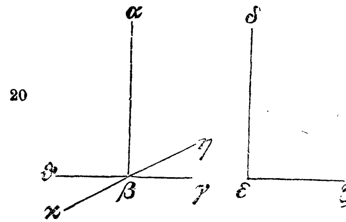
Δεῖ δὲ εἰδέναι, ὅτι τὸ ἐπ' ἄπειρον ἐκβάλλεσθαι οὐ πάσαις ὑπάρχει γραμμαῖς· οὔτε γὰρ τῇ κυκλικῇ οὔτε τῇ κισσοειδεῖ οὔτε ὅλως ταῖς σχηματογραφούσαις, ἀλλ' οὐδὲ ταῖς μὴ ποιούσαις σχῆμα. οὐδὲ γὰρ ἡ μονόστροφος ἕλιξ ἐπ' ἄπειρον ἐκβάλλεται — μεταξὺ γὰρ δύο σημείων ἔχει τὴν σύστασιν — οὐδὲ τῶν ἄλλων οὐδεμία γραμμῶν τῶν οὕτω γεννωμένων. ἀλλ' οὐδὲ ἀπὸ παντὸς σημείου δυνατὸν ἐπὶ πᾶν πᾶσαν ἐπιζευγνύναι γραμμήν· οὐ γὰρ πᾶσα μεταξὺ πάντων σημείων ὑφίστασθαι δύναται.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τούτων· ἐπὶ δὲ τὰ ἑξῆς ἴωμεν.

4 μὴν] μὲν G. ‖ αἰτημάτων τούτων G. 6 ἀμερίστοις G. 11 ἔχομεν G, ἐχόμενα C. 12 ἐπὶ πάντη τε M. 17 μέσον C. 26 ἐπὶ πᾶν πᾶσαν om. G. ‖ πᾶν om. M.

Pet. IIII. *Καὶ πάσας τὰς ὀρθὰς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι.*

‖ *Τοῦτο εἰ μὲν ὡς ἐναργὲς καὶ μὴ δεόμενον ἀποδείξεως συγχωροῦμεν, αἴτημα μὲν οὐκ ἔστιν κατὰ τὸν Γεμῖνον, ἀξίωμα δέ. συμβεβηκὸς γάρ τι καθ' αὑτὸ λέγει ταῖς ὀρθαῖς, ἀλλ' οὐ πορίσασθαί [τι] δι' ἁπλῆς ἐπινοίας ἀξιοῖ. ἀλλ' οὐδὲ κατὰ τὴν Ἀριστοτέλους διαίρεσιν αἴτημά ἐστι. τὸ γὰρ αἴτημα κατ' ἐκεῖνον δεῖται ἀποδείξεως τινός. εἰ δὲ ἀποδεικτὸν αὐτὸ φαῖμεν εἶναι καὶ ζητοῖμεν αὐτοῦ τὴν ἀπόδειξιν, οὐδ' ὡς κατὰ τὸν Γεμῖνον ἐν τοῖς αἰτήμασι ταχθήσεται. προφαίνεται μὲν οὖν καὶ κατὰ τὰς κοινὰς ἡμῶν ἐπινοίας ἡ τῶν ὀρθῶν ἰσότης, μονάδος δὲ ἔχουσα λόγον ἢ ὅρον πρὸς τὴν ἐπ' ἄπειρον αὔξησιν καὶ ἐλάττωσιν τῶν ἐφ' ἑκάτερα γωνιῶν ἴση ἐστὶ πρὸς πᾶσαν ὀρθήν. καὶ γὰρ τὴν πρώτην οὕτως ὑπεστήσαμεν | τὴν ὀρθήν, ἴσας τὰς ἐφ' ἑκάτερα γωνίας ποιήσαντες τῆς ἐφεστώσης εὐθείας, πρὸς ἣν ἐφέστηκεν. εἰ δὲ δεῖ καὶ ἀπόδειξιν αὐτοῦ παραθέσθαι γραμμικήν, ἔστωσαν δύο ὀρθαὶ αἱ ὑπὸ* $\overline{\alpha\beta\gamma}$ *καὶ ὑπὸ* $\overline{\delta\varepsilon\zeta}$*. λέγω δὴ ὅτι ἴσαι εἰσίν. εἰ γὰρ μή, ἡ ἑτέρα μείζων. ἔστω ἡ πρὸς τὸ* $\overline{\beta}$*. ἐφαρμοζομένης ἄρα τῆς* $\overline{\delta\varepsilon}$ *ἐπὶ τὴν* $\overline{\alpha\beta}$ *ἡ*



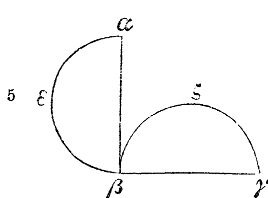
6 *τι* ego addidi, 'nihil' *B*, 'quod . . . exquiri nequeat' *Z.* ‖ *διὰ πολλῆς* B_3, *G.* 7 *ἀξιοῦ M*, et supra *οῦ* postera manu *οῖ*, *ἀξιοῦν* B_3, *G*, 'iubens' *B*, om. *Z.* 9 *φαμὲν M, G.* 14 *τῶν*] *πρὸς G, τῶν C.* 16 *ἐπιστήσαμεν G, ἐπεστήσαμεν C.* 20 *δεῖ*] *δὴ M.* 24 *καὶ αἱ ὑπὸ* $\overline{\delta\varepsilon\zeta}$ *G.* 25 *ἡ ἑτέρα αὐτῶν μείζων G.*

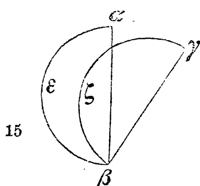
$\overline{\varepsilon\xi}$ ἐντὸς πεσεῖται, πιστεύω ὡς ἡ $\overline{\beta\eta}$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{\beta\gamma}$ ἐπὶ τὸ $\overline{\vartheta}$. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ὀρθὴ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\vartheta}$ καὶ ἴσαι ἀλλήλαις — ἔχομεν γὰρ ἐν τοῖς ὅροις ὅτι ἡ ὀρθὴ γωνία ἴση τῇ ἐφεξῆς — ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\vartheta}$ μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$. πάλιν ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{\beta\eta}$ ἐπὶ τὸ $\overline{\varkappa}$. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\eta}$, καὶ ἡ ἐφεξῆς ὀρθὴ διὰ ταῦτα καὶ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\eta}$. ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\varkappa}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\eta}$, ὥστε ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\vartheta}$ ἐλάσσων τῆς ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\eta}$, ἀλλὰ μείζων, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐστὶν ὀρθὴ μείζων ὀρθῆς.

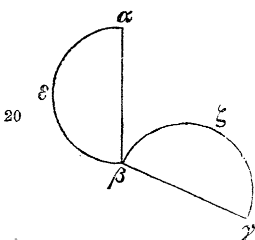
Τοῦτο μὲν οὖν καὶ ἄλλοις δέδεικται τῶν ἐξηγητῶν καὶ οὐ πολλῆς ἐδεῖτο πραγματείας, ὁ δὲ Πάππος ἐπέστησεν ἡμᾶς ὀρθῶς, ὅτι τὸ ἀντίστροφον οὐκέτι ἀληθές, τὸ τὴν ἴσην τῇ ὀρθῇ γωνίαν ἐκ παντὸς εἶναι ὀρθήν, ἀλλ' εἰ μὲν εὐθύγραμμος εἴη, πάντως ὀρθὴν εἶναι, δύνασθαι δὲ καὶ περιφερόγραμμον ‖ γωνίαν ἴσην ὀρθῇ δειχθῆναι, καὶ δῆλον, ὡς οὐκέτι τὴν τοιαύτην ὀρθὴν (εἶναι δύνασθαι?) προσαγορεύσομεν. κατὰ γὰρ τὴν τῶν εὐθυγράμμων γωνιῶν τομὴν τὴν ὀρθὴν ἐλαμβάνομεν ὑφιστάντες αὐτὴν ὑπὸ εὐθείας ἐφεστώσης ἀκλινῶς πρὸς τὴν ὑποκειμένην, ὥστε ἡ ἴση τῇ ὀρθῇ οὐ πάντως ὀρθή ἐστιν, εἴπερ μηδὲ εὐθύγραμμος. νενοήσθωσαν οὖν εὐθεῖαι δύο ἴσαι αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\beta\gamma}$ ποιοῦσαι

1 πιστεύω] πιπτέτω B_3, *G*, 'Cadat' *B*, *Z*. 2 ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ὀρθὴ καὶ om *G*. 7. 8 ἡ ἄρα ... $\overline{\alpha\beta\eta}$ om. *G*. 9 ἀλλὰ καὶ μείζων *G*. 14 γωνίᾳ *G*. 17 ὀρθῇ] ὀρθὴν *C*. 18 προσαγορεύσωμεν *M*. 20 ὑφεστώσης *G*, ἐφεστώσης *C*. 22 ὀρθή ἐστιν] ἴση τῇ ὀρθῇ ἐστιν *G*, quod correxit *C*.

τὴν πρὸς τὶ $\overline{\beta}$ ὀρθήν, καὶ ἔστωσαν ἴσα καὶ ἐπ' αὐτῶν ἡμικύκλια κέντρῳ καὶ διαστήματι γραφέντα τὰ $\overline{\alpha\varepsilon\beta}$ $\overline{\beta\zeta\gamma}$. ἐπεὶ οὖν ἴσα τὰ ἡμικύκλια, ἐφαρμόσει ἀλλήλοις, καὶ ἴση ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\beta\alpha}$ γωνία τῇ ὑπὸ $\overline{\zeta\beta\gamma}$. κοινὴ προσκείσθω ἡ λοιπὴ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\zeta}$· ὅλη ἄρα ἡ ὀρθὴ ἴση ἐστὶ τῇ μηνοειδεῖ τῇ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\beta\zeta}$. καὶ ὅμως οὐκ ἔστιν ἡ μηνοειδὴς ὀρθή. τῷ δὲ αὐτῷ τρόπῳ καὶ ἀμβλείας οὔσης ἢ ὀξείας τῆς ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ δειχθήσεται αὐτῇ ἴση γωνία ἡ μηνοειδής. τοῦτο γάρ ἐστι τὸ εἶδος τῶν περιφερογράμμων γωνιῶν τὸ συμβιβαζόμενον ταῖς εὐθυγράμμοις· πλήν τό γε τοσοῦτον ἰστέον· ἐπὶ μὲν τῆς ὀρθῆς καὶ τῆς ἀμβλείας προσθεῖναι δεῖ τὴν μεταξὺ γωνίαν τῆς $\overline{\alpha\beta}$ εὐθείας καὶ $\overline{\beta\zeta}$ περιφερείας, ἐπὶ δὲ τῆς ὀξείας ἀφελεῖν. ἡ γὰρ $\overline{\alpha\beta}$ εὐθεῖα τέμνει τὴν $\overline{\beta\zeta}$ περιφέρειαν. ἐκκείσθω οὖν ἑκατέρας τῶν ὑποθέσεων τὰ διαγράμματα.







1 τὸ $\overline{\beta\gamma}$ *M.* ‖ ἔστωσαν ἴσαι *M*, B_3, *G*; *B* alterum hoc ἴσαι, *Z* prius ἴσαι omisit. 2. 3 $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\beta\zeta}$ *M.* 8 μηνοειδεῖ] 'Corniculari' *B*, qui etiam infra vocem μηνοειδής voce Cornicularis reddit; 'lunullae' *Z*. 20 τέμει *M.*

Ταῦτα μὲν οὖν ἀναγεγράφθω δεικνύντα καὶ ὅτι πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ ὅτι οὐ πάντως ἡ τῇ ὀρθῇ ἴση ὀρθή ἐστιν. εἰ γὰρ μηδὲ εὐθύγραμμος εἴη, πῶς ἂν ὀρθήν τις εἴποι τὴν τοιαύτην;

Φανερὸν δὲ καὶ ἐκ τοῦδε τοῦ αἰτήματος, ὅτι ἡ ὀρθότης τῆς γωνίας τῇ ἰσότητι συγγενής ἐστιν, ὥσπερ ἡ ὀξύτης καὶ ἀμβλύτης τῇ ἀνισότητι. καὶ γάρ ἐστιν ἡ μὲν ὀρθότης αὐτῇ τῇ ἰσότητι σύστοιχος — ἀμφότεραι γὰρ ὑπὸ τὸ πέρας, ὥσπερ δὴ καὶ ἡ ὁμοιότης — ἡ δὲ ὀξύτης καὶ ἀμβλύτης τῇ ἀνισότητι, καθάπερ καὶ ἡ ἀνομοιότης· ἀπειρίας γὰρ ἔκγονοι πᾶσαι. ‖ *διὸ καὶ οἱ μὲν τὸ ποσὸν ὁρῶντες τῶν γωνιῶν τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ὀρθῇ λέγουσιν, οἱ δὲ τὸ ποιὸν ὁμοίαν. ὅπερ γάρ ἐστιν ἐν ποσοῖς ἡ ἰσότης τοῦτο ἐν τοῖς ποιοῖς ἡ ὁμοιότης.*

Pet. V. *Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάττονας ποιῇ, ἐκβαλλομένας τὰς εὐθείας ἐπ᾽ ἄπειρον συμπίπτειν, ἐφ᾽ ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλλάττονες.*

Τοῦτο καὶ παντελῶς διαγράφειν χρὴ τῶν αἰτημάτων· θεώρημα γάρ ἐστι, πολλὰς μὲν ἀπορίας ἐπιδεχόμενον, ἃς καὶ ὁ Πτολεμαῖος ἔν τινι βιβλίῳ διαλῦσαι προύθετο, πολλῶν δὲ εἰς ἀπόδειξιν δεόμενον καὶ ὅρων καὶ θεωρημάτων. καὶ τό γε ἀντιστρέφον

6 *συγγενές G*, *συγγενής H_1* p. 454, *H_2* p. 257. 13 *ὁμοίως G.* 14 *ἡ* et ante *ἰσότης* et ante *ὁμοιότης* om. *H_2* p. 257. 16 *Καὶ* om. *G.* ‖ *συμπίπτουσα M.* 19 *ἐπ᾽* om. *M.* 20 *δύο* om. *G.* 23 *Πτολομαῖος G.* 24 *δεομένων G*, *δεόμενον C.* 25 *καίτοι γε ἀντιστρέφων G.*

καὶ ὁ *Εὐκλείδης* ὡς θεώρημα δείκνυσιν. ἴσως δὲ ἂν τινες ἀπατώμενοι καὶ τοῦτο τάττειν ἐν τοῖς αἰτήμασιν ἀξιώσειαν, ὡς διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν δύο ὀρθῶν αὐτόθεν τὴν πίστιν παρεχόμενον τῆς τῶν εὐθειῶν συνεύσεως καὶ συμπτώσεως. πρὸς οὓς ὁ *Γεμῖνος* ὀρθῶς ἀπήντησε λέγων ὅτι παρ' αὐτῶν ἐμάθομεν τῶν τῆς ἐπιστήμης ταύτης ἡγεμόνων μὴ πάνυ προσέχειν τὸν νοῦν ταῖς πιθαναῖς φαντασίαις εἰς τὴν τῶν λόγων τῶν ἐν γεωμετρίᾳ παραδοχήν. ὅμοιον γάρ φησι καὶ *Ἀριστοτέλης* ῥητορικὸν ἀποδείξεις ἀπαιτεῖν καὶ γεωμέτρου πιθανολογοῦντος ἀνέχεσθαι, καὶ ὁ παρὰ τῷ *Πλάτωνι* Σιμμίας, ὅτι „τοῖς ἐκ τῶν εἰκότων τὰς ἀποδείξεις ποιουμένοις σύνοιδα οὖσιν ἀλαζόσι". κἀνταῦθα τοίνυν τὸ μὲν ἠλαττωμένων τῶν ὀρθῶν συνεύειν τὰς εὐθείας ἀληθὲς καὶ ἀναγκαῖον, τὸ δὲ συνευούσας ἐπὶ πλέον ἐν τῷ ἐκβάλλεσθαι συμπεσεῖσθαί ποτε πιθανόν, ἀλλ' οὐκ ἀναγκαῖον, εἰ μή τις ἀποδείξειεν λόγος, ὅτι ἐπὶ τῶν εὐθειῶν τοῦτο ἀληθές. τὸ γὰρ εἶναί τινας γραμμὰς συνιούσας μὲν ἐπ' ἄπειρον, ἀσυμπτώτους δὲ ὑπαρχούσας, καίτοι δοκοῦν ἀπίθανον εἶναι καὶ παράδοξον, ὅμως ἀληθές ἐστι καὶ πεφώραται ἐπ' ἄλλων εἰδῶν τῆς γραμμῆς. μήποτε οὖν τοῦτο καὶ ἐπὶ τῶν εὐθειῶν δυνατόν, ὅπερ ἐπ' ἐκείνων τῶν γραμμῶν; ἕως γὰρ ἂν δι' ἀποδεί|ξεως αὐτὸ καταδησώμεθα, περισπᾷ τὴν φαντασίαν τὰ ἐπ' ἄλλων δεικνύμενα γραμμῶν. εἰ δὲ καὶ οἱ διαμφισβητοῦντες λόγοι πρὸς τὴν σύμπτωσιν || πολὺ τὸ πληκτικὸν ἔχοιεν, πῶς οὐχὶ πολλῷ πλέον ἂν τὸ πιθανὸν τοῦτο καὶ τὸ ἄλογον ἐκβάλλοιμεν τῆς ἡμετέρας παραδοχῆς;

3 ἀξιώσειαν ἂν *G*, ἀξιῶσιν ἂν *M*. 12 Συμμίας *G*. Phaedo 92, D. 26 ἀμφισβητοῦντες *G*. 29 ἐκβάλοιμεν *G*.

Ἀλλ' ὅτι μὲν ἀπόδειξιν χρὴ ζητεῖν τοῦ προκειμένου θεωρήματος δῆλον ἐκ τούτων, καὶ ὅτι τῆς τῶν αἰτημάτων ἐστὶν ἀλλότριον ἰδιότητος, πῶς δὲ ἀποδεικτέον αὐτὸ καὶ διὰ ποίων λόγων ἀναιρετέον τὰς πρὸς αὐτὸ φερομένας ἐνστάσεις, τηνικαῦτα λεκτέον, ἡνίκα ἂν καὶ ὁ στοιχειωτὴς αὐτοῦ μέλλῃ ποιεῖσθαι μνήμην ὡς ἐναργεῖ προσχρώμενος. τότε γὰρ ἀναγκαῖον αὐτοῦ δεῖξαι τὴν ἐνάργειαν οὐκ ἀναποδείκτως προφαινομένην ἀλλὰ δι' ἀποδείξεων γνώριμον γιγνομένην.

Axiom. I—V. *Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα, καὶ ἐὰν ἴσα ἴσοις προστεθῇ, τὰ ὅλα ἴσα ἐστίν, καὶ ἐὰν ἴσων ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενα ἴσα ἐστίν, καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον, καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*

Ταῦτ' ἐστὶ τὰ κατὰ πάντας ἀναπόδεικτα καλούμενα ἀξιώματα, καθόσον ὑπὸ πάντων οὕτως ἔχειν ἀξιοῦται, καὶ διαμφισβητεῖ καὶ πρὸς ταῦτα οὐδείς. πολλάκις μὲν γὰρ καὶ τὰς προτάσεις ἁπλῶς ἀξιώματα καλοῦσιν, ὁποῖαί ποτε ἂν ὦσιν εἴτε ἄμεσοι κυρίως εἴτε καὶ δεομεναί τινος ὑπομνήσεως, καὶ οἵ γε ἀπὸ

6 *ἂν* om. *G.* ‖ *μέλει G.* ‖ *ποιήσασθαι G.* 7 *ἐναργῆ C.* *ἑαυτοῦ G, μὐτοῦ C.* 8 *ἐνέργειαν G, ἐνάργειαν C.* ‖ *προφερομένην G, προφαινομένην C.* 10 In *M* in margine adscriptum est: *περὶ ἀξιωμάτων ἤτοι κοινῶν ἐννοιῶν.* 12 *ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ G.* 13—14 *καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα, καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα, καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν, καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση ἴσα ἀλλήλοις ἐστί, καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστιν, καὶ δύο εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι.* *G* et *B*, sed contra auctoris sententiam paulo infra propositam. 15 *Ταῦτά ἐστι G.* 17 *καὶ* post *διαμφισβητεῖ* om. *G.*

τῆς Στοᾶς ἅπαντα λόγον ἁπλοῦν ἀποφαντικὸν ἀξίωμα προσαγορεύειν εἰώθασιν. καὶ ὅταν διαλεκτικὰς ἡμῖν γράφωσι τέχνας περὶ ἀξιωμάτων, τοῦτο διὰ τῶν ἐπιγραμμάτων δηλοῦν ἐθέλουσιν. ἀκριβέστερον δέ τινες ἀπὸ τῶν ἄλλων προτάσεων διακρίνοντες τὸ ἀξίωμα τὴν ἄμεσον καὶ αὐτόπιστον δι' ἐνάργειαν πρότασιν οὕτως ὀνομάζουσιν, ὥσπερ καὶ ὁ Ἀριστοτέλης καὶ οἱ γεωμέτραι λέγουσιν. ταὐτὸν γάρ ἐστιν κατὰ τούτους ἀξίωμα καὶ ἔννοια ‖ κοινή. πολλοῦ ἄρα δεήσομεν ἡμεῖς τὸν γεωμέτρην Ἀπολλώνιον ἐπαινεῖν, ὃς καὶ τῶν ἀξιωμάτων ὡς οἴεται γέγραφεν ἀποδείξεις, ἀπεναντίας Εὐκλείδῃ φερόμενος. ὁ μὲν γὰρ καὶ τὸ ἀποδεικτὸν ἐν τοῖς αἰτήμασι κατηρίθμησεν, ὁ δὲ καὶ τῶν ἀναποδείκτων ἐπεχείρησεν ἀποδείξεις εὑρίσκειν. ἦν δὲ ἄρα διωρισμένα ταῦτα ἀπ' ἀλλήλων τῇ φύσει καὶ τῶν ἐπιστημῶν διαφέρον τὸ γένος τῶν τε περὶ τὰς ἀμέσους προτάσεις καὶ πάντη δι' ἐνάργειαν προσπιπτούσας καὶ τῶν ταῖς ἀποδείξεσι χρωμένων, αἳ τὰς ἀρχὰς ἀπ' ἐκείνων λαμβάνουσι καὶ λαβοῦσαι χρῶνται πρὸς τὰ οἰκεῖα συμπεράσματα δεόντως. ὅτι δὲ καὶ ἡ ἀπόδειξις, ἣν ὁ Ἀπολλώνιος εὑρηκέναι πέπεισται τοῦ πρώτου τῶν ἀξιωμάτων, οὐδὲν μᾶλλον ἔχει τὸ μέσον τοῦ συμπεράσματος γνωριμώτερον, εἰ μὴ καὶ πλέον ἀμφισβητούμενον, μάθοι τις ἂν ἐπιβλέψας εἰς αὐτὴν καὶ σμικρόν. „ἔστω γάρ, φησὶ, τὸ $\overline{α}$ τῷ $\overline{β}$ ἴσον,

1 ἀποφαντικὸν] καταφατικὸν G. 2 ὅτε G, ὅταν C. 3 τέχνας γράφωσι G. ‖ τοῦτο διὰ τῶν ἐπιγραμμάτων om. G. 4 ἐθέλωσιν G. 6 ἐνέργειαν G, ἐνάργειαν C. 9 δὲ ἄρα G. 10 ὃς] ὡς M. 12 Εὐκλείδει G. ‖ τὸ om. G. 13 ἀποδεικτικὸν G. 21 ὁ om. G. 22 τὸν μέσον M.

τοῦτο δὲ τῷ $\overline{γ}$, λέγω ὅτι καὶ τὸ $\overline{α}$ τῷ $\overline{γ}$ ἴσον· ἐπεὶ γὰρ τὸ $\overline{α}$ τῷ $\overline{β}$ ἴσον τὸν αὐτὸν αὐτῷ κατέχει τόπον, καὶ ἐπεὶ τὸ $\overline{β}$ τῷ $\overline{γ}$ ἴσον, τὸν αὐτὸν καὶ τούτῳ κατέχει τόπον. καὶ τὸ $\overline{α}$ ἄρα τῷ $\overline{γ}$ τὸν αὐτὸν κατέχει τόπον. ἴσα ἄρα ἐστίν.“ ἐν δὴ τούτοις δύο προλαβεῖν ἀναγκαῖον, ἓν μὲν ὅτι τὰ τὸν αὐτὸν κατέχοντα τόπον ἀλλήλοις ἴσα ἐστίν, ἕτερον δὲ ὅτι τὰ τῷ αὐτῷ τὸν αὐτὸν κατέχοντα τόπον καὶ ἀλλήλοις τὸν αὐτὸν κατέχει τόπον. ταῦτα δὲ ὅτι πολλῷ ἀσαφέστερα τοῦ προτεθέντος ἀξιώματος ἐναργές· πῶς γὰρ τὰ τὸν αὐτὸν ἐκπληροῦντα τόπον ἴσα ἐστίν; καθ' ὅλα ἢ κατὰ μέρος ἢ κατὰ σχηματισμὸν λόγου; διὸ καὶ οὐκ ἔστι παντελῶς εὐπαράδεκτον τὸ μεταβαίνειν ἐπὶ τὸν τόπον, ὅς ἐστιν ἀγνωστότερος ἡμῖν τῶν ἐν τόπῳ ὄντων. χαλεπὴ γοῦν καὶ ἡ εὕρεσις τῆς οὐσίας καὶ ἀμφισβητήσιμος. ἵν' οὖν μὴ μακρηγορῶμεν, πάντα ἀξιώματα ὡς ἄμεσα καὶ αὐτοφανῆ παραδοτέον, γνώριμα ἀφ' ἑαυτῶν ὄντα καὶ πιστά. ὁ γὰρ τοῖς φανερωτάτοις ἀπόδειξιν προσάγων οὐ βεβαιοῖ τὴν περὶ αὐτῶν ἀλήθειαν, ἀλλ' ἐλαττοῖ τὴν ἐνάργειαν, ἣν ἔχομεν ἐν ταῖς ἀδιδάκτοις προλήψεσιν.

Τοῦτό τε δὴ περὶ τῶν ἀξιωμάτων προληπτέον κριτήριον τῆς ἰδιότητος αὐτῶν, καὶ ὅτι πάντα τοῦ κοινοῦ γένους ἐστὶ τῶν μαθημάτων. οὐ γὰρ μόνον μεγέθεσιν ἐπαληθεύει τούτων ἕκαστον, ἀλλὰ καὶ

2 αὐτῷ om. *G*, add. *C*. 3—4 καὶ ἐπεὶ τὸ . . . τούτῳ κατέχει τόπον om. *G*. 4 τὸ ἄρα $\overline{α}$ *M*, *G*. 11 προθέντος *G*, προτεθέντος *C*. 14 εὐπαραδεκτέον *M*, *G*; in *M* autem ε ante ον rasura est deletum. 16 οὖν *G*. 25—26 οὐ μόνον λέγεται μεγέθεσιν ἀληθεύειν *G*, οὐ γὰρ μόνον λέγεται μεγέθεσιν ἐπαληθεύειν B_3, ‘et non solum in Magnitudini-

ἀριθμοῖς καὶ κινήσεσι καὶ χρόνοις. καὶ τοῦτο ἀναγκαίως. τὸ γὰρ ἴσον καὶ ἄνισον καὶ τὸ ὅλον καὶ τὸ μέρος ‖ καὶ τὸ μεῖζον καὶ τὸ ἔλασσον κοινὰ καὶ τῶν διῃρημένων ἐστὶ ποσῶν καὶ τῶν συνεχῶν. ἥ τε οὖν περὶ τοὺς χρόνους θεωρία δεῖται πάντων τούτων ὡς ἐναργῶν καὶ ἡ περὶ τὰς κινήσεις καὶ ἡ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς καὶ τὰ μεγέθη, καὶ ἐπὶ πάντων ἀληθές, καὶ τὸ τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα εἶναι καὶ τῶν λοιπῶν, ὅπερ ἂν λάβωμεν. κοινοῖς δὲ οὖσιν ἕκαστος χρῆται κατὰ τὴν οἰκεῖαν ὕλην, ἐφ' ὅσον αὐτὴ ἀπαιτεῖ, καὶ ὁ μὲν ὡς ἐπὶ μεγεθῶν, ὁ δὲ ὡς ἐπ' ἀριθμῶν, ὁ δὲ ὡς ἐπὶ χρόνων αὐτῷ προσχρῆται. καὶ οὕτως ἴδια γίνεται τὰ συμπεράσματα καθ' ἑκάστην ἐπιστήμην κἂν ᾖ τὰ ἀξιώματα κοινά.

Καὶ μὴν καὶ τὸν | ἀριθμὸν αὐτῶν οὔτε εἰς ἐλάχιστον δεῖ συναιρεῖν, ὡς Ἥρων ποιεῖ τρία μόνον ἐκθέμενος — ἀξίωμα γὰρ καὶ ὅτι τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον, καὶ ὁ γεωμέτρης πολλαχοῦ καὶ τοῦτο παραλαμβάνει πρὸς τὰς ἀποδείξεις, καὶ ὅτι τὰ ἐφαρμόζοντα ἴσα· καὶ γὰρ τοῦτο εὐθὺς ἐν τῷ τετάρτῳ συντελέσει πρὸς τὸ ζητούμενον — οὔτε αὖ προστιθέναι ἄλλα ἐπ' ἄλλοις, ὧν τὰ μέν ἐστιν ἴδια τῆς γεωμετρικῆς ὕλης, ὡς δύο εὐθείας χωρίον μὴ περιέχειν, καίτοι τῶν ἀξιωμάτων τοῦ κοινοῦ γένους ὄντων, ὡς εἴπομεν, τὰ δὲ ἕπεται τοῖς ἐκκειμένοις, οἷον τὸ ἴσα εἶναι τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια. τοῦτο γὰρ ἀκολουθεῖ τῷ ἂν ἴσοις ἴσα προστεθῇ τὰ ὅλα ἴσα εἶναι. τὰ γὰρ ἴσον τῷ

bus . . . verificari dicitur' *B*, 'verum esse dicitur' *Z*. 8 τῷ om. *M*. 11 ὁ δὲ ὡς ἐπ' ἀριθμῶν om. *G*. 15 αὐτὸν *G*, αὐτῶν *C*. 17 καὶ ante ὁ om. *G*. 18 προσλαμβάνει *G*. 25 εἶναι post διπλάσια posuit *G*, quod corr. *C*. 27 τὰ γὰρ ἴσα *G*.

ἡμίσει προσλαβόντα αὐτὸ τὸ ἥμισυ διπλάσια γίνεται τοῦ αὐτοῦ καὶ ἴσα ἀλλήλοις διὰ τὴν ἴσην προσθήκην. καὶ κατὰ τοῦτον τὸν λόγον οὐ τὰ διπλάσια μόνον, ἀλλὰ καὶ τὰ τριπλάσια καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ πολλαπλάσια πάντα ἴσα φανήσεται.

Τούτοις δὲ τοῖς ἀξιώμασιν ὁ Πάππος συναναγράφεσθαί φησιν ὅτι καὶ ἂν ἴσοις ἄνισα προστεθῇ, ἡ τῶν ὅλων ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶν τῇ τῶν προστεθέντων, καὶ ἀνάπαλιν, ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, ἡ τῶν ὅλων ὑπεροχὴ ἴση ἐστὶ τῇ τῶν ἐξ ἀρχῆς. καί ἐστι καὶ ταῦτα προφανῆ μὲν ἀφ' ἑαυτῶν, δείκνυται δὲ ὅμως τοῦτον τὸν τρόπον. ἔστω ἴσα τὰ $\overline{\alpha}$ $\overline{\beta}$, καὶ προσκείσθω αὐτοῖς ἄνισα τὰ $\overline{\gamma}$ $\overline{\delta}$, μεῖζον δὲ τὸ $\overline{\gamma}$ τοῦ $\overline{\delta}$ τῷ $\overline{\varepsilon}$, †? ἐπεὶ οὖν τὸ $\overline{\alpha}$ τῷ $\overline{\beta}$ ἴσον καὶ τὸ $\overline{\zeta}$ τῷ $\overline{\delta}$, τὸ $\overline{\alpha\zeta}$ τῷ $\overline{\beta\delta}$ ἴσον. ἐὰν γὰρ ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἴσα. †? τὸ ἄρα $\overline{\gamma\alpha}$ τοῦ $\overline{\beta\delta}$ τῷ $\overline{\varepsilon}$ μόνῳ ὑπερέχει, ᾧ καὶ τὸ $\overline{\gamma}$ μόνον ὑπερεῖχεν τοῦ $\overline{\delta}$. πάλιν ἄνισα τὰ $\overline{\gamma}$ $\overline{\delta}$ καὶ προσκείσθω ἴσα τὰ $\overline{\alpha}$ $\overline{\beta}$, καὶ ἔστω τοῦ $\overline{\gamma}$ πρὸς τὸ $\overline{\delta}$ ὑπεροχὴ τὸ $\overline{\varepsilon}$. ‖ ἐπεὶ οὖν τὸ $\overline{\alpha}$ τῷ $\overline{\beta}$ ἴσον

7 ἴσοις ἴσα *G*. 9 ἀινίσας ἴσοις *G*, ἀνίσοις ἴσας *C*. ‖ In *M* adscriptum est in margine: τὸ ἄνισα οὐκ πρὸς ἄλληλα ἀκουστέον ἀλλὰ πρὸς τά, πρὸς ἃ προστίθεται. 13 τὰ $\overline{\delta}$ $\overline{\gamma}$ *M*. ‖ δέ τοι $\overline{\gamma}$ *G*, δὲ τὸ $\overline{\gamma}$ *C*. ‖ τῷ $\overline{\varepsilon}$] τοῦ $\overline{\varepsilon}$ B_3. ‖ Post τῷ $\overline{\varepsilon}$ addit *B* 'reliquum vero sit f', quod, cum ex diagrammate possit intelligi, haud scio an de suo *B* adiecerit. 15. 16 ἴσα ἴσοις *G*.
16 Ante τὸ ἄρα equidem puto excidisse: μεῖζον δὲ τὸ $\overline{\alpha\gamma}$ τοῦ $\overline{\alpha\zeta}$ τῷ $\overline{\varepsilon}$. ‖ $\overline{\gamma\alpha}$] $\overline{\gamma}$ $\overline{\delta}$ *M*, *G*. 20 τοῦ $\overline{\varepsilon}$ *C*. ‖ Post τὸ $\overline{\varepsilon}$ addit *B* 'reliquum vero f'.

καὶ †?τὸ $\overline{\alpha\zeta}$ ἴσον τῷ $\overline{\beta\delta}$, ὅλον ἄρα τὸ $\overline{\alpha\gamma}$ τοῦ $\overline{\beta\delta}$ τῷ $\overline{\varepsilon}$ μόνῳ ὑπερέχει, ᾧ καὶ τὸ $\overline{\gamma}$ τοῦ $\overline{\delta}$.

Ταῦτα οὖν ἕπεται τοῖς προειρημένοις ἀξιώμασι καὶ εἰκότως ἐν τοῖς πλείστοις ἀντιγράφοις παραλείπεται, ὅσα δὲ ἄλλα τούτοις προστίθησιν, προείληπται διὰ τῶν ὅρων καὶ ἐκείνοις ἀκόλουθα, οἷον ὅτι πάντα τοῦ ἐπιπέδου τὰ μόρια καὶ τῆς εὐθείας ἀλλήλοις ἐφαρμόττει — τὰ γὰρ εἰς ἄκρον τεταμένα τοιαύτην ἔχει φύσιν — καὶ ὅτι γραμμὴν μὲν διαιρεῖ σημεῖον, ἐπιφάνειαν δὲ γραμμή, στερεὸν δὲ ἐπιφάνεια — πάντα γὰρ διαιρεῖται τούτοις, ὑφ' ὧν καὶ περατοῦται προσεχῶς — καὶ ὅτι τὸ ἄπειρον ἐν τοῖς μεγέθεσίν ἐστιν καὶ τῇ προσθέσει καὶ τῇ ἐπικαθαιρέσει, δυνάμει δὲ ἑκάτερον· πᾶν γὰρ συνεχὲς ἐπ' ἄπειρον διαιρετόν ἐστι καὶ αὐξητόν.

1 Inter *καὶ* et *τὸ* $\overline{\alpha\zeta}$ excidisse videtur *τὸ* $\overline{\zeta}$ *τῷ* $\overline{\delta}$; *B* addit 'f ipsi d'. 6 *ἀκολουθεῖ G*, *ἀκόλουθον* B_3, 'consequuntur' *B*, 'sequuntur' *Z*. 8 *τεταγμένα G*, *τεταμένα C*.

PROPOSITIONUM PARS PRIOR.

Ἀλλ' ἐπεὶ καὶ ταῦτα συνεκεφαλαιωσάμεθα, τῶν μετὰ τὰς ἀρχὰς λοιπῶν τὴν ἐπίσκεψιν ποιησόμεθα· μέχρι γὰρ τούτων αἱ ἀρχαί. τῶν δὲ πρὸς γεωμετρίαν ἐνστάντων οἱ μὲν πλεῖστοι πρὸς τὰς ἀρχὰς ἠπόρησαν ἀνυπόστατα τὰ μέρη δεικνύναι σπουδάσαντες — ὧν καὶ οἱ λόγοι διατεθρύληνται, τῶν μὲν καὶ πᾶσαν ἐπιστήμην ἀναιρούντων καὶ ὥσπερ πολεμίων καρποὺς ἐξ ἀλλοτρίας χώρας καὶ γονίμου τῆς φιλοσοφίας ἀφανιζόντων ὥσπερ τῶν Ἐφεκτικῶν, τῶν δὲ τὰς γεωμετρικὰς μόνας ἀρχὰς ἀνατρέπειν προθεμένων, ὥσπερ τῶν Ἐπικουρείων — οἱ δὲ ἤδη καὶ ταῖς ἀρχαῖς ἐπιτρέψαντες οὔ φασι τὰ μετὰ τὰς ἀρχὰς ἀποδείκνυσθαι, μὴ συγχωρηθέντος αὐτοῖς καὶ ἄλλου τινός, ὃ μὴ προείληπται ἐν ταῖς ἀρχαῖς. τοῦτον γὰρ τὸν τρόπον τῆς ἀντιρρήσεως μετῆλθεν Ζήνων ὁ Σιδώνιος μέν,

1 *συνεκεφαλαιωσώμεθα M*, *συνεκεφαλαιωσόμεθα G*. 2 *λοιπὸν M*, B_3, *λοιπὴν G*, 'reliquum est ut' *B*, 'id quod est reliquum' *Z*. 4 *ἐνστάσεων M*, B_3, *G*, 'Eorum, qui instant' *B*, 'Ex his qui . . . obiiciant' *Z*. 5 *τὰ μέρη*] 'partes' et in margine 'terminos' *B*, 'partes' *Z*. 6—7 In *M* in margine adscriptum est: ☉. *διὰ τ* (*σημαίνει διὰ τούτου τοὺς*?) *ἀνατρέποντας τὴν γεωμετρίαν*. 9 *Ἐφεκτικῶν*] 'Pyrrhoniorum Philosophorum' *B*, 'Ephestici' *Z*. ‖ *δὲ* om. *M*, delendum not. C. 10 In *M* postera manus *ὥσπερ* delendum not. et *καὶ* add. 12 *ἐπιστρέψαντες G*, *ἐπιτρέψαντες C*. 15 *ἀντειρήσεως G*, *ἀντιρρήσεως C*.

τῆς δὲ Ἐπικούρου μετασχὼν αἱρέσεως, πρὸς ὃν καὶ ὁ Ποσειδώνιος ὅλον γέγραφε βιβλίον δεικνὺς σαθρὰν αὐτοῦ πᾶσαν τὴν ἐπίνοιαν.

Ἀλλ' αἱ μὲν ὑπὲρ τῶν ἀρχῶν ἀντιλογίαι μετρίως ἡμῖν διὰ τῶν ἔμπροσθεν ἠνύσθησαν, τὴν δὲ τοῦ Ζήνωνος ἐπιβολὴν μικρὸν ὕστερον ἐπισκεψόμεθα. νυνὶ δὲ ἀναλαβόντες ἐπὶ βραχὺ τὸν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων λόγον καὶ περὶ τῆς διαφορᾶς αὐτῶν καὶ τῶν ἑκατέρου μερῶν καὶ τῶν ἐν αὐτοῖς διαιρέσεων ἐπὶ τὴν ἐξήγησιν τραπώμεθα τῶν δεικνυμένων ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ, τὰ μὲν γλαφυρώτερα τῶν εἰς αὐτὰ γεγραμμένων τοῖς παλαιοῖς ἀναλεγόμενοι καὶ τὴν ἀπέραντον αὐτῶν πολυλογίαν συντέμνοντες, τὰ δὲ ‖ τεχνικώτερα καὶ μεθόδων ἐπιστημονικῶν ἐχόμενα παραδιδόντες, τῇ τῶν πραγμάτων ἐπεξεργασίᾳ πλέον ἀπονέμοντες ἢ τῇ ποικιλίᾳ τῶν πτώσεων καὶ τῶν λημμάτων, οἷς ὡς τὸ πολὺ τοὺς νεαροπρεπεῖς ἐπιτρέχοντας ὁρῶμεν.

Prop. I, probl. I. *Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.*

Τῆς ἐπιστήμης πάσης διττῆς οὔσης καὶ τῆς μὲν περὶ τὰς ἀμέσους προτάσεις ἀσχολουμένης, τῆς δὲ περὶ

1 *μετέχων G*, *μετασχὼν C*. 4 *ἀντιλογίαι*] 'causae' et in margine 'sermones' *B*, 'rationes ... accusantes' *Z*. 5 *ἡνώθησαν* B_3, *G*, 'in unum coactae atque inter se coniunctae sunt' *B*, 'dictae sunt' *Z*. 7 *τὸν*] *τὴν* (*ἐπιβολὴν*) A, p. 308. 8 *λόγων M, G*. ‖ *τῆς* om. *G, A*. 11 *ταῦτα G, A*. 16 *τῶν* ante *λημμάτων* om. *G, A*. 17 *πολὺ νεαροπρεπῶς G*, *πολὺ τοὺς νεαροπρεπεῖς C*, *πολὺ νεαροπρεπεῖς A*. ‖ *ἐπιτρέχοντες C*. 19 In *M* adscriptum est in margine *α̃ θεώρημα*. 20 *τὸ ἰσόπλευρον G*.

τὰ ἐξ ἐκείνων δεικνύμενα καὶ ποριζόμενα καὶ ὅλως περὶ τὰ ἀκόλουθα ταῖς ἀρχαῖς ἐξελιττούσης τὴν ἑαυτῆς πραγματείαν, αὕτη πάλιν ἐν τοῖς γεωμετρητοῖς λόγοις διεῖλεν ἑαυτὴν εἴς τε τὴν τῶν προβλημάτων ἀπεργασίαν καὶ τὴν τῶν θεωρημάτων εὕρεσιν, προβλήματα μὲν καλέσασα, ἐν οἷς τὰ μὴ ὄντα πω πορίσασθαι προτίθεται καὶ εἰς ἐμφανὲς παραγαγεῖν καὶ προσμηχανήσασθαι, θεωρήματα δέ, ἐν οἷς τὸ ὑπάρχον ἢ μὴ ὑπάρχον ἰδεῖν καὶ γνῶναι καὶ ἀποδεῖξαι προαιρεῖται. τὰ μὲν γὰρ γενέσεις καὶ θέσεις καὶ παραβολάς, ἀναγραφὰς καὶ περιγραφὰς καὶ ἐναρμόσεις καὶ ἐπαφὰς καὶ ὅσα τοιαῦτα ὑποστήσασθαι παρακελεύεται, τὰ δὲ τὰ συμπτώματα καὶ τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τοῖς ὑποκειμένοις τῇ γεωμετρίᾳ πιέσαι | καὶ καταδήσασθαι σπεύδει διὰ τῶν ἀποδείξεων. περὶ ὅσων γε μὴν ζητήσεις γενέσθαι δυνατόν, περὶ τούτων πάντων ἡ γεωμετρία ποιεῖται τὸν λόγον, τὰ μὲν εἰς τὰ προβλήματα ἀναφέρουσα, τὰ δὲ εἰς τὰ θεωρήματα. καὶ γὰρ τὸ τί ἐστι ζητεῖ, καὶ τοῦτο διχῶς, ἢ γὰρ τὸν λόγον ζητεῖ καὶ τὴν νόησιν, ἢ τὴν οὐσίαν αὐτὴν τοῦ ὑποκειμένου. λέγω δὲ οἷον ὅταν ζητῇ, τίς ἡ ὁμοιομερὴς γραμμή. τοῦτο γὰρ ζητοῦσα ἢ τὸν ὅρον εὑρεῖν ἐθέλει τῆς τοιαύτης γραμμῆς, ὅτι ὁμοιομερής ἐστι γραμμὴ ἡ πάντα τὰ μόρια πᾶσιν ἐφαρμόζοντα ἔχουσα, ἢ αὐτὰ τὰ εἴδη τῶν ὁμοιομερῶν γραμμῶν λαβεῖν, οἷον ὅτι ἢ εὐθεῖά

3 γεωμετρικοῖς *G*. 6 πῶς *G*, πω *C*. || προστίθεται *G*. 7 προαγαγεῖν *G*. 10 γὰρ om. *G*, add. *C*. 11 καὶ ἐναρμόσεις καὶ ἐπαφὰς om. *G*. 13 τὰ ante καθ' αὑτὰ om. *G*. 15 γὲ μὴν om. *G*. 19 In *M* adscriptum est in margine τὸν ὁρισμόν. 20 τὴν νόησιν ἢ τὴν νόησιν καὶ τὴν οὐσίαν *G*; *C* καὶ in ἢ mutavit. 21 δὴ *G*, δὲ *C*. || οἷον om. *G*. || τίς ἡ] τις, εἰ *G*. || ἡ γραμμὴ *G*. 23 ἔστιν ἡ *G*.

ἐστιν, ἢ περιφερής, ἢ περὶ κύλινδρον ἕλιξ. καὶ πρὸς τούτῳ ‖ τὸ εἴ ἐστιν αὐτὸ καθ' αὑτὸ ζητεῖ — καὶ τοῦτο μάλιστα ἐν τοῖς διορισμοῖς ἐξετάζουσα, εἰ ἀδύνατον τὸ διὰ τοῦτο ζητούμενον ἢ δυνατόν, καὶ μέχρι τίνος ἐγχωρεῖ καὶ ποσαχῶς — καὶ μὴν καὶ τὸ ὁποῖόν τί ἐστιν· ὅταν γὰρ τὰ καθ' αὑτὰ συμβεβηκότα τῷ τριγώνῳ καὶ τῷ κύκλῳ καὶ ταῖς παραλλήλοις ἐπισκοπῇ, δῆλον ὅτι τὸ ὁποῖόν ἐστιν ἐνταῦθα ζητεῖ.

Τήν γε μὴν αἰτίαν καὶ τὸ διὰ τί πολλοῖς μὲν ἔδοξεν ἡ γεωμετρία μὴ θεωρεῖν — ταύτης γάρ ἐστι καὶ ὁ Ἀμφίνομος τῆς δόξης Ἀριστοτέλους κατάρξαντος — εὕροι δ' ἄν τις, φησὶν ὁ Γεμῖνος, καὶ τὴν τούτου ζήτησιν ἐν γεωμετρίᾳ. πῶς γὰρ οὐχὶ γεωμέτρου τὸ ζητῆσαι, δι' ἣν αἰτίαν ἐν μὲν τοῖς κύκλοις ἄπειρα πολυγώνια ἐγγράφεται ἰσόπλευρα, ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οὐκέτι πολύεδρα σχήματα ἰσόπλευρα καὶ ἰσογώνια καὶ ἐξ ὁμοίων ἐπιπέδων συγκείμενα δυνατὸν ἐγγράφειν ἄπειρα; τίνος γὰρ ἂν εἴη τοῦτο καὶ ζητῆσαι καὶ εὑρεῖν ἢ τοῦ γεωμέτρου; ὅταν μὲν οὖν ὁ συλλογισμὸς ᾖ δι' ἀδυνάτου τοῖς γεωμέτραις, ἀγαπῶσι τὸ σύμπτωμα μόνον εὑρεῖν, ὅταν δὲ διὰ προηγουμένης ἀποδείξεως, τότε πάλιν, εἰ μὲν ἐπὶ μέρους αἱ ἀποδείξεις γίγνοιντο, οὔπω δῆλον τὸ αἴτιον, εἰ δὲ καθ' ὅλον καὶ ἐπὶ πάντων τῶν ὁμοίων, εὐθὺς καὶ τὸ διὰ τί γίγνεται καταφανές.

1 *πρὸ τούτου* postera manu in *M* super *πρὸς τούτῳ*; in margine adscriptum est *τὴν οὐσίαν τοῦ πράγματος*. *πρὸς τούτῳ* B_3, *G*. 'ante hoc' *B*, 'insuper' *Z*. 9 *διότι* *M*, *G*, 'propter quid' *B*, causam' *Z*. 11—13 In *M* adscriptum est in margine: *οἷον ὅταν λέγῃ ἐν τοῖς τόποις οὐ δὴ γὰρ ἐν ταῖς ἐπιστημονικαῖς ἀρχαῖς ἐπιζήτει τὸ διὰ τί.* 16 *ἰσόπλευρα ἰσογώνια* *G*. 19 *ὅτε* *G*. 24 *διότι* *M*, *G*.

Περὶ μὲν οὖν τῶν ζητουμένων τοσαῦτα· πᾶν δὲ πρόβλημα καὶ πᾶν θεώρημα τὸ ἐκ τελείων τῶν ἑαυτοῦ μερῶν συμπεπληρωμένον βούλεται πάντα ταῦτα ἔχειν ἐν ἑαυτῷ· πρότασιν, ἔκθεσιν, διορισμόν, κατασκευήν, ἀπόδειξιν, συμπέρασμα. τούτων δὲ ἡ μὲν πρότασις λέγει, τίνος δεδομένου τί τὸ ζητούμενόν ἐστιν. ἡ γὰρ τελεία πρότασις ἐξ ἀμφοτέρων ἐστίν. ἡ δ' ἔκθεσις αὐτὸ καθ' αὑτὸ τὸ δεδομένον ἀποδιαλαβοῦσα προευτρεπίζει τῇ ζητήσει. ὁ δὲ διορισμὸς χωρὶς τὸ ζητούμενον, ὅτι ποτέ ἐστιν, διασαφεῖ. ἡ δὲ κατασκευὴ τὰ ἐλλείποντα τῷ δεδομένῳ πρὸς τὴν τοῦ ζητουμένου θήραν προστίθησιν. ἡ δὲ ἀπόδειξις ἐπιστημονικῶς ἀπὸ τῶν ὁμολογηθέντων συνάγει τὸ προκείμενον. τὸ δὲ συμπέρασμα πάλιν ἐπὶ τὴν πρότασιν ἀναστρέφει βεβαιοῦν τὸ δεδειγμένον. καὶ τὰ μὲν σύμπαντα μέρη τῶν τε προβλημάτων καὶ τῶν θεωρημάτων ἐστὶ τοσαῦτα· τὰ δὲ ἀναγκαιότατα καὶ ἐν πᾶσιν ὑπάρχοντα πρότασις καὶ ἀπόδειξις καὶ συμπέρασμα. δεῖ γὰρ καὶ προειδέναι τὸ ζητούμενον καὶ δείκνυσθαι τοῦτο διὰ τῶν μέσων καὶ συνάγεσθαι τὸ δεδειγμένον. καὶ τούτων τῶν τριῶν ἐκλείπειν τι τῶν ἀδυνάτων ἐστίν. τὰ δὲ λοιπὰ πολλαχοῦ μὲν παραλαμβάνεται, πολλαχοῦ δὲ καὶ οὐδεμίαν παρέχοντα χρείαν παραλείπεται. διορισμός τε γὰρ καὶ ἔκθεσις οὐκ ἔστιν ἐν ἐκείνῳ τῷ

1 *ζητημάτων* G. 3 *πεπληρωμένον* (*πεπληρωμένων*) H_2 p. 259. 6 *διδομένου* G, *δεδομένου* H_1 p. 454, H_2 p. 259. 10 *τὰ εἰωθότα* M, B_3, G; in M autem adscriptum est in margine manu primae proxima *γρ. τὰ ἐλλείποντα*, 'familiaria' Z, *ἐλλείποντα* (*ἐκλείποντα*) H_1 H_2. 'quae ... desunt' B. 11 *διδομένῳ* M, G, *δεδομένῳ* H_1 H_2. || *θήραν*] *αἰτίαν* H_1 H_2. 12 *ἀπὸ*] *ἐκ* H_2. 16 *τῶν* ante *θεωρημάτων* om. G. || *τοσαῦτα*] *ταῦτα* H_2. 20 *τῷ δεδειγμένῳ* (*δεδεγμένῳ*) H_1 H_2. 22. 23 *καὶ* post *δὲ* om. G. 23 *ὡς* ante *οὐδεμίαν* additum est in H_1 H_2.

προβλήματι ἰσοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει διπλασίαν τῆς λοιπῆς, ‖ κατασκευὴ δὲ ἐν πλείστοις πάνυ θεωρήμασιν οὐκ ἔστι τῆς ἐκθέσεως ἀποχρώσης ἄνευ προσθήκης ἄλλης ἐκ τῶν δεδομένων δεῖξαι τὸ προκείμενον. πότε οὖν ἐκλιμπάνειν τὴν ἔκθεσίν φαμεν; ὅταν ἐν τῇ προτάσει μηδὲν ᾖ δεδομένον, ὅτι ἡ πρότασις διῄρηται ὡς ἐπίπαν εἰς δεδομένον καὶ ζητούμενον. οὐ μὴν τοῦτο ἀεὶ γίνεται, ἀλλ' ἐνίοτε μόνον λέγει τὸ ζητούμενον, ὃ δεῖ γνῶναι ἢ πορίσασθαι, ὡς ἐπὶ τοῦ προειρημένου προβλήματος. οὐ γὰρ προλέγει, τίνος δεδομένου δεῖ συστήσασθαι τὸ ἰσοσκελὲς ἔχον ἑκατέραν τῶν ἴσων διπλασίαν τῆς λοιπῆς, ἀλλ' ὅτι δεῖ πορίσασθαι. καὶ γίνεται μὲν κἀνταῦθα ἐκ προγινωσκομένων ἡ τοῦ προκειμένου λῆψις. καὶ γὰρ τί τὸ ἰσοσκελὲς καὶ τί τὸ ἴσον ἢ διπλάσιον εἰδότες τυγχάνομεν. τοῦτο δὲ ἁπάσης διανοητικῆς μαθήσεως ἴδιόν φησιν Ἀριστοτέλης. ὑπόκειται δὲ ὅμως οὐδὲν ἡμῖν ὥσπερ ἐπ' ἄλλων προβλημάτων, οἷον ὅταν λέγῃ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν. ἐνταῦθα γὰρ εὐθεῖα δέδοται, προστάττόμεθα δὲ αὐτὴν δίχα διελεῖν, καὶ διώρισται, τί μὲν τὸ δεδομένον χωρίς, τί δὲ τὸ ζητούμενον. ὅταν μὲν οὖν ἡ πρότασις ἀμφότερα ἔχῃ, τότε καὶ διορισμὸς εὑρίσκεται καὶ ἔκθεσις, ὅταν δὲ ἐκλείπῃ τὸ δεδομένον, ἐκλιμπάνει καὶ ταῦτα. ἡ γὰρ ἔκθεσις

1 προβλήματι] Eucl. IV, 10. 4 ἐκθέσεως] 'Expositione' et in margine 'Demonstratione' *B*, 'expositio' *Z*. 5 ἐκλειπάνειν *G*, ἐκλιμπάνειν *C*. ‖ In *M* in margine legitur: σημ. πότε ἐκλιμπάνει ἡ ἔκθεσις. 7 διαιρεῖται H_1 p. 454, H_2 p. 265. 19 ὅτε λέγει *G*. (Eucl. I, 10). 23 ἔχῃ] σχῇ H_1 H_2. 24 ἐλλείπῃ H_1 H_2. 25 ἐκλειπάνει *G*, ἐλλιμπάνει H_1 H_2.

τοῦ δεδομένου ἐστὶν καὶ ὁ διορισμός. ἔσται γὰρ ὁ αὐτὸς τῇ προτάσει. τί γὰρ ἄλλο ἂν εἴποις διοριζόμενος ἐπὶ τοῦ προρρηθέντος προβλήματος, | ἢ ὅτι δεῖ εὑρεῖν ἰσοσκελὲς τοιόνδε; τοῦτο δ' ἦν ἡ πρότασις. ἐὰν ἄρα ἡ πρότασις μὴ ἔχῃ τὸ μὲν δεδομένον, τὸ δὲ ζητούμενον, ἡ μὲν ἔκθεσις σιωπᾶται τῷ μὴ εἶναι τὸ δεδομένον, ὁ δὲ διορισμὸς παραλείπεται, ἵνα μὴ ὁ αὐτὸς γένηται τῇ προτάσει. πολλὰ δ' ἂν εὕροις καὶ ἄλλα τοιαῦτα προβλήματα καὶ μάλιστα ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς καὶ ἐν τῷ δεκάτῳ εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει συμμέτρους μέσον περιεχούσας καὶ πάντα ὅσα τοιαῦτα.

Πᾶν γε μὴν τὸ δεδομένον καθ' ἕνα τούτων δίδοται τῶν τρόπων, ἢ θέσει, ἢ λόγῳ, ἢ μεγέθει, ἢ εἴδει. τὸ μὲν γὰρ σημεῖον θέσει δίδοται μόνον, γραμμὴ δὲ καὶ τὰ ἄλλα πᾶσιν. ὅταν γὰρ λέγωμεν τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον, τὸ εἶδος λέγομεν, ὁποῖον δέδοται τῆς γωνίας, ὅτι εὐθύγραμμον, ἵνα μὴ ζητῶμεν διὰ τῶν αὐτῶν μεθόδων καὶ τὴν περιφερόγραμμον δίχα τεμεῖν, ὅταν δὲ ὅτι δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην ἀφελεῖν. τῷ μεγέθει δέδοται. τὸ γὰρ μεῖζον καὶ ἔλασσον καὶ τὸ πεπερασμένον καὶ ἄπειρον τοῦ μεγέθους ἐστὶν ἴδια κατηγορήματα. ὅταν δὲ λέγωμεν ὅτι ἐὰν τέσσαρα

1—6 *τοῦ δεδομένου ..... ἡ μὲν ἔκθεσις* bis redditum est in *G*. 3 *προρρηθέντος*] *προβληθέντος* H_2 p. 265. 4 *τοιοῦτον* primo, *τοῦτο* altero loco *G*, *τοῦτο* H_1 p. 454. 10 *ἐν τῷ δεκάτῳ*] Prop. XXIX, quae tamen non *δύο εὐθείας* sed *μέσας* iubet inveniri. 13 In *M* in margine adscriptum est: *ὅτι τὸ δεδομένον ἢ θέσει ἢ λόγῳ ἢ μεγέθει ἢ εἴδει.* ‖ *δέδοται* H_2 p. 269. 15 *δέδοται* H_2. 16 *ὅτε* *G*. 17—18 *τὸ εἶδος .... εὐθύγραμμον* bis legitur in *M*, et in margine *εἴδει*. 20 *ὅτε* *G*, *ὅταν* *C*, H_1. ‖ *εὐθειῶν δοθεισῶν* *G*. 22 *τῷ μεγέθει. δέδοται γὰρ τὸ μεῖζον* *M*. 24 *M* in margine *λόγῳ*.

μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται, δέδοται ὁ αὐτὸς ‖ λόγος ἐν τοῖς τέτρασιν μεγέθεσιν. ὅταν δὲ πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ χρῇ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι, τότε τῇ θέσει δέδοται τὸ σημεῖον. διὸ καὶ τῆς θέσεως διαφόρου δυναμένης εἶναι καὶ ἡ κατασκευὴ ποικιλίαν ἐπιδέχεται. δίδοται γὰρ τὸ σημεῖον ἢ ἔξω τῆς εὐθείας ἢ ἐπὶ τῆς εὐθείας καὶ ἐπ' ἄκρων τῆς εὐθείας ἢ ἐν τῷ μεταξὺ τῶν περάτων αὐτῆς. τετραχῶς οὖν τοῦ δεδομένου λαμβανομένου δῆλον ὅτι καὶ ἡ ἔκθεσις γίνεται τετραχῶς. ἐνίοτε δὲ καὶ δύο συμπλέκει τρόπους καὶ τρεῖς.

Τὴν δὲ λεγομένην ἀπόδειξιν ὅτε μὲν καὶ τὰ ἴδια τῆς ἀποδείξεως ἔχουσαν εὑρήσομεν ἀπὸ τῶν ὁρισμῶν μέσων τὸ ζητούμενον δεικνύουσαν — αὕτη γὰρ ἀποδείξεως τελειότης — ὅτε δὲ ἐκ τεκμηρίων ἐπιχειροῦσαν. καὶ δεῖ μὴ λανθάνειν. πανταχοῦ μὲν γὰρ τὸ ἀναγκαῖον ἔχουσιν οἱ γεωμετρικοὶ λόγοι διὰ τὴν ὑποκειμένην ὕλην, οὐ πανταχοῦ δὲ περαίνονται διὰ τῶν ἀποδεικτικῶν μεθόδων. ὅταν γὰρ διὰ τοῦ τὴν ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνίαν ἴσην εἶναι δύο ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίας δεικνύηται τὸ τρίγωνον ἴσας ἔχον τὰς ἐντὸς τρεῖς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς, πῶς ἀπ' αἰτίας ἡ ἀπόδειξις αὕτη, πῶς δὲ οὐχὶ τεκμήριόν ἐστι τὸ μέσον; καὶ γὰρ μήπω τῆς ἐκτὸς οὔσης γωνίας αἱ ἐντὸς οὖσαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ἔστι γὰρ τὸ τρίγωνον καὶ τῆς πλευρᾶς μὴ ἐκβεβλημένης. ὅταν δὲ διὰ τῆς τῶν κύκλων περιγραφῆς τὸ συσταθὲν τρίγωνον ἰσόπλευρον

2 τέταρσι *G.* 3 *M* in margine θέσει. ‖ ὅτε *G.* ‖ χρὴ *M, G.* 6 δέχεται *G*, ἐπιδέχεται *C.* ‖ δέδοται *G*, δίδοται *C.* 9 αὐτῆς] τῆς τῆς *M.* ‖ παραλαμβανομένου *G.* 10 γένηται *G*, γίνεται *C*, H_1 p. 454, H_2 p. 270. 21 ἀπεναντίος *G.* ‖ δείγνυται *G*, δεικνύηται *C.*

δεικνύηται, ἀπ' αἰτίας ἡ ἐπιβολὴ γίνεται. τὴν γὰρ ὁμοιότητα καὶ ἰσότητα τῶν κύκλων τῆς τοῦ τριγώνου κατὰ τὰς πλευρὰς ἰσότητος αἰτιασόμεθα.

Τό γε μὴν συμπέρασμα διπλοῦν εἰώθασι ποιεῖσθαί τινα τρόπον· καὶ γὰρ ὡς ἐπὶ τοῦ δεδομένου δείξαντες καὶ ὡς καθόλου συνάγουσιν ἀνατρέχοντες ἀπὸ τοῦ μερικοῦ συμπεράσματος ἐπὶ τὸ καθόλου. διότι γὰρ οὐ προσχρῶνται τῇ ἰδιότητι τῶν ὑποκειμένων, ἀλλὰ πρὸ ὀμμάτων ποιούμενοι τὸ δεδομένον γράφουσι τὴν γωνίαν ἢ τὴν εὐθεῖαν, ταὐτὸν ἡγοῦνται τὸ ἐπὶ ταύτης συναγόμενον καὶ ἐπὶ τοῦ ὁμοίου συμπεπεράνθαι παντός. μεταβαίνουσι μὲν οὖν ἐπὶ τὸ καθόλου, ἵνα μὴ μερικὸν ὑπολάβωμεν εἶναι τὸ συμπέρασμα. εὐλόγως δὲ μεταβαίνουσιν, ἐπειδὴ τοῖς ἐκτεθεῖσιν, οὐχ ᾗ ταῦτά ἐστιν, ἀλλ' ᾗ τοῖς ἄλλοις ὅμοια, χρῶνται πρὸς τὴν ἀπόδειξιν. οὐ γὰρ ᾗ τοσήδε ἐστὶν ἡ ἐκκειμένη γωνία, ταύτῃ τὴν διχοτομίαν ποιοῦμαι, ἀλλ' ᾗ μόνον εὐθύγραμμος. ἔστι δὲ τὸ μὲν τοσόνδε τῆς ἐκκειμένης ἴδιον, τὸ δὲ εὐθύγραμμον πασῶν τῶν εὐθυγράμμων κοινόν. ἔστω γὰρ ἡ δεδομένη ἡ ὀρθή. εἰ μὲν οὖν τῇ ἀποδείξει τὴν ὀρθότητα παρελάμβανον, οὐκ ἠδυνάμην ἐπὶ πᾶν τὸ εἶδος τῆς εὐθυγράμμου μεταβαίνειν, εἰ δὲ τὸ μὲν ὀρθὸν αὐτῆς οὐ προσποιοῦμαι, ‖ τὸ δὲ εὐθύγραμμον σκοπῶ μόνον, ὁμοίως ὁ λόγος ἐφαρμόσει καὶ παρὰ ταῖς εὐθυγράμμοις γωνίαις.

1 δεικνύηται] δείκνυται M, C. ‖ δεικνύηται ... ἐπιβολὴ om. G. 3 κατὰ τὰς πλευρὰς om. G. 5 τινα om. G. 6 συνάγουσαι G, συνάγουσιν C. ‖ ἀνατρέχοντος M. 8 προσδέχονται G, προσχρῶνται C. 14 ἐντεθεῖσιν G, ἐκτεθεῖσιν C. 17 ταύτην C. 18 εὐθύγραμμον G, εὐθύγραμμος C. ‖ τοσόνδε] ποσὸν G. 19 δὲ post τὸ om. G, add. C.

Ταῦτα δὲ πάντα τὰ προειρημένα σκεψώμεθα ἐπὶ τοῦ πρώτου τούτου προβλήματος. ὅτι μὲν γὰρ πρόβλημά ἐστι δῆλον. ἐπιτάττει γὰρ ἡμῖν τριγώνου μηχανήσασθαι γένεσιν ἰσοπλεύρου. συνέστηκεν δὲ ἡ ἐν τούτῳ πρότασις ἔκ τε τοῦ δεδομένου καὶ τοῦ ζητουμένου. δέδοται μὲν γὰρ εὐθεῖα πεπερασμένη, ζητεῖται δέ, πῶς ἂν ἐπ' αὐτῆς συσταίη τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, καὶ ἡγεῖται τὸ δεδομένον, ἕπεται δὲ τὸ ζητούμενον, ἵνα καὶ συνημμένον πλέξῃς, εἴ ἐστιν εὐθεῖα πεπερασμένη, δυνατὸν ἐπ' αὐτῆς συστήσασθαι τρίγωνον ἰσόπλευρον. οὔτε γὰρ μὴ εὐθείας οὔσης συσταίη ἂν τρίγωνον — ὑπὸ γὰρ εὐθειῶν περιέχεται γραμμῶν — οὔτε μὴ πεπερασμένης· οὐ γὰρ δύναται γωνία γενέσθαι [εἰ μὴ] πρὸς ἑνὶ σημείῳ· τῆς δὲ ἀπείρου πέρας σημεῖον οὐκ ἔστιν.

Μετὰ δὲ τὴν πρότασιν ἑξῆς ἡ ἔκθεσις· Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἥδε. καὶ ὁρᾷς ὅτι το δεδομένον αὐτὸ λέγει μόνον ἡ ἔκθεσις, οὐ προσποιησομένη τὸ ζητούμενον. καὶ ἐπὶ ταύτῃ ὁ διορισμός· Δεῖ δὴ ἐπὶ τῆς ἐκτεθείσης πεπερασμένης εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι. τρόπον τινὰ προσεχείας ἐστὶν αἴτιος ὁ διορισμός. προσεχεστέρους γὰρ ἡμᾶς ποιεῖ πρὸς τὴν ἀπόδειξιν ἀναφωνῶν τὸ ζητούμενον, ὥσπερ ἡ ἔκθεσις εὐ|μαθεστέρους ἀπεργάζεται πρὸ ὀμμάτων ποιουμένη τὸ δεδομένον. μετὰ δὲ τὸν

1 In *M* ἄρ (with χ written above) in margine est adscriptum. 5 *διδομένου G.* 7 *τρίγωνον* om. *G.* 9 *ἡ εὐθεῖα C.* 14 *εἰ μὴ*] Hoc vel simile quid videtur excidisse. In *M* postera manus super *πρὸς ἑνὶ* scripsit *χωρις*. $B_3 = G$. ʻnisi in uno fiat Signo’ *B*, om. *Z*. 15 *πέραση ἔστι σημεῖον G, πέρας οὐκ ἔστι σημεῖον C.* 17 *ὧδε G.*

διορισμὸν ἡ κατασκευή· Κέντρῳ μὲν τῷ ἑτέρῳ πέρατι τῆς εὐθείας διαστήματι δὲ τῷ λοιπῷ γεγράφθω κύκλος, καὶ πάλιν κέντρῳ μὲν τῷ πρότερον [διαστήματι], διαστήματι δὲ τῷ κέντρῳ γεγράφθω κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ κοίνου σημείου τῆς τῶν κύκλων τομῆς ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας ἐπεξεύχθωσαν εὐθεῖαι. καὶ ὁρᾷς ὅτι πρὸς τὴν κατασκευὴν χρῶμαι τοῖς αἰτήμασιν, τῷ τε ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν καὶ τῷ κέντρῳ καὶ διαστήματι κύκλον γράψαι. καθόλου γὰρ τὰ μὲν αἰτήματα συντελεῖ ταῖς κατασκευαῖς, τὰ δὲ ἀξιώματα ταῖς ἀποδείξεσιν. ἐφεξῆς οὖν ἡ ἀπόδειξις· Ἐπειδὴ θάτερον σημεῖον τῶν ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας κέντρον ἐστὶν τοῦ περιέχοντος αὐτὸ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ. διὰ ταῦτα δὴ καὶ ἐπεὶ τὸ λοιπὸν σημεῖον τῶν ἐπὶ τῆς δοθείσης τοῦ περιέχοντος αὐτὸ κύκλου κέντρον ἐστίν, ἴση ἐστὶν ἡ ἐπὶ τὴν κοινὴν τομὴν τῶν κύκλων τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ. καὶ τούτων ὑπόμνησις ἀπὸ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ κύκλου, ὃς ἔλεγεν ἴσας εἶναι τὰς ἐκ τοῦ κέντρου πάσας. ἑκατέρα ἄρα τῇ αὐτῇ ἐστιν ἴση. τὰ δὲ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα ‖ διὰ τὸ $\overline{α}$ ἀξίωμα. αἱ τρεῖς ἄρα ἴσαι. συνέστη ἄρα ἐπὶ ταύτης τῆς εὐθείας ἰσόπλευρον τρίγωνον. τοῦτο μὲν τὸ πρότερον συμπέρασμα τῇ ἐκθέσει ἑπόμενον. ἐπὶ δὲ τούτῳ

2 εὐθείας] *ἑτέρας M*, B_3, *G*, 'rectae Lineae' *B*, *Z*. 3—4 *κέντρῳ μὲν τῷ πρότερον, διαστήματι δὲ τῷ κέντρῳ M*, B_3, *μὲν τῷ κέντρῳ τῷ πρότερον, διαστήματι δὲ τῷ κέντρῳ G*, 'Centro quidem reliquo, intervallo autem eo, quod prius Centrum erat' *B*, 'centro quidem reliquo, intervallo vero cetero' *Z*. 8 *ἐπὶ πᾶν σημεῖον* om. *G*. 9 *τῷ διαστήματι G*. 11 *ἀξιώματα* H_2 p. 271, *κοιναὶ ἔννοιαι* H_2 p. 274. 15 *ἐπεὶ*] *ἐπὶ M*. 20 *ἐκ κέντρου G*. 21 $\overline{α}$ om. *M*, *G*. 'primum' *B*, 'ex communi intelligentia' *Z*. 23 *πρῶτον G*, *πρότερον C*.

τὸ καθόλου· Ἐπὶ τῆς δοθείσης ἄρα εὐθείας τρίγωνον ἰσόπλευρον συνέστη. κἂν γὰρ τὴν διπλασίαν τῆς νῦν ἐκτεθείσης ποιήσῃς δεδομένην, αἱ αὐταὶ κατασκευαὶ καὶ ἀποδείξεις ἁρμόσουσιν, κἂν τριπλασίαν κἂν ἄλλην ὁπωσοῦν μείζονα ταύτης ἢ ἐλάσσονα λάβῃς. τούτοις δὲ προσέθηκεν τὸ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι, δεικνὺς ὅτι τὸ συμπέρασμα προβληματικόν. καὶ γὰρ ἐπὶ τῶν θεωρημάτων προστίθησι τὸ ὅπερ ἔδει δεῖξαι. τὰ μὲν γὰρ ποίησιν ἐπαγγέλλεταί τινος, τὰ δὲ δεῖξιν καὶ εὕρεσιν ὄντος. ὅλως μὲν οὖν ἐπάγει ταῦτα τοῖς συμπεράσμασιν ἐνδεικνύμενος, ὅτι τὰ τῆς προτάσεως γέγονεν, καὶ τέλος ἀρχῇ συνάπτων καὶ μιμούμενος τὸν ἀνελιχθέντα νοῦν καὶ πάλιν εἰς τὴν ἀρχὴν ἐπιστρέφοντα. οὐ ταὐτὸν δέ, ἀλλ' ὅτε μὲν τὸ ὅπερ ἔδει ποιῆσαι, ὅτε δὲ τὸ ὅπερ ἔδει δεῖξαι διὰ τὴν τῶν προβλημάτων πρὸς τὰ θεωρήματα διαφοράν.

Ἡμεῖς μὲν οὖν ἐφ' ἑνὸς τοῦ πρώτου προβλήματος ἐγυμνάσαμεν πάντα ταῦτα καὶ σαφῆ πεποιήκαμεν. δεῖ δὲ τοὺς ἀκούοντας καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ταῦτα ζητεῖν, τίνα μὲν παραλαμβάνεται, τίνα δὲ παραλείπεται τῶν κεφαλαίων καὶ ποσαχῶς τὸ δεδομένον δέδοται, καὶ ἀπὸ ποίων ἀρχῶν ἢ τὰς κατασκευὰς ἢ τὰς ἀποδείξεις λαμβάνομεν. ἡ γὰρ τούτων συνοπτικὴ θεωρία γυμνασίαν οὐκ ὀλίγην ἐμποιεῖ καὶ μελέτην τῶν ἐν γεωμετρίᾳ λόγων. ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ ταῦτα διώρισται, φέρε καὶ περὶ τῶν συνηρτημένων τούτοις βραχέα διέλθωμεν, τί λῆμμα, τί πτῶσις, τί πόρισμα, τί ἔνστασις, τί ἀπαγωγή.

4 ἁρμόζουσι G. 17 ἀφ' G, ἐφ' C. 21 δίδοται M. 26 καὶ post φέρε om. G, add. C. ‖ βραχίον G. 27 In M in margine legitur: τί λῆμμα.

Τὸ μὲν οὖν λῆμμα πολλάκις καὶ κατὰ πάσης προτάσεως εἰς κατασκευὴν ἄλλου λαμβανομένης κατηγοροῦσιν, ἐκ τοσῶνδε λημμάτων αὐτοῖς τὴν ἀπόδειξιν γεγονέναι φάσκοντες. ἰδίως δὲ τὸ ἐν τοῖς γεωμετρουμένοις λῆμμα πρότασίς ἐστι δεομένη πίστεως. ὅταν γὰρ ἢ περὶ τὴν κατασκευὴν ἢ περὶ τὴν ἀπόδειξιν λάβωμέν τι τῶν μὴ δεδειγμένων ἀλλὰ λόγου δεομένων, τότε τὸ ληφθὲν ὡς ἀμφίβολον καθ' αὑτὸ ζητήσεως ἀξιώσαντες λῆμμα αὐτὸ προσαγορεύομεν τοῦ αἰτήματος καὶ ἀξιώματος διαφέρον τῷ ἀποδεικτὸν ὑπάρχειν, ἐκείνων ἄνευ ἀποδείξεως εἰς πίστιν ἄλλων αὐτόθεν παραλαμβανομένων. περὶ δὲ τὴν εὕρεσιν τῶν λημμάτων τὸ μὲν ἄριστον τῆς διανοίας ἐστὶ πρὸς τοῦτο ἐπιτηδειότης. πολλοὺς γὰρ ἔστιν ἰδεῖν ὀξεῖς περὶ τὰς λύσεις || καὶ οὐ μεθόδοις τοῦτο ποιοῦντας, ὥσπερ καὶ ὁ καθ' ἡμᾶς Κράτιστος ἱκανὸς μὲν ἦν θηρᾶσαι τὸ ζητούμενον ἐκ πρώτων καὶ ἐλαχίστων ὡς δυνατόν. ἐχρήσατο δὲ τῇ φύσει πρὸς τὴν εὕρεσιν. μέθοδοι δὲ ὅμως παραδίδονται, καλλίστη μὲν ἡ διὰ τῆς ἀναλύσεως ἐπ' ἀρχὴν ὁμολογουμένην ἀνάγουσα τὸ ζητούμενον, ἣν καὶ ὁ Πλάτων ὥς φασιν Λεωδάμαντι παραδέδωκεν, ἀφ' ἧς καὶ ἐκεῖνος πολλῶν κατὰ γεωμετρίαν εὑρετὴς ἱστόρηται γενέσθαι. δευτέρα δὲ ἡ διαιρετική, κατ' ἄρθρα μὲν διαιροῦσα τὸ προκείμενον γένος, ἀφορμὴν δὲ τῇ ἀποδείξει παρεχομένη διὰ τῆς τῶν ἄλλων ἀναιρέσεως τῆς τοῦ προκειμένου κατασκευῆς, ἣν καὶ αὐτὴν ὁ Πλάτων ἐξύμνησεν ὡς πάσαις

2 ἄλλων G. 3 ἀπόδοσιν B_3, G, 'demonstrationem' B, 'assignationem' Z. 4 τὸ om. G. 6 λαμβάνωμεν G. 10 τῷ ἀποδεικτικῷ G, τὸ ἀποδεικτικὸν C. 11 αὐτόθι G. 22 παρέδωκεν G.

ταῖς ἐπιστήμαις ἐπίκουρον γινομένην. τρίτη δὲ ἡ διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς οὐκ αὐτὸ δεικνῦσα τὸ ζητούμενον αὐτόθεν, ἀλλὰ τὸ ἀντικείμενον ἐλέγχουσα καὶ κατὰ συμβεβηκὸς τὸ ἀληθὲς εὑρίσκουσα.

Τὸ μὲν οὖν λῆμμα τοιαύτην ἔχει θεωρίαν, ἡ δὲ πτῶσις διαφόρους τῆς κατασκευῆς τρόπους ἐπαγγέλλεται καὶ θέσεων ἐξαλλαγὴν τῶν σημείων μετατιθεμένων ἢ τῶν γραμμῶν ἢ τῶν ἐπιπέδων ἢ τῶν στερεῶν. καὶ ὅλως πᾶσα αὐτῆς ἡ ποικιλία περὶ τὴν καταγραφὴν ὁρᾶται, διὸ καὶ πτῶσις ἀποκαλεῖται μετάθεσις οὖσα τῆς κατασκευῆς.

Τὸ δὲ πόρισμα λέγεται μὲν καὶ ἐπὶ προβλημάτων τινῶν, οἷον τὰ Εὐκλείδη γεγραμμένα πορίσματα. λέγεται δὲ ἰδίως, ὅταν ἐκ τῶν ἀποδεδειγμέ|νων ἄλλο τι συναναφανῇ θεώρημα μὴ προθεμένων ἡμῶν, ὃ καὶ διὰ τοῦτο πόρισμα κεκλήκασιν, ὥσπερ τι κέρδος ὂν τῆς ἐπιστημονικῆς ἀποδείξεως πάρεργον.

Ἡ δὲ ἔνστασις κωλύει τὴν ὅλην ἀτραπὸν τοῦ λόγου ἤτοι πρὸς τὴν κατασκευὴν ἢ πρὸς τὴν ἀπόδειξιν ἀπαντῶσα, καὶ οὐχ ὥσπερ τὴν πτῶσιν προθέμενοι ἀναγκαῖον ἐπιδεικνύναι τὴν πρότασιν ἐπαληθεύουσαν οὕτω καὶ τὴν ἔνστασιν, ἀλλὰ ἀνελεῖν δεῖ τὴν ἔνστασιν καὶ δεῖξαι τὸν χρώμενον αὐτῇ ψευδόμενον.

Ἡ δὲ ἀπαγωγὴ μετάβασίς ἐστιν ἀπ' ἄλλου προ-

1 *γενομένην G.* 2—3 *ζητοῦσα τὸ δεικνύμενον αὐτόθι G* 6 *M* in margine *τί πτῶσις.* 7 *θέσεως G, θέσεων C.* 9 *ἡ αὐτῆς G.* 10 *καταστροφὴν C*, 'descriptionem' *B, Z.* 12 *M* in margine *τί πόρισμα.* 13 *Εὐκλείδει G.* 15 *συν αφανῇ G, συναποφανῇ N.* p. 437. 18 *M* in margine *τ ἔνστασις.* 20 *προθέμενον] προσιέμενον G, προσέμενον C* 'qui Casum proponit' *B*, 'casum, propositum' *Z.* 21 *ἀπο δεικνύναι G.* 22 *καὶ* post *οὕτω* om. *G.* 23 *χρόνον G.* 24 *M* in margine *τί ἀπαγωγή.*

βλήματος ἢ θεωρήματος ἐπ' ἄλλο, οὗ γνωσθέντος ἢ πορισθέντος καὶ τὸ προκείμενον ἔσται καταφανές, οἷον ὥσπερ καὶ τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου ζητηθέντος μετέθεσαν τὴν ζήτησιν εἰς ἄλλο, ᾧ τοῦτο ἕπεται, τὴν εὕρεσιν τῶν δύο μέσων, καὶ τὸ λοιπὸν ἐζήτουν, πῶς ἂν δύο δοθεισῶν εὐθειῶν δύο μέσαι ἀνάλογον εὑρεθεῖεν. πρῶτον δέ φασι τῶν ἀπορουμένων διαγραμμάτων τὴν ἀπαγωγὴν ποιήσασθαι Ἱπποκράτην τὸν Χῖον, ὃς καὶ μηνίσκον ἐτετραγώνισε καὶ ἄλλα πολλὰ κατὰ γεωμετρίαν εὗρεν εὐφυὴς περὶ τὰ διαγράμματα εἴπερ τις ἄλλος γενόμενος.

Τοιαῦτα καὶ περὶ τούτων· ἐπὶ δὲ τὸ προκείμενον ἐπανέλθωμεν πρόβλημα.

Τὸ μὲν οὖν ἰσόπλευρον ‖ τρίγωνον ὅτι κάλλιστον ἐν τοῖς τριγώνοις καὶ τῷ κύκλῳ συγγενέστατον τῷ πάσας ἴσας ἔχοντι τὰς ἐκ τοῦ κέντρου καὶ μίαν καὶ ἁπλῆν τὴν ἔξωθεν αὐτὸ ὁρίζουσαν γραμμὴν παντὶ καταφανές. ἔοικεν δὲ ἡ τῶν δύο κύκλων περίληψις, καὶ τούτων ἐκ μέρους ἑκατέρου — οὐ γὰρ εἰς ὅλον ἑκάτερον ἐγγέγραπται, ἀλλ' εἰς τὸ ἕκτον ἑκατέρου — δηλοῦν ὡς ἐν εἰκόσιν, ὅπως καὶ τὰ προελθόντα ἀπὸ τῶν ἀρχῶν τὸ τέλειον καὶ τὸ ταὐτὸν καὶ τὸ ἴσον ἀπ' ἐκείνων καταδέχεται. κατὰ γὰρ τοῦτον τὸν τρόπον καὶ τὰ ἐπ' εὐθείας κινούμενα κύκλῳ περιάγεται διὰ τῆς ἀεὶ γενεσίας, καὶ αἱ ψυχαὶ μεταβατικὰς ἔχουσαι νοήσεις διὰ τῶν ἀποκαταστάσεων καὶ τῶν περιόδων

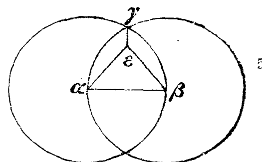
2 *ἔστι* *G.* 7 *φησὶ* *C.* ‖ *ἀπορουμένων διαγραμμάτων*] 'quum descriptiones sunt ambiguae' *Z*, 'praedictorum titulorum' *B*. B_3 = *M*, *G.* ‖ *διαγραμμάτων*] *δύο γραμμάτων* *C.* 9 *ἐτετραγώνησε* *M*, *C.* 17 *αὐτὸν* *M*, *G.* 20 *ἕκτον*] *ἐκ τῶν* *G.* 26 *νοήσεις*] *κινήσεις* *G*, B_3 = *M*. 'motus' et in margine 'Intelligentias' *B*, 'intelligentias' *Z*.

ἀπεικονίζουσι τὴν ἀμετάβατον ἐνέργειαν τοῦ νοῦ. λέγεται δὲ καὶ ὑπὸ δύο νοῶν ἡ ζωογόνος πηγὴ περιέχεσθαι τῶν ψυχῶν. εἰ τοίνυν ὁ μὲν κύκλος εἰκών ἐστι τῆς νοερᾶς οὐσίας, τὸ δὲ τρίγωνον τῆς πρωτίστης ψυχῆς διά τε τὴν ἰσότητα καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν γωνιῶν καὶ πλευρῶν, εἰκότως ἂν καὶ τοῦτο διὰ τῶν κύκλων ἐν αὐτοῖς μέσον ἀπολαμβανόμενον ἰσόπλευρον ἀποδεικνύοιτο. εἰ δὲ καὶ πᾶσα ψυχὴ πρόεισιν ἀπὸ νοῦ καὶ ἐπιστρέφει πρὸς νοῦν καὶ μετέχει τοῦ νοῦ δυαδικῶς, εὖ ἂν ἔχοι καὶ ταύτῃ τὸ τρίγωνον τῆς τριφυοῦς τῶν ψυχῶν ὑποστάσεως σύμβολον ὂν ὑπὸ δυεῖν κύκλων περιληφθὲν λαμβάνειν τὴν γένεσιν.

Ἀλλὰ ταῦτα μὲν ὡς ἐξ εἰκόνων ἡμᾶς ἀναμιμνησκέτω τῆς τῶν πραγμάτων φύσεως. ἐπειδὴ δέ τινες πρὸς τὴν τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου σύστασιν ἐνέστησαν οἰόμενοι τὴν ὅλην γεωμετρίαν διελέγχειν βραχέα καὶ πρὸς τούτους ἀπαντήσομεν. λέγει δὴ Ζήνων ἐκεῖνος, οὗ καὶ πρότερον ἐμνήσθην, ὅτι, κἂν ταῖς ἀρχαῖς τις ἐπιτρέψῃ τῶν γεωμετρῶν, οὐκ ἂν συσταίη τὰ ἐφεξῆς, μὴ συγχωρηθέντος αὐτοῖς ὅτι δύο εὐθειῶν τὰ αὐτὰ τμήματα οὐκ ἔστιν. εἰ γὰρ τοῦτο μὴ δοθείη, τὸ ἰσόπλευρον οὐ δείκνυται τρίγωνον. ἔστω γάρ φησιν ἡ $\overline{\alpha\beta}$ εὐθεῖα, ἐφ' ἧς δεῖ συστήσασθαι τὸ ἰσόπλευ-

5 Post *ἰσότητα* additum est *καὶ τιμιότητα* in H_2 p. 270. 7 *μέσων M.* 10 *διαδιχῶς G, δυαδιχῶς C.* 12 *δυοῖν κύκλοιν G.* ‖ *ὑπολειφθὲν C.* 14 *ἐκείνων G, εἰκόνων C.* 16 *ἀνέστησαν G, ἐνέστησαν C.* 18 *πρὸς τούτοις M.* ‖ *ἀπαντήσωμεν G.* 20 *ἐπιστρέψει G, ἐπιτρέψει C.* 23—24 *τὸ ἰσόπλευρον . . . συστήσασθαι* om. *G*, add. *C*. 23 *δείκνυται*] ‘constitueretur’ et in margine ‘ostenderetur’ *B*, ‘ostenditur’ *Z*.

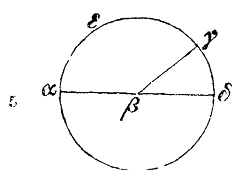
ρον τρίγωνον. καταγεγράφθωσαν οἱ κύκλοι καὶ ἀπὸ τῆς κοινῆς αὐτῶν τομῆς ἐπεζεύχθωσαν αἱ $\overline{γεα}$ $\overline{γεβ}$ κοινὸν ἔχουσαι τὸ $\overline{γε}$ τμῆμα. συμβαίνει τοίνυν τὰς μὲν ἀπὸ τῆς κοινῆς τομῆς ἴσας εἶναι τῇ $\overline{αβ}$ τῇ δοθείσῃ, οὐκέτι δὲ τὰς τοῦ τριγώνου ἴσας, ἀλλὰ ἐλάσσονας τὰς δύο || τῆς $\overline{αβ}$. τούτου δὲ μὴ συστάντος οὐδ' ἂν τὰ ἐφεξῆς ἔτι σύστασιν λάβοι. μήποτε οὖν, φησὶν ὁ Ζήνων, καὶ τῶν ἀρχῶν δοθεισῶν οὐχὶ ἕπεται τὰ ἑξῆς, εἰ μὴ καὶ τοῦτο προληφθείη τὸ μήτε περιφερῶν μήτε εὐθειῶν εἶναι τμήματα κοινά.



Πρὸς δὴ ταῦτα ῥητέον πρῶτον μέν, ὅτι τοῦτο τρόπον τινὰ προείληπται ἐν ταῖς ἀρχαῖς τὸ δύο εὐθειῶν μὴ εἶναι τμῆμα κοινόν — καὶ γὰρ ὁ τῆς εὐθείας ὁρισμὸς τοῦτο εἶχεν, εἴπερ εὐθεῖά ἐστιν ἡ ἐξ ἴσου κειμένη τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις. τὸ γὰρ ἴσον εἶναι τὸ διάστημα τῶν σημείων τῇ εὐθείᾳ μίαν ποιεῖ τὴν συνάπτουσαν αὐτὰ καὶ ἐλαχίστην, ὥστε, εἴ τις αὐτὴν κατὰ μέρος ἐφαρμόσοι, καὶ κατὰ λοιπὸν μέρος ἐφαρμόττειν. ἐπ' ἄκρον γὰρ τεταμένη διὰ τὸ ἐλαχίστην εἶναι ὅλη ἐπὶ ὅλην πίπτειν ἀναγκασθήσεται — καὶ δὴ καὶ ὅτι ἐν τοῖς αἰτήμασι τοῦτο προδήλως εἴληπται. τὸ γὰρ καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν δεικνύει σαφῶς, ὅτι μίαν εἶναι δεῖ τὴν ἐκβαλλομένην καὶ κατὰ μίαν κίνησιν ἐκβάλλεσθαι. εἰ δὲ δεῖ καὶ

3–8 In *M* triangulum aequilaterum est depictum et ε infra γ positum. 15 τὸ] τῶν *G*. 18 ἑαυτοῖς *M*. 21 ἐφαρμόσσοι *G*. 22 ἐπ' ἄκρων *M*. 27 κατὰ τὴν μίαν *G*.

ὥσπερ λήμματος τούτου λαβεῖν ἀπόδειξιν, ἔστω, εἰ δυνατόν, ἡ $\overline{αβ}$ τμῆμα κοινὸν τῆς $\overline{αγ}$ καὶ τῆς $\overline{αδ}$, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ $\overline{β}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{βα}$ γεγράφθω κύκλος ὁ $\overline{αγδ}$. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖά ἐστι διὰ τοῦ κέντρου ἡ $\overline{αβγ}$, ἡμικύκλιόν ἐστι τὸ $\overline{αεγ}$, καὶ ἐπεὶ εὐθεῖα διὰ τοῦ κέντρου ἡ $\overline{αβδ}$, ἡμικύκλιον τὸ $\overline{αεδ}$. ἴσα ἄρα ἀλλήλοις τὰ $\overline{αεγ}$ $\overline{αεδ}$ ὅπερ ἀδύνατον.



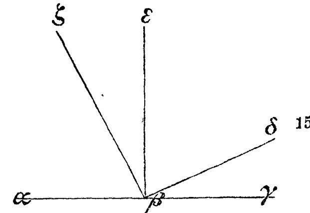
Πρὸς δὴ ταύτην τὴν ἀπόδειξιν ὁ Ζήνων εἴποι ἄν, ὅτι καὶ τὸ τὴν διάμετρον δίχα τέμνειν τὸν κύκλον ἀποδέδεικται προλαβόντων ἡμῶν, ὅτι οὐκ ἔστι δύο περιφερειῶν ἓν τμῆμα κοινόν. | οὕτω γὰρ ἐλαμβάνομεν τὴν ἑτέραν ἐπὶ τὴν ἑτέραν ἐφαρμόττειν τῶν περιφερειῶν, ἢ μὴ ἐφαρμόττουσαν ἐκτὸς πίπτειν ἢ ἐντός. κωλύει δέ, φησίν, οὐδὲν μὴ ὅλην ἐφαρμόζειν πρὸς ὅλην, ἀλλὰ κατά τι μέρος. ἕως δ' ἂν μὴ ἀποδεικνύηται τὸ τὴν διάμετρον δίχα τέμνειν τὸν κύκλον οὐδὲ τὸ προκείμενον δειχθήσεται.

Πρὸς ταῦτα καὶ ὁ Ποσειδώνιος ὀρθῶς ἀπήντησεν ἐπισκώψας τὸν δριμὺν Ἐπίκουρον ὡς οὐ συνειδότα, κἂν κατὰ μέρος μὴ ἐφαρμόττωσιν αἱ περιφέρειαι, ‖ προχωροῦσαν τὴν ἀπόδειξιν· καθ' ὃ γὰρ

1 τοῦτο *M*, *C*. 2 καὶ ante κέντρῳ om. *M*. 4 $\overline{βα}$] $\overline{βδ}$ *G*, $\overline{αβ}$ *C*. 6 ἐστι ante τὸ $\overline{αεγ}$ om. *G*, add. *C*. 8 τὰ $\overline{αβγ}$ $\overline{αβδ}$ *M*, *G*. 10 δὲ *G*, δὴ *C*. 14 τὴν post ἐλαμβάνομεν om. *G*, add. *C*. 15 ἔξω *G*, ἐκτός *C*. 21 ὡς συ συνειδότα *M*, ὡς συνειδότα *G*, 'tanquam conscium' *B*, 'utpote cognoscentem' *Z*.

οὐκ ἐφαρμόζουσι μέρος, ἡ μὲν ἐντός, ἡ δὲ ἐκτὸς ἔσται, καὶ τὰ αὐτὰ ἄτοπα, τῆς εὐθείας ἀπὸ τοῦ κέντρου προβληθείσης ἐπὶ τὴν ἐκτὸς περιφέρειαν. ἔσονται γὰρ ἴσαι αἱ ἐκ τοῦ κέντρου οὖσαι, ἥ τε μείζων ἡ ἐπὶ τὴν ἐκτὸς καὶ ἡ ἐλάσσων ἡ ἐπὶ τὴν ἐντός. ἢ οὖν ὅλη πρὸς ὅλην ἐφαρμόσει καὶ ἴσαι εἰσίν, ἢ κατὰ μέρος ἐφαρμόζουσα παραλλάττει καθ' ἕτερον, ἢ οὐδὲν μέρος αὐτῆς οὐδενὶ ἐφαρμόζει, καὶ εἰ τοῦτο, ἢ ἐκτὸς πίπτει ἢ ἐντός· πάντα δὲ ταῦτα ὡσαύτως διελέγχεται.

Ταῦτα μὲν ὑπὲρ τούτων· ὁ δὲ Ζήνων ἑτέραν ἀπόδειξιν ἀναγράφει τοιαύτην, ἣν καὶ διαβάλλειν ἐπιχειρεῖ. ἔστω γὰρ δύο εὐθειῶν τῶν $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\delta}$ τμῆμα κοινὸν ἡ $\overline{\alpha\beta}$ καὶ ἤχθω τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ πρὸς ὀρθὰς ἡ $\overline{\beta\varepsilon}$. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\beta\gamma}$. εἰ μὲν οὖν καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\beta\delta}$ ὀρθή, ἴσαι ἔσονται,



ὅπερ ἀδύνατον, εἰ δὲ μή, ἤχθω τῇ $\overline{\alpha\delta}$ πρὸς ὀρθὰς ἡ $\overline{\zeta\beta}$. ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\zeta\beta\alpha}$· ἦν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\beta\alpha}$ ὀρθή· ἴσαι ἄρα εἰσὶν ἀλλήλαις, ὅπερ ἀδύνατον. ἡ μὲν οὖν ἀπόδειξις αὕτη· διαβάλλει δὲ αὐτὴν ὡς προλαμβάνουσάν τι τῶν ὕστερον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ [εὐθεῖαν] πρὸς ὀρθὰς ἀγαγεῖν. ὁ δὲ Ποσειδώνιος οὐδαμοῦ μὲν ἐν ταῖς στοιχειώσεσιν ἀπόδειξιν τοιαύτην φέρεσθαί φησιν, ἀλλὰ τὸν

1 οὐκ om. *G*. 5 εἰ οὖν *G*, ἢ οὖν *C*. 6 εἰσίν, ἢ ἡ *G*. 11 ἀπόδοσιν *C*. ‖ In *M* angulus ζβδ acutus est. 14 ἤχθω om. *M*. 21 διαβάλλει δὲ αὐτὴν om. *G*. ‖ παραλαμβανούσης *G*, παραλαμβανούσας *C*. 23 εὐθεῖαν om. *M*, B_3, *G*.

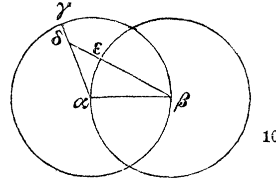
Ζήνωνα συκοφαντεῖν τοὺς ἐφ' ἑαυτοῦ γεωμέτρας ὡς μοχθηρᾷ ἀποδείξει χρωμένους· εἶναι δέ τινα καὶ ὑπὲρ ταύτης λόγον εἰπεῖν. ἐπεὶ γάρ ἐστί τις πάντως ἑκατέρᾳ τῶν εὐθειῶν πρὸς ὀρθάς — πᾶσαι γὰρ δύο εὐθεῖαι δύνανται ποιεῖν ὀρθήν. καὶ τοῦτο προειλήφαμεν ὁριζόμενοι τὴν ὀρθήν. παρὰ γὰρ τὴν τοιάνδε κλίσιν μόνην ὑφιστάνομεν τὴν ὀρθήν — ἔστω ἥδε τυχὸν ἣν ἀνεστήσαμεν. πρὸς τὸ καὶ αὐτὸν τὸν Ἐπίκουρον συγχωρεῖν καὶ τοὺς ἄλλους φιλοσόφους πολλὰ μὲν δυνατὰ πολλὰ δὲ καὶ τῆς ἀδυνάτου ὕλης ὑποτίθεσθαι τῆς τοῦ ἀκολούθου ἕνεκα θεωρίας.

‖ Τοσαῦτα περὶ τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου. δεῖ δὲ καὶ τὰ λοιπὰ συστήσασθαι καὶ πρότερον τὸ ἰσοσκελές. ἔστω οὖν ἡ αβ, ἐφ' ἧς δεῖ συστήσασθαι τὸ ἰσοσκελές. καὶ γεγράφθωσαν κύκλοι ὡς ἐπὶ τοῦ ἰσοπλεύρου καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα ἡ αβ ἐπὶ τὰ γ δ σημεῖα. ἴσα ἄρα ἡ γβ τῇ αδ. κέντρῳ οὖν τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ γβ γεγράφθω κύκλος ὁ γε, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ α, διαστήματι δὲ τῷ δα ὁ δε κύκλος. καὶ ἀπὸ τοῦ ε, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλους οἱ κύκλοι ἐπὶ τὰ α β σημεῖα ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα εβ. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ μὲν εα τῇ αδ, ἡ δὲ εβ βγ, ἴση δὲ ἡ

1 ἀφ' G, ἐφ' C. 5 προσειλήφαμεν M, G, 'praeassumpsimus' B, 'praecepimus' Z. 6 τοιαύτην C. 10 ὑποθέσθαι G. 17 ἑκατέρως G, ἐφ' ἑκάτερα C.

$\overline{\alpha\delta}$ τῇ $\overline{\beta\gamma}$, ἴση καὶ ἡ $\overline{\varepsilon\alpha}$ τῇ $\overline{\varepsilon\beta}$. ἀλλὰ καὶ μείζους τῆς $\overline{\alpha\beta}$. ἰσοσκελὲς ἄρα ἐστὶν τὸ $\overline{\alpha\beta\varepsilon}$ τρίγωνον, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

Ἀλλὰ δὴ προστετάχθω σκαληνὸν συστήσασθαι τρίγωνον ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας τῆς $\overline{\alpha\beta}$. καὶ γεγράφθωσαν οἱ κύκλοι κέντροις καὶ διαστήμασιν ὡς ἐπὶ τῶν πρότερον. καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τοῦ κέντρου ἔχοντος τὸ $\overline{\alpha}$ σημεῖον τὸ $\overline{\gamma}$ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\alpha\gamma}$, καὶ ἐπὶ ταύτῃ σημεῖον τὸ $\overline{\delta}$, καὶ



ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\delta\beta}$. ἐπεὶ οὖν κέντρον τὸ $\overline{\alpha}$, ἴση δὲ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$, μείζων ἄρα ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῆς $\overline{\alpha\delta}$. κέντρον δὲ καὶ τὸ $\overline{\beta}$. ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ $\overline{\varepsilon\beta}$ τῇ $\overline{\alpha\beta}$. μείζων ἄρα ἡ $\overline{\delta\beta}$ τῆς $\overline{\beta\alpha}$· ἡ δὲ $\overline{\beta\alpha}$ τῆς $\overline{\alpha\delta}$ μείζων. αἱ τρεῖς ἄρα $\overline{\delta\beta}$ $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\delta}$ ἄνισοί εἰσιν· σκαληνὸν ἄρα τὸ τρίγωνόν ἐστιν, ὥστε συνεστάθη τὰ τρία τρίγωνα.

Ταῦτα μὲν οὖν πολυθρύλητα, τὸ δὲ ἐν τούτοις γλαφυρόν, ὅτι τὸ μὲν ἰσόπλευρον πανταχόθεν ἴσον ὂν μοναχῶς συνίσταται, τὸ δὲ ἰσοσκελὲς ἐν δύο μόναις πλευραῖς ἰσότητα ἔχων διχῶς συνίσταται· ἡ γὰρ δοθεῖσα εὐθεῖα ἢ ἐλάσσων ἐστὶν ἀμφοτέρων τῶν ἴσων,

2 ἐστὶν om. *G*, add. *C*. 6—11 Figuram bis in *M* descriptam cum priore coniunxit *B* mutata tamen constructione.

10—11 καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ ... τὸ $\overline{\delta}$ om. *G*, add. *C*; 'et protendatur recta Linea af, producaturque ad g Signum' *B*.

13 τῆς $\overline{\alpha\gamma}$ *G*, τῆς $\overline{\alpha\delta}$ *C*. 18 οὖν om. *G*. ‖ πολυθρίλληται *G*, πολυθρίλλητα *C*. 21 ἰσότητα .... συνίσταται om. *G*, add. *C*.

ὡς ἡμεῖς ἐποιήσαμεν, ἢ μείζων ἀμφοτέρων, τὸ δὲ σκαληνὸν πάντη ἄνισον ὂν τριχῶς συνίσταται· ἡ γὰρ δοθεῖσα ἢ μεγίστη ἐστίν, ἢ ἐλαχίστη τῶν τριῶν, ἢ τῆς μὲν μείζων, τῆς δὲ ἐλάσσων. καὶ ἔξεστιν ἑκάστην ἑαυτῷ ἢ προτείναντα ἢ συστείλαντα τῶν ὑποθέσεων γυμνάζεσθαι· ἡμῖν δὲ ἀρκείτω τὰ ἐκκείμενα.

Καθόλου δὲ θεωρήσομεν, ὅτι τῶν προβλημάτων τὰ μὲν μοναχῶς γίγνεται, τὰ δὲ πλεοναχῶς, τὰ δὲ ἀπειραχῶς. λέγεται δέ, ὥς φησιν Ἀμφίνομος, τὰ μὲν μοναχῶς συνιστάμενα [τεταγμένα], τὰ δὲ πλεοναχῶς ‖ καὶ κατὰ ἀριθμὸν ὡρισμένον μέσα, τὰ δὲ ἀπειραχῶς ποικιλλόμενα ἄτακτα. πῶς μὲν οὖν μοναχῶς ἢ πλεοναχῶς συσταίη ἂν προβλήματα, δῆλον ἐπὶ τῶν εἰρημένων τριγώνων. τὸ μὲν γὰρ ἰσόπλευρον μοναχῶς, τῶν δὲ λοιπῶν τὸ μὲν διχῶς συνίσταται, τὸ δὲ τριχῶς. ἀπειραχῶς δὲ τὰ τοιαῦτα προβλήματα γένοιτο ἄν· τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν εἰς τρία ἀνάλογα. εἰ μὲν γὰρ εἰς διπλάσιον λόγον τμηθείη καὶ τὸ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος παρὰ τὴν μείζονα παραβληθείη ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ἔσται εἰς τρία ἴσα τετμημένη. εἰ δὲ | τὸ μεῖζον τμῆμα τοῦ ἐλάσσονος εἴη μεῖζον ἢ διπλάσιον ἢ τριπλάσιον καὶ παραβληθείη τῷ ἀπὸ τοῦ ἐλάσσονος

3 δοθεῖσα εὐθεῖα G. 4 αὐτῶν G, ἑαυτῶν C. 8 Post γίγνεται (γίνεται) additum est τὰ δὲ διχῶς in H_1 p. 454, H_2 p. 259. 10 τεταγμένα om. M, B_3, G; 'ordinata' B; excidisse verbum est manifestum. In G adscripsit C in margine: 'additae hic fuerant dictiones quaedam, mihi (?) non apparebat quid significaret'. Z nihil videtur desideravisse. 11 ὡρισμένον] συνιστάμενον G, ὡρισμένον C. 17 τέμνειν (τέμνον) H_2 p. 260. ‖ εἰς τὰ τρία G. ‖ ἀναλόγως H_2 p. 260 (ἀνάλογα H_1 p. 454?). 19 παραβληθῇ M, G. 20 τετράγωνος G, τετραγώνῳ C. ‖ ἐστιν G. 21 'maius quam duplum, utputa triplum' B; equidem cum Z vertendum puto 'vel triplum.' 22 τῷ] τὸ G.

ἴσον παρὰ τὴν μείζονα ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, ἔσται εἰς ἄνισα τρία ἀνάλογον τετμημένη. ἐπεὶ οὖν ἀπειραχῶς ἂν εἰς δύο τμηθείη, ὧν τὸ μεῖζόν [τοῦ ἐλάσσονος μεῖζον] ἐστιν ἢ διπλάσιον ἢ τριπλάσιον — ἐπ' ἄπειρον γὰρ ὁ πολλαπλάσιος πρόεισι λόγος — ἀπειραχῶς· καὶ εἰς τρία ἀνάλογα τμηθήσεται.

Δεῖ δὲ εἰδέναι καὶ ὅτι τὸ πρόβλημα λέγεται πλεοναχῶς. καὶ γὰρ πᾶν τὸ προτεινόμενον πρόβλημα καλεῖται, εἴτε μαθήσεως ἕνεκα προτείνοιτο εἴτε καὶ ποιήσεως. ἰδίως δὲ ἐν τοῖς μαθήμασι καλεῖται πρόβλημα τὸ προτεινόμενον εἰς ποίησιν τὴν θεωρητικήν. καὶ γὰρ τὸ ποιούμενον ἐν τούτοις τέλος ἔχει τὴν θεωρίαν· καὶ πολλάκις μὲν καὶ τῶν ἀδυνάτων τινὰ προβλήματα καλοῦσιν, ἰδιώτερον δὲ τὸ δυνατὸν καὶ μήτε πλεονάζον μήτε ἐλλεῖπον ἔχει τὴν ἐπωνυμίαν ταύτην. ἔστιν δὲ πλεονάζον μὲν τὸ τοιόνδε τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι ἔχον τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ διμοίρου ὀρθῆς. τοῦτο γὰρ παρέλκει καὶ περιττῶς πρόσκειται. παντὶ γὰρ ὑπάρχει τῷ ἰσοπλεύρῳ τριγώνῳ. τῶν δὲ πλεοναζόντων ὅσα μὲν ἀσυμβάτοις πλεονάζει συμπτώμασι καὶ ἀνυπάρκτοις ἀδύνατα ταῦτα προσαγορεύουσιν, ὅσα δὲ συμβαίνειν δυναμένοις μείζονα ἢ προβλήματα ταῦτα καλοῦσιν. ἐλλειπὲς δέ ἐστι πρόβλημα, ὃ καλεῖται ἔλασσον ἢ πρόβλημα, τὸ προσθήκης ἄλλης δεόμενον, ἵνα ἐκ τῆς ἀοριστίας εἰς τάξιν καὶ ὅρον

1 τετράγωνος *G*, τετραγώνῳ *C*. 2 ἐστιν *G*. 3 τμηθεὶς *G*, τμηθείη *C*. || τοῦ ἐλάσσονος μεῖζον om. *M*, B_3, *G*. 4 'aut duplum aut triplum' *Z*, 'vel duplum vel triplum' *B*; ego verterim 'quam duplum vel triplum' ut supra. 17 ἔχοντι τῆς *G*, ἔχον τῇ *C*. 20 ἀσυμβάντοις *G*. 22 συμβαίνει *M*. || ἢ om. *G*, *B*, *Z*, add. B_3, *C*; in *M* evanuit quidem ἢ una cum littera π proximi verbi, sed spatium adest duabus litteris sufficiens. 24 ὃ καλεῖται ... πρόβλημα om. *G*.

ἐπιστημονικὸν ἀχθῇ· οἷον εἰ λέγοι τις ἰσοσκελὲς συστήσασθαι τρίγωνον. ἐλλειπὲς γὰρ τοῦτο καὶ ἀοριστῶδες καὶ δεῖ τοῦ προσθήσοντος, ὁποῖον ἰσοσκελές, τὸ ἔχον μείζονα τὴν βάσιν ἢ τὸ ἐλάσσονα ἔχον τῶν ἴσων ἑκατέρας, καὶ πότερον τὸ ἔχον τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ γωνίαν διπλῆν ἑκατέρας τῶν πρὸς τῇ βάσει, οἷον τὸ ἡμιτετράγωνον, ἢ τὸ ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει ‖ τῆς πρὸς τῇ κορυφῇ διπλῆν ἢ κατ' ἄλλον τινὰ λόγον τὰς γωνίας ταύτας ἔχον, τριπλάσιον ἢ τετραπλάσιον. δυνατὸν γὰρ ἀπειραχῶς ποικίλλειν. φανερὸν οὖν ἐκ τούτων, ὅτι τὰ κυρίως λεγόμενα προβλήματα βούλεται τὴν ἀοριστίαν διαφεύγειν καὶ μὴ εἶναι τῶν ἀπειραχῶς γινομένων. λέγεται δὲ ὅμως κἀκεῖνα προβλήματα διὰ τὴν ὁμωνυμίαν τοῦ προβλήματος. τὸ δὴ πρώτιστον πρόβλημα τῶν στοιχείων καὶ ταύτῃ πλεονεκτεῖ τῷ μήτε πλεονάζον εἶναι μήτε ἐλλειπὲς μήτε ἀόριστον καὶ πολλαχῶς ἢ ἀπειραχῶς συνιστάμενον. ἔδει γὰρ τοιοῦτον εἶναι τὸ τῶν ἄλλων στοιχεῖον ἐσόμενον.

Prop. II, probl. II. *Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.*

Τῶν προβλημάτων τὰ μὲν ἄπτωτά ἐστιν, τὰ δὲ πολύπτωτα, ὥσπερ καὶ τῶν θεωρημάτων. ὅσα μὲν οὖν τὴν αὐτὴν δύναμιν ἔχει διὰ πλειόνων πεφοιτη-

1 *ταχθῇ* C. 4 *ἔχον τῶν*] *ἐχόντων* *G*. B_3, = *M*. ‖ *ἴσας* *G*, *ἴσον* *C*. B_3 = *M*. Forsitan exciderit post *ἴσων πλευρῶν*. ʻutroque aequalium Laterum, *B*, *Z*. 6—8 *ἑκατέρας τῶν . . . διπλῆν* om. *G*, add *C* sed omissis verbis, *οἷον τὸ . . . τῇ βάσει*. 9 *τρόπον* *G*, *λόγον* *C*. 12 *διαφυγεῖν* H_1 p. 455, H_2 p. 270.

20 In *M* in margine: $\bar{\beta}$ *πρόβλημα*.

κυῖαν διαγραμμάτων καὶ τὰς θέσεις ἐξαλλάττοντα τὸν αὐτὸν φυλάττει τῆς ἀποδείξεως τρόπον, ταῦτα λέγεται πτώσεις ἔχειν. ὅσα δὲ κατὰ μίαν θέσιν καὶ κατασκευὴν μίαν προκόπτει, ταῦτα ἄπτωτά ἐστιν. ἁπλῶς γὰρ ἡ πτῶσις περὶ τὴν κατασκευὴν ὁρᾶται καὶ τῶν θεωρημάτων καὶ τῶν προβλημάτων. ἐστὶν οὖν τὸ β̄ πρόβλημα πολύπτωτον, δέδοται δὲ ἐν αὐτῷ τὸ μὲν σημεῖον τῇ θέσει — ταύτῃ γὰρ καὶ δίδοται μόνον — ἡ δὲ εὐθεῖα τῷ τε εἴδει — οὐ γὰρ ἁπλῶς ἐστι γραμμή, ἀλλὰ τοιάδε — καὶ τῇ θέσει. ζητεῖται δὲ ταύτῃ τῇ εὐθείᾳ ἴσην θέσθαι πρὸς τῷ σημείῳ, ὅπου ποτ' ἂν ᾖ τοῦτο κείμενον. πρόδηλον δὲ ὅτι πάντως ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ τὸ σημεῖόν ἐστιν, ἐν ᾧ καὶ ἡ εὐθεῖα καὶ οὐκ ἐν μετεωροτέρῳ. πᾶσι γὰρ τοῖς τῶν ἐπιπέδων προβλήμασιν καὶ θεωρήμασιν ἓν ἐπίπεδον ὑποκεῖσθαι χρὴ νομίζειν. εἰ δέ τις ἀπορoίη, πῶς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ θέσθαι ἴσην παρακελεύεται — τί γάρ, εἰ ἄπειρος δέδοται; τὸ γὰρ δοθὲν τοῦτο καὶ ἐπὶ τὴν πεπερασμένην φέρει καὶ ἐπὶ τὴν ἄπειρον· σημαίνει γὰρ τὸ ἐκκείμενον πᾶν καὶ ‖ ὑποβεβλημένον ἡμῖν εἰς τὴν ζήτησιν. δηλοῖ δὲ καὶ αὐτὸς ὅτε μὲν λέγων, ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης συστήσασθαι τρίγωνον ἰσόπλευρον, ὅτε δὲ ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον κάθετον ἀγαγεῖν — εἴ τις οὖν ταῦτα διαπορoίη, λεκτέον ὅτι τὴν ἴσην τῇ δοθείσῃ πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ θέσθαι παρακελευσάμενος πῶς οὐχὶ δῆλόν σοι πεποίηκεν αὐτόθεν, ὅτι ἡ δοθεῖσα πεπέρασται; πάντως γὰρ ἡ πρὸς τῷ σημείῳ τεθησομένη πεπέρασται

2 *λόγον G, τρόπον C*, H_1 p. 455, H_2 p. 270. 3 *πτῶσιν G, πτῶσιν (πτῶσις, πτώσεις)* H_2 p. 270. 9 *ἥ τε M.* 10 *δὲ ταύτῃ] γάρ ταῦτα G.* 24 *ἀπορoίη G, διαπορoίη C.*

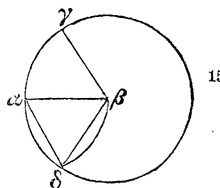
κατ' αὐτὸ τὸ σημεῖον, ὥστε πολλῷ πρότερον ἐκείνη πεπέρασται, ᾗ ἐστιν ἴση ἡ τιθεμένη. ἅμα τε οὖν εἶπεν πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ καὶ ἀμφοτέρας περατοῖ τὰς εὐθείας καὶ τὴν δοθεῖσαν καὶ ἣν ἐκείνη τίθησιν ἴσην.

Ὅτι δὲ αἱ πτώσεις τούτου τοῦ προβλήματος γίνονται παρὰ τὴν τοῦ σημείου διάφορον θέσιν, δῆλον. ἢ γὰρ ἔξω κεῖται τὸ δοθὲν σημεῖον τῆς δοθείσης εὐθείας ἢ ἐπ' αὐτῆς, καὶ εἰ ἐπ' αὐτῆς, ἢ τῶν περάτων αὐτῆς ἔσται θάτερον ἢ ἐν τῷ μεταξὺ κείσεται τῶν ἄκρων, καὶ εἰ ἔξω αὐτῆς, ἢ ἐκ πλαγίου, ὥστε τὴν ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸ πέρας τῆς εὐθείας ἐπιζευγνυμένην γωνίαν ποιεῖν ἢ ἐπ' εὐθείας | τῇ δεδομένῃ, ὥστε ἐκβαλλομένην αὐτὴν ἐπὶ τὸ σημεῖον πίπτειν. ὁ μὲν οὖν γεωμέτρης ἔλαβεν τὸ σημεῖον ἔξω κείμενον καὶ ἐκ πλαγίου, γυμνασίας δὲ ἕνεκα πάσας ληπτέον τὰς θέσεις, ὧν ἡμεῖς ἐκθησόμεθα τὴν δυσκολωτέραν. ἔστω γὰρ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ $\overline{\alpha\beta}$ *καὶ τὸ σημεῖον τὸ δοθὲν τὸ* $\overline{\gamma}$ *κείμενον ἐπ' αὐτῆς ἐν τῷ μεταξὺ τῶν περάτων, καὶ γεγονέτω τὰ αὐτὰ τῷ στοιχείῳ, τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐπὶ τῆς* $\overline{\gamma\alpha}$ *τὸ* $\overline{\delta\gamma\alpha}$, *καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ* $\overline{\delta\gamma}$ $\overline{\delta\alpha}$, *καὶ κέντρῳ τῷ* $\overline{\alpha}$, *διαστήματι δὲ τῷ* $\overline{\alpha\beta}$ *κύκλος ὁ* $\overline{\beta\varepsilon}$, *καὶ πάλιν*

2 *ἥ ἐστιν ἴση τῇ τιθεμένῃ* B_3, *G*. 'quae ei, quae ponitur, aequalis existit' *B*, 'quae positae rectae linea est aequalis' *Z*. 12 *ἐπ' εὐθεῖαν G*. 13—14 *πίπτειν .... τὸ σημεῖον* om. *G*, add. *C*. 15 Post *πλαγίου* addit *G συμπίπτειν*, quod delendum not. C. 21 *τὰ αὐτὰ τῷ στοιχείῳ* om. B_3, *G*, *Z*, 'iuxta Elementi doctrinam' *B*. 25 Post $\overline{\alpha\beta}$ *C* addit *γεγράφθω*.

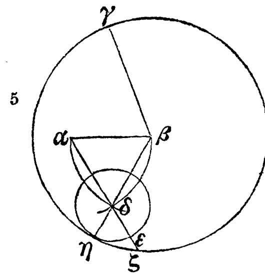
κέντρῳ τῷ $\overline{δ}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{δε}$ κύκλος ὁ εζ. ἐπεὶ οὖν κέντρον τὸ $\overline{α}$, ἴση ἡ $\overline{βα}$ τῇ $\overline{αε}$. καὶ διὰ τὰ αὐτὰ ἴση ἡ $\overline{δε}$ τῇ $\overline{δη}$, ὧν ἡ $\overline{δγ}$ τῇ $\overline{δα}$ ἴση — τρίγωνον γὰρ ἰσόπλευρον τὸ $\overline{δαγ}$ — λοιπὴ ἄρα ἡ $\overline{αε}$ τῇ $\overline{γη}$ ἴση ἐστίν. ἦν δὲ ἡ $\overline{αε}$ τῇ $\overline{αβ}$ ἴση, ὡς δέδεικται. καὶ ἡ $\overline{γη}$ ἄρα ἴση τῇ $\overline{αβ}$. πρὸς τῷ δοθέντι ἄρα σημείῳ τῷ $\overline{γ}$ ἴση ἡ $\overline{γη}$ ἐτέθη τῇ $\overline{αβ}$.

Ὡς μὲν οὖν πρὸς τὴν τοῦ σημείου θέσιν τοσαῦται γίνονται πτώσεις, ὡς δὲ πρὸς τὴν τοῦ τριγώνου τοῦ ἰσοπλεύρου σύστασιν καὶ τὰς τῶν πλευρῶν ἐκβολὰς καὶ τὰς τῶν κύκλων γραφὰς ἔτι πόλλῳ πλείους. ‖ εἰλήφθω γὰρ ὡς ἐν τῷ στοιχείῳ τὸ $\overline{α}$ σημεῖον καὶ ἡ $\overline{βγ}$ εὐθεῖα, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{βα}$. τρίγωνον οὖν ἐπ' αὐτὴν ἰσόπλευρον μὴ συνεστάτω ἄνω ἔχον τὴν κορυφὴν διὰ τὸ μὴ εἶναι τόπον, ἀλλὰ κάτω καὶ ἔστω τὸ $\overline{αδβ}$. οὐκοῦν ἤτοι ἴση ἡ $\overline{αδ}$ τῇ $\overline{βγ}$ ἢ μείζων ἢ ἐλάσσων. εἰ μὲν οὖν ἴση, γέγονεν τὸ προταχθέν, εἰ δὲ ἐλάσσων, κέντρῳ τῷ $\overline{β}$, διάστηματι δὲ

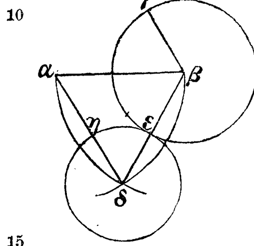


3 $\overline{δε}$ τῇ $\overline{δζ}$ *G*, $\overline{δε}$ τῇ $\overline{δη}$ *C*. 4 $\overline{γζ}$ *G*, $\overline{γη}$ *C*. 5 ἦν δὲ καὶ *C*. ‖ $\overline{γζ}$ *G*, $\overline{γη}$ *C*. 7 $\overline{γζ}$ *G*, $\overline{γη}$ *C*. 12 στοιχείῳ τούτῳ σημεῖον τὸ $\overline{α}$ *G*, στοιχείῳ τὸ σημεῖον *M*, *C*, 'sicut in elemento signum $\overline{a}$' *Z*, 'in hoc Elemento Signum a' *B*, quem fugit voce στοιχείῳ primi problematis figuram significari. Hinc factum est ut et in figuris et in contextu iusto plura mutaret. 13 καὶ ante ἐπεζεύχθω om. *G*, add. *C*. 13—17 Figura in *M* et *Z* est omissa. *B* alia ratione eam construxit. 20 usque ad p. 226 9 Hunc locum *B* bis interpretatus est, primum in contextu, iterum in margine.

τῷ $\overline{\beta\gamma}$ κύκλος γεγράφθω καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ $\overline{\alpha\delta}$ $\overline{\beta\delta}$ ἐπὶ τὰ $\overline{\eta\zeta}$, καὶ κέντρῳ τῷ $\overline{\delta}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{\delta\eta}$ κύκλος γεγράφθω ὁ $\overline{\eta\varepsilon}$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\overline{\delta\eta}$ τῇ $\overline{\delta\varepsilon}$, ἐκ κέντρου γάρ, ἀλλὰ καὶ ἡ $\overline{\alpha\delta}$ τῇ $\overline{\delta\beta}$, ἰσόπλευρον γάρ· ὅλη ἄρα ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$ ὅλῃ τῇ $\overline{\beta\eta}$ ἴση· ἀλλ' ἡ $\overline{\beta\eta}$ τῇ $\overline{\beta\gamma}$ ἴση, ἐκ κέντρου γάρ· ἡ ἄρα $\overline{\alpha\varepsilon}$ ἴση τῇ $\overline{\beta\gamma}$, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.



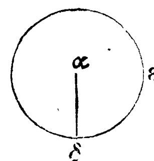
εἰ δὲ μείζων ἡ $\overline{\alpha\delta}$ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ — τοῦτο γὰρ ὑπόλοιπον — κέντρῳ τῷ $\overline{\beta}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{\beta\gamma}$ κύκλος γεγράφθω. τεμεῖ ἄρα την $\overline{\delta\beta}$ ὁ $\overline{\gamma\varepsilon}$ κύκλος. πάλιν κέντρῳ $\overline{\delta}$, διαστήματι δὲ $\overline{\delta\varepsilon}$ κύκλος γεγράφθω. τεμεῖ ἄρα τὴν $\overline{\delta\alpha}$ ὁ $\overline{\eta\varepsilon}$. ἐπεὶ οὖν τὸ $\overline{\delta}$



1 καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ $\overline{\alpha\delta}$ $\overline{\beta\delta}$ om. *G*, add. *C* excepto καί. 2 $\overline{\eta\zeta}$] 'eg' in margine 'gb' *B*. 3 ὁ $\overline{\eta\varepsilon}$ om. *M* et *B* in margine, ὁ $\overline{\delta\varepsilon}$ *G*, 'ge' *B* in contextu. 5—7 ἡ $\overline{\alpha\delta}$ .... ἴση· ἀλλὰ om. *G*, add. *C*. 6 ἰσόπλευρον γάρ] In contextu addit *B* 'adb Triangulum'. ‖ ὅλη ἄρα ... τῇ $\overline{\beta\eta}$] 'reliqua igitur ae, reliquae bg' *B* in contextu. 13 τέμνει *G*. 14 ὁ $\overline{\gamma\varepsilon}$] ὁ $\overline{\zeta\varepsilon}$ *M*, ὁ $\overline{\varepsilon\zeta}$ *G*, ἡ $\overline{\zeta\varepsilon}$ *C*, 'ec' *B*, qui punctum e sumit in altera parte circuli ec, linea db ultra b producta. 15 $\overline{\delta}$] $\overline{\alpha}$ *M, C*. ‖ $\overline{\delta\varepsilon}$] $\overline{\alpha\varepsilon}$ *M, C*. 16 τεμεῖ ... ὁ $\overline{\eta\varepsilon}$. om. *B*. ‖ τέμνει *G*. 16 τὸ $\overline{\alpha}$ *M, C*.

κέντρον τοῦ $\overline{ηε}$, ἴση ἡ $\overline{ηδ}$ τῇ $\overline{δε}$· ἦν δὲ καὶ ἡ $\overline{δα}$ τῇ $\overline{δβ}$ ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ $\overline{αη}$ ἴση τῇ $\overline{βε}$· ἀλλα ἡ $\overline{βε}$ ἴση ἐστὶν τῇ $\overline{βγ}$· ἐκ κέντρου γάρ εἰσιν ἀμφότεραι· ἡ ἄρα $\overline{αη}$ ἴση ἐστὶν τῇ $\overline{βγ}$ καὶ κεῖται πρὸς τῷ $\overline{α}$, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι. πολλῶν δὲ καὶ ἑτέρων πτώσεων οὐσῶν ἀρκεῖ καὶ ταύτας πρὸς τὸ παρὸν ἀναγράψασθαι· καὶ γὰρ ἀπὸ τούτων δυνατὸν καὶ περὶ τὰς ἄλλας γυμνάσασθαι τοῖς ζητητικωτέροις.

Ἤδη δέ τινες ἀφελόντες τὴν τοῦ στοιχείου τούτου κατασκευὴν καὶ ποικιλίαν εἰρήκασιν οὕτως· ἔστω τὸ $\overline{α}$ τὸ δοθὲν σημεῖον, ἡ δὲ $\overline{βγ}$ ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα καὶ κέντρῳ μὲν τῷ $\overline{α}$ διαστήματι δὲ τοσούτῳ, ὅση ἐστὶν ἡ $\overline{βγ}$, κύκλος γεγράφθω ὁ $\overline{εδ}$ καὶ προσεκβεβλήσθω τις εὐθεῖα ἀπὸ τοῦ $\overline{α}$ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἡ $\overline{αδ}$. αὕτη ἄρα ἴση τῇ $\overline{βγ}$· τοσαύτη γὰρ ἦν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ὅση ἡ $\overline{βγ}$, ‖ καὶ γέγονεν τὸ ἐπιταχθέν. εἴ τις οὖν ταῦτα λέγοι, τὸ ἐν ἀρχῇ αἰτεῖται. ὅταν γὰρ λέγῃ κεντρῷ τὸ $\overline{α}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{βγ}$ γράφεσθαι τὸν $\overline{εδ}$ κύκλον, ἴσην ἔλαβεν ἤδη τρόπον τινὰ τῇ $\overline{βγ}$ πρὸς τῷ $\overline{α}$ κειμένην πέρατι, καὶ φυλάττον τὸ αἴτημα τοῦ διαστήματος τοῦτο μὲν ἐποίει κέντρον, τῷ δὲ ἔγραφεν τὸν κύκλον, ἐνταῦθα δὲ ἄλλο



1 ἡ $\overline{ηδ}$ τῇ $\overline{αδε}$ *M*, *C*, ἡ $\overline{ηα}$ τῇ $\overline{ηε}$ *G*. 6 ταῦτα *G*.
8 ζητηκοτέροις *G*. 20—21 γράφεσθαι ... τῇ $\overline{βγ}$ om. *G*, add. *C*. 22 φυλάττων *G*, φυλάττον *C*, 'servans petitio' *B*, 'servans postulatum' *Z*. ‖ ἐποίη κέντρον, τὸ δὲ *C*.

μὲν τὸ κέντρον, ἀλλαχοῦ δὲ τὸ διάστημα τοῦ κύκλου. πάντη ἄρα τὸν τρόπον τοῦτον τῆς ἀποδείξεως οὐ προσθησόμεθα.

Prop. III, probl. III. Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην ἀφελεῖν.

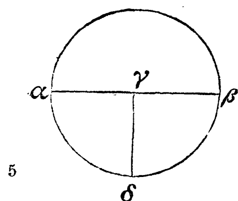
Τρίτον πρόβλημα τοῦτο δεδομένας μὲν ἔχον δύο εὐθείας κατὰ τὸ μέγεθος ἀνίσους, προστάττον δὲ ἀφελεῖν ἀπὸ τῆς μείζονος ἴσην τῇ ἐλάσσονι. ἔστι δὲ καὶ τοῦτο πολύπτωτον. αἱ γὰρ δοθεῖσαι ἄνισοι εὐθεῖαι ἢ διεστᾶσιν ἀπ' ἀλλήλων, ὡς παρὰ τῷ στοιχειωτῇ, ἢ καθ' ἓν πέρας συνάπτονται, ἢ τέμνουσιν ἀλλήλας, ἢ ἡ ἑτέρα κατὰ τὸ πέρας ἑαυτῆς τέμνει τὴν ἑτέραν, καὶ τοῦτο διχῶς, ἢ γὰρ ἡ μείζων τὴν ἐλάσσω, ἢ ἡ ἐλάσσων τὴν μείζονα. ἀλλ' εἰ μὲν καθ' ἓν συνάπτοιντο πέρας, δήλη ἡ ἀπόδειξις. τῷ γὰρ κοινῷ πέρατι κέντρῳ χρησάμενος διαστήματι δὲ τῇ ἐλάσσονι τῶν εὐθειῶν γράψεις κύκλον καὶ τὴν μείζονα τεμεῖς καὶ ἀφαιρήσεις ἴσην τῇ ἐλάσσονι. ὅσον γὰρ τῆς μείζονος ὁ κύκλος ἐντὸς ἀποτέμνεται, τοσοῦτον ἴσον ἔσται τῇ ἐλάσσονι. εἰ δὲ ἡ ἑτέρα τέμνοι τὴν ἑτέραν κατὰ τὸ ἑαυτῆς πέρας, ἤτοι ἡ μείζων τὴν ἐλάσσονα τέμνει ἢ ἀνάπαλιν, καὶ εἰ ἀλλήλας τέμνοιεν, ἢ εἰς ἴσα τέμνον-

2 τὸν τρόπον τοῦτον] Veri non dissimile est τῷ τρόπῳ τούτῳ fuisse scriptum. B_3 = *M*, *G*. 3 προσθησόμεθα] 'approbabimus' et in margine 'conciliabimus' *B*, 'admittimus' *Z*. 9 ἴση *G*, ἴσην *C*. 12—13 συνάπτονται .... τὸ πέρας om. *G*, add. *C*. 20 ἔστι *G*. 21 τέμνει *G*. 22 ἡ om. *G*. || τέμνειν *C*. τέμει *M*. 23 ἀλλήλαις τέμνειεν *G*.

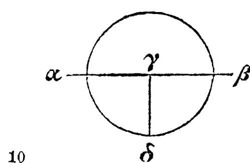
ται ὑπ' ἀλλήλων ἢ εἰς ἄνισα, ἢ ἡ μὲν εἰς ἴσα, ἡ δὲ εἰς ἄνισα, καὶ τοῦτο διχῶς. ταῦτα γὰρ πάντα ποικιλίαν ἡμῖν θαυμαστὴν παρέχεται γυμνασίας· παρακείσθω δὲ καὶ ἡμῖν ὀλίγα ‖ ἐκ πολλῶν. ἔστωσαν ἄνισοι εὐθεῖαι ἡ $\overline{αβ}$ καὶ ἡ $\overline{γδ}$, μείζων δὲ ἡ $\overline{γδ}$, καὶ τεμνέτω τὴν $\overline{αβ}$ τῷ ἑαυτῆς πέρατι τῷ $\overline{γ}$· καὶ κέντρῳ τῷ $\overline{α}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{αβ}$ κύκλος ὁ $\overline{βζ}$ καὶ τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐπὶ τῆς $\overline{αγ}$ τὸ $\overline{αεγ}$· καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ $\overline{εα}$ $\overline{εγ}$· καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ $\overline{ε}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{εζ}$ κύκλος ὁ $\overline{θηκ}$· καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ $\overline{γ}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{γη}$ κύκλος ὁ $\overline{ηλ}$· ἐπεὶ οὖν ἡ $\overline{εζ}$ ἴση τῇ $\overline{εη}$, κέντρον γὰρ τὸ $\overline{ε}$, ὧν ἡ $\overline{εα}$ ἴση τῇ $\overline{εγ}$, λοιπὴ ἡ $\overline{αζ}$ ἴση τῇ $\overline{γη}$· ἀλλὰ καὶ ἡ $\overline{αζ}$ ἴση τῇ $\overline{αβ}$, κέντρον γὰρ τὸ $\overline{α}$, καὶ | αὕτη τῇ $\overline{γλ}$, κέντρον γὰρ τὸ $\overline{γ}$· ἴση ἄρα τῇ $\overline{αβ}$ ἀφῄρηται ἡ $\overline{γλ}$.

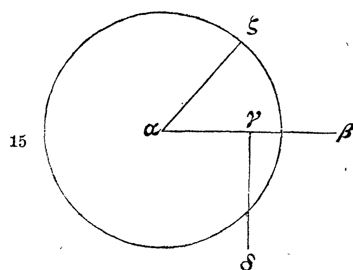
Ἀλλὰ δὴ ἔστω ἐλάσσων τῆς $\overline{αβ}$ ἡ $\overline{γδ}$, καὶ τεμνέτω τὴν $\overline{αβ}$ κατὰ τὸ $\overline{γ}$ τῷ ἑαυτῆς πέρατι. ἢ οὖν κατὰ τὸ μέσον αὐτὴν τεμεῖ ἢ οὐ κατὰ τὸ μέσον.

8 γεγράφθω κύκλος *G.* 13 ὁ $\overline{ηκ}$ *G.* 15 $\overline{ηα}$ *M*, $\overline{κλ}$ *G*, $\overline{ηλ}$ *C.* 17. 18 γλ] $\overline{γδ}$ *M* utroque loco. 18 κέντρον γὰρ ... ἡ $\overline{γλ}$ om. *G*, add. *C.* 19 τῆς $\overline{αγ}$ *G*, τῆς $\overline{αβ}$ *C.* 20 τὸ ἑαυτῆς πέραστι *M.* ‖ γοῦν *G.* 21 τέμνει αὐτὴν *G.*



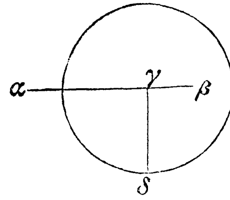
πρότερον τεμνέτω κατὰ τὸ μέσον· οὐκοῦν ἡ $\overline{γδ}$ ἢ ἡμίσειά ἐστι τῆς $\overline{αβ}$ καὶ ἴση ἡ $\overline{αγ}$ τῇ $\overline{γδ}$ — ἢ ἐλάσσων τῆς ἡμισείας· καὶ κέντρῳ τῷ $\overline{γ}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{γδ}$ γράψας κύκλον ἀφαιρήσεις ἀπὸ τῆς $\overline{αγ}$ ἴσην τῇ $\overline{γδ}$ — ἢ μείζων τῆς ἡμισείας· καὶ πρὸς τῷ $\overline{α}$ σημείῳ θέμενος ἴσην τῇ $\overline{γδ}$ τὴν $\overline{αζ}$ καὶ γράψας κύκλον κέντρῳ τῷ $\overline{α}$ διαστήματι τῷ $\overline{αζ}$ ἀφαιρήσεις ἀπὸ τῆς $\overline{αβ}$ ἴσην τῇ $\overline{αζ}$, τουτέστιν τῇ $\overline{γδ}$.

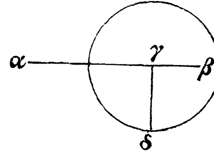




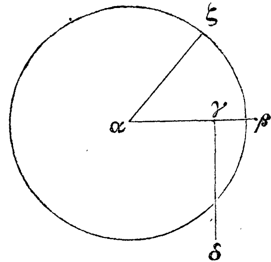
Εἰ δὲ μὴ κατὰ τὸ μέσον τέμνει τὴν $\overline{αβ}$ ἡ $\overline{γδ}$, ἔστω ἡ $\overline{γα}$ τῆς ἡμισείας αὐτῆς μείζων. εἰ τοίνυν ἡ $\overline{γδ}$ ἢ ἡμίσειά ἐστιν τῆς

1—4 Figuram om. *B*. 2 $\overline{γα}$ *M*. 5—8 Figuram om. *M*, *Z*. 6 διαγράψας *G*, γράψας *C*. 7 $\overline{αβ}$ *G*, $\overline{αγ}$ *C*. ‖ τὴν $\overline{γδ}$ *G*. 17—18 ἔσται ἡ $\overline{γδ}$ ἢ ἡμίσεια αὐτῆς, ἢ μείζων, ἢ ἴση, ἢ ἐλάσσων *G* (*Z*), ἔσται ἡ $\overline{γδ}$ τῆς ἡμισείας αὐτῆς κ. τ. λ. B_3, C. ‘erit cd aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor’ *B*. 17 ἡ $\overline{γα}$] ἡ $\overline{γδ}$ *M*.





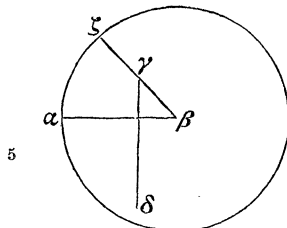
$\overline{αβ}$ ἢ ἐλάσσων, κέντρῳ χρησάμενος τῷ $\overline{γ}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{γδ}$ ἀφαιρήσεις ἀπὸ τῆς $\overline{αγ}$ ἴσην τῇ $\overline{γδ}$ — ἢ μείζων ἐστὶ τῆς ἡμισείας τῆς $\overline{αβ}$ ἡ $\overline{γδ}$, καὶ ἤτοι ἴση τῇ $\overline{αγ}$ — καὶ γέγονεν τὸ προσταχθέν — ἢ ‖ καὶ ταύτης μείζων — καὶ πάλιν πρὸς τῷ $\overline{α}$ θέμενος ἴσην τῇ $\overline{γδ}$ τὰ αὐτὰ ποιήσεις· κέντρῳ γὰρ τῷ $\overline{α}$ διαστήματι δὲ τῷ $\overline{ζα}$ γράψεις κύκλον ἀφαιροῦντα ἀπὸ τῆς $\overline{αβ}$ ἴσην τῇ $\overline{αζ}$, τουτέστιν τῇ $\overline{γδ}$.



Εἰ δὲ τέμνοιεν ἀλλήλας ὡς αἱ $\overline{γδ}$ $\overline{αβ}$, κέντρῳ τῷ $\overline{β}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{βα}$ κύκλος γεγράφθω ὁ $\overline{αζ}$ καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $\overline{βγ}$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $\overline{ζ}$. ἐπεὶ οὖν

1—9 Figuram priorem om. *M*, *Z*, cum sequente coniunxit *B*.

3 ἀπὸ τῆς $\overline{αβ}$ τῇ $\overline{γδ}$ ἴσην *G*   4—6 ἢ μείζων ἐστὶ ... τῇ $\overline{αγ}$ om. B_3, *G*, *B*, *Z*. Sed recte se habent haec verba, etsi structura est solutior. Potest enim circulus etiam describi centro γ distantia γδ, si haec maior est dimidia linea αβ, sed minor linea αγ vel huic aequalis.   5 τῆς $\overline{αγ}$ *M*.   6 τῇ $\overline{αβ}$ *M*.   9 τῇ $\overline{γδ}$ τὴν $\overline{αζ}$ B_3, *G*, 'ipsam af ipsi cd' *B*, *Z*.   11 δὲ om. *G*.   15 ἀλλήλαις *M*.   19 ἐπὶ τῷ ζ *G*, ἐπὶ τὸ ζ *C*.



δύο εὐθεῖαί εἰσιν ἄνισοι ἡ $\overline{\beta\zeta}$ καὶ ἡ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ ἡ $\overline{\gamma\delta}$ κατὰ τὸ πέρας ἑαυτῆς τέμνει τὴν $\overline{\beta\zeta}$, δυνατὸν ἴσην ποιῆσαι τῇ $\overline{\beta\zeta}$ ἀπὸ τῆς $\overline{\beta\delta}$ (?). δέδεικται γὰρ ἀμφότερα. δυνατὸν ἄρα καὶ τῇ $\overline{\alpha\beta}$ ἴσην ἀφελεῖν ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\gamma\delta}$ (?)· ἡ γὰρ $\overline{\alpha\beta}$ καὶ ἡ $\overline{\beta\zeta}$ ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Ἡμεῖς μὲν οὖν ἐκ διαιρέσεως λαβόντες τὰς πτώσεις ἐπιδεῖξαι τὴν ποικιλίαν αὐτῶν ἐπειράθημεν. θαυμαστὴ δὲ ἡ τοῦ στοιχειωτοῦ ἀπόδειξις· πάσαις γὰρ ἐκείνη ταῖς εἰρημέναις κατασκευαῖς ἐφαρμόττει, καὶ δυνατὸν ἐπὶ πάσης θέσεως πρὸς τῷ πέρατι τῆς μείζονος ἴσην τῇ ἐλάσσονι θέντι γράφειν τῷ αὐτῷ πέρατι κέντρῳ χρώμενον καὶ διαστήματι τῇ θέσει κύκλον, ὃς ἀπὸ τοῦ μείζονος ἴσην ἀφαιρήσει τῇ ἐλάσσονι,

2 αἱ $\overline{\beta\zeta}$ $\overline{\gamma\delta}$ *G*. 2 Alterum καὶ ἡ $\overline{\gamma\delta}$ om. *M*. 4—5 δυνατὸν ἴσην ποιῆσαι τῇ $\overline{\beta\zeta}$ ἀπὸ τῆς $\overline{\gamma\delta}$ B_3, *G*, 'possibile est ab ipsa cd ipsi bf aequalem facere' *B*, eadem fere *Z*. Excidisse aliquot verba manifestum ex verbo ἀμφότερα. Fortasse scriptum fuit: δυνατὸν ἴσην ποιῆσαι τῇ $\overline{\beta\zeta}$ ἐπὶ τῆς $\overline{\gamma\delta}$ ἢ ἀφελεῖν ἴσην τῇ $\overline{\gamma\delta}$ ἀπὸ τῆς $\overline{\beta\zeta}$. 6—8 δυνατὸν ἄρα καὶ τῇ $\overline{\alpha\beta}$ ἴσην ἀφελεῖν ἀπὸ τῆς $\overline{\gamma\delta}$ B_3, *G*. 'Fieri igitur potest, ut ipsi quoque ab ab ipsa cd aequalis abscindatur' B_2, eadem fere *Z*. Ego coniecerim: δυνατὸν ἄρα καὶ τῇ $\overline{\alpha\beta}$ ἴσην ἀφελεῖν ἀπὸ τῆς $\overline{\gamma\delta}$ καὶ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ ἴσην τῇ $\overline{\gamma\delta}$. 12 γὰρ om. *G*. 13 ἐφαρμόττουσα B_3, *G*, 'congruens' *B*, 'cum congrua sit' *Z*. 15—17 τῇ ἐλάσσονι . . . μείζονος ἴσην om. *G*, add. *C*.

εἴτε τέμνοιεν ἀλλήλας, εἴτε ἡ ἑτέρα τὴν ἑτέραν, εἴθ' ὁπωσοῦν ἄλλως ἔχοιεν θέσεως.

Prop. IIII, theor. I. *Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχει δὲ καὶ γωνίαν γωνίᾳ ἴσην τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων πλευρῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.*

Τοῦτο πρῶτον θεώρημα ἐν τῇ στοιχειώσει παρειλήφαμεν, τὰ δὲ πρὸ τούτου πάντα προβληματικὰ ἦν, τὸ μὲν πρῶτον ‖ περὶ τὴν τῶν τριγώνων γένεσιν πραγματευόμενον, τὸ δὲ δεύτερον καὶ τρίτον ἴσην εὐθεῖαν ἄλλην ἄλλῃ πορίσασθαι προτιθέμενα, καὶ τούτων τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ οὐκ ἴσου τὴν ἴσην ὑφίστατο, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ ἀνίσου κατὰ ἀφαίρεσιν τὸ ἴσον εὕρισκεν. τῆς οὖν ἰσότητος, ἣ τὸ πρώτιστόν ἐστιν ἐν τῷ ποσῷ σύμπτωμα, πεπορισμένης κατά τε τὸ τρίγωνον καὶ εὐθείας, τοῦτο πρῶτον ὅπερ ἐξεθέμεθα θεώρημα παραδίδωσιν ἐπ' ἐκείνοις. καὶ πῶς γὰρ ἔμελλεν μὴ προυποστήσας τὰ τρίγωνα μηδὲ πορισάμενος τὴν γένεσιν

1 *εἰ τέμνοιεν ἀλλήλαις G.* 2 *G* addit in margine: 'Hic desunt versus circiter 14'; et *C* adnotat, postquam supra omissa addidit: 'nihil aliud erat, sequebatur *ἐὰν* ut hic, sed continuo in eadem linea, et non apparebat defectus'. 3 *τὰς* om. *M.* 4 *ταῖς δυσὶ πλευραῖς* om. *M*, *G*, add. *C* excepto *ταῖς.* 9 *M* in margine: *ᾱ θεώρημα.* 12 *τούτων G.* ‖ *προβλήματα G*, 'Problemata' *B*, *Z.* $B_3 = M$. 15—17 *M* in margine: *ση. τί λέγει ἐνθάδε ὁ φιλόσοφος.* 19 *περιπορευομένης G*, *πεπορισμένης C.* 20 *τοῦτο τὸ πρῶτον G*, *C* del. *τὸ.*

αὐτῶν περὶ τῶν καθ' αὑτὸ συμβεβηκότων αὐτοῖς διδάσκειν καὶ γωνιῶν τῶν ἐν αὐτοῖς ἰσότητος καὶ πλευρῶν, πῶς δὲ ἂν ἔλαβεν πλευρὰς ἴσας πλευραῖς καὶ εὐθείας ἄλλαις εὐθείαις μὴ τοῦτο διαπραγματευσάμενος προβληματικῶς καὶ μηχανησάμενος τὴν τῶν ἴσων εὐθειῶν εὕρεσιν; λεγέτω γὰρ εἰ τύχοι πρὸ τῆς ἐκείνων ποιήσεως, ὅτι ἐὰν δύο τρίγωνα τόδε τι τὸ σύμπτωμα ἔχῃ, ἕξει καὶ τόδε πάντως. ἆρα οὖν οὐ ῥᾴδιον παντὶ πρὸς αὐτὸν ἀπαντᾶν· ἴσμεν γὰρ ὅλως, εἰ συνίστασθαι δύναται τρίγωνον; ἐπαγέτω δὲ καὶ ὅτι κἂν τὰ δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ἴσας ἔχῃ ταῖς δύο πλευραῖς —. οὐκ ἄν τις καὶ πρὸς τοῦτο διηπόρησεν, μήποτε οὐδὲ δυνατὸν εὐθείας ἀλλήλαις ἴσας εἶναι; καὶ μάλιστα ἐπὶ τῶν γεωμετρίας εἰδῶν, ἐν οἷς οὐ πάντως ἀνισότητος οὔσης καὶ ἰσότης ἐστίν. μαθησόμεθα γοῦν ὅτι ἡ κερατοειδὴς ἀεὶ ἄνισος τῇ ὀξείᾳ καὶ οὐδέποτε ἴση, καὶ ἡ τοῦ ἡμικυκλίου ὡσαύτως. καὶ ἡ μετάβασις ἀπὸ τοῦ μείζονος ἐπὶ τὸ ἔλασσον οὐ πάντως διὰ τοῦ ἴσου γίνεται.

Ταῦτα τοίνυν ὁ στοιχειωτὴς προαναιρῶν καὶ τῶν τριγώνων τὴν σύστασιν παραδέδωκεν — κοινὴ γάρ ἐστι τῶν τριῶν εἰδῶν — καὶ τὰς τῶν ἴσων εὐθειῶν γενέσεις καὶ ταύτας διττάς, τὴν μὲν γὰρ μὴ οὖσαν

4 *ἀλλήλαις C*, in *M ἀλλήλαις* mutatum est in *ἄλλαις* prima fortasse manu. ‖ *διαπραγματευόμενος G.* 5 *προβληματικῶς καὶ μηχανησάμενος* om. *G*, add. *C.* 9 *οὐκ ἴσμεν* B_3, *G* (*Z*), 'ipsi occurrere, quod neque omnino scimus' et in margine 'ipsi occurrere? neque enim omnino scimus' *B*; in *M* postera manus in margine addidit: *ὅτι οὐδὲ.* 10 *εἰ συνίσταται τρίγωνον G*, 'si Triangulum constitui potest' et in margine 'an Triangulum constitutum sit' *B*, 'num quod triangulum constitui possit' *Z.* 12 *ταῖς* om. *G*, add. *C.* ‖ *διηπόρισεν G*, *διηπόρησεν C*, 21 *κοινὸν G*, *κοινὴ C.*

ὅλως ὑφίστησι, τὴν δὲ ἀπὸ τῆς ἀνίσου κατὰ ἀφαίρεσιν πορίζεται. καὶ τούτοις εἰκότως ἐπιφέρει τὸ θεώρημα, δι' οὗ δείκνυται, πῶς τὰ τρίγωνα τὰ ἔχοντα δύο πλευρὰς δύο πλευραῖς ἴσας, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων περιεχομένην ἀναφαίνεται καὶ τὴν βάσιν ἴσην ἔχοντα τῇ βάσει καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῷ ἐμβαδῷ καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας ταῖς λοιπαῖς ἴσας. τρία γάρ ἐστι τὰ δεικνύμενα, δύο δὲ τὰ διδόμενα περὶ τὰ τρίγωνα. δέδοται μὲν οὖν δύο πλευρῶν ἰσότης καὶ δύο πλευραί — καὶ δῆλον ὅτι τῷ λόγῳ δέδοται — καὶ γωνίας αὖ τῆς ὑπὸ τῶν ἴσων περιεχομένης πρὸς γωνίαν ἰσότης. ζητεῖται δὲ τρία, ἢ τῆς βάσεως πρὸς τὴν βάσιν ἰσότης | ἢ τοῦ τριγώνου πρὸς τὸ τρίγωνον ἢ τῶν λοιπῶν γωνιῶν πρὸς τὰς λοιπάς. ἐπειδὴ δὲ δυνατὸν ἦν τὰς μὲν δύο πλευρὰς ἴσας ἔχειν ταῖς δύο || πλευραῖς, οὐ μέντοι τὸ θεώρημα ἀληθεύειν τῷ μὴ εἶναι ἑκατέραν ἑκατέρᾳ ἴσην, ἀλλὰ ἅμα ἀμφοτέρας, διὰ τοῦτο προσέθηκεν ἐν τοῖς δεδομένοις τὸ ἴσας εἶναι τὰς πλευρὰς οὐχ ἁπλῶς, ἀλλ' ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. εἰ γὰρ ἔτυχεν τῶν τριγώνων θάτερον ἔχον τὴν μὲν τῶν πλευρῶν τριῶν μονάδων, τὴν δὲ τεττάρων, τὸ δὲ ὑπόλοιπον τὴν μὲν πέντε, τὴν δὲ δυεῖν, ὀρθῆς οὔσης τῆς ὑπὸ τούτων περιεχομένης γωνίας, ἦσαν μὲν ἂν αἱ δύο ἅμα πλευραὶ ταῖς δύο ἴσαι — ἑπτὰ γὰρ καὶ αὗται καὶ ἐκεῖναι — οὐκ ἐδείκνυτο δὲ ἴσον τῷ τριγώνῳ τὸ τρίγωνον· ὅπου μὲν γὰρ τὸ ἐμβαδόν ἐστιν ἕξ, ὅπου δὲ πέντε, καὶ τὸ

11 *αὐτῆς G*, et *M* prima manu; *αὐ* del. not. C. 13—14 *ἢ — ἢ — ἢ*] *ἡ — ἡ — καὶ ἡ G*, *ἡ — ἡ — ἡ M* postera manu. 15 *πρὸς τὰς λοιπὰς γωνίας G.* 20 Figuras duorum triangulorum addit *B*, *Z*. 21 *ἔχειν G*, *ἔχον C*.

τοῦδε αἴτιον, ὅτι οὐχὶ καὶ ἑκατέρα ἴση ἐστὶν ἑκατέρᾳ. πολλοὶ γοῦν ἐν διανομαῖς τισι χωρίων τοῦτο μὴ παραφυλάξαντες τὸ μεῖζον λαβόντες χωρίον δικαίων ἀπηνέγκαντο δόξαν ὡς τὸ ἴσον ἑλόμενοι δια τὸ συναμφοτέρας τὰς περιεχούσας ἴσας εἶναι συναμφοτέραις. δεῖ τοίνυν καὶ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ λαμβάνειν ἴσην καί, ὅπου ἂν ὁ στοιχειωτὴς τοῦτο προστιθῇ, ἐπισημαίνεσθαι ὡς οὐ μάτην προστίθησιν· ἐπεὶ καὶ περὶ τῆς τῶν γωνιῶν ἰσότητος τῶν δεδομένων ἴσων διαλεγόμενος προσέθηκεν τὸ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων περιεχομένην, ἵνα μὴ ἀδιορίστως ῥηθέντος τῶν πρὸς τὴν βάσιν τινὰς λάβωμεν γωνιῶν. καὶ μὴν καὶ τὴν βάσιν ἐπὶ τῶν τριγώνων, μηδεμιᾶς μέν πω προωνομασμένης, τὴν πρὸς τῇ ὄψει κειμένην πλευράν, τῶν δὲ δυεῖν ἤδη προειλημμένων, ἐξ ἀνάγκης τὴν λοιπὴν εἶναι βάσιν ὑποθετέον. διὸ καὶ ἐνταῦθα ὁ στοιχειωτὴς τὰς δύο προλαβὼν ἴσας ταῖς δύο πλευραῖς τὰς ὑπολοίπους βάσεις τῶν τριγώνων ἐκάλεσεν. τρίγωνον δὲ αὖ ἴσον τριγώνῳ λέγεται τηνικαῦτα, ἡνίκα ἂν τὸ ἐμβαδὸν αὐτῶν ἴσον ᾖ. δυνατὸν γὰρ τῶν περιμέτρων ἴσων ὑπαρχουσῶν διὰ τὴν ἀνισότητα τῶν γωνιῶν καὶ τὰ ἐμβαδὰ ἄνισα εἶναι. καλῶ δὲ ἐμβαδὸν αὐτὸ τὸ χωρίον τὸ ὑπὸ τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἀπολαμβανόμενον, ὥσπερ δὴ περίμετρον τὴν συγκειμένην || γραμμὴν ἐκ τριῶν τριγωνικῶν πλευρῶν. ἄλλο οὖν ἑκάτερον καὶ δεῖ μετὰ τῆς τῶν περιμέτρων ἰσότητος κατὰ μίαν πλευρὰν καὶ τὰς

1 τοῦδε] τούτου *G*. τὸ ante τοῦδε del. not. C. || ἴση ἐστὶν om. *G*. || ἑκατέρᾳ del. not. C. 3 τῶν τὸ μεῖζον λαβόντων *G*, corr. *C*. 10 περιεχομένων *G*, περιεχομένην *C*. 13 πεπροσονομασμένης *G*, πω προσονομασμένης *C*, πω πρὸς ὠνομασμένης *M*. 18 τριγώνῳ ἴσον *G*. 21 ἰσότητα *C*. 23 δὴ καὶ *G*, δὴ *C*. 24 γωνικῶν *G*.

γωνίας ἴσας εἶναι, εἰ μέλλοι καὶ τὸ ἐμβαδὸν εἶναι τῷ ἐμβαδῷ ἴσον. συμβαίνει δὲ ἐπί τινων καὶ τῶν ἐμβαδῶν ἴσων ὄντων ἀνίσους εἶναι τὰς περιμέτρους καὶ τῶν περιμέτρων ἴσων οὐσῶν ἄνισα τὰ ἐμβαδά. δυεῖν γοῦν ὄντων τριγώνων ἰσοσκελῶν, ὧν ἑκάτερον ἔχει τὰς ἴσας πλευρὰς ἀπὸ πέντε μονάδων, τῶν δὲ βάσεων τὸ μὲν ὀκτώ, τὸ δέ ἕξ· τούτων ὁ μὲν ἄπειρος γεωμετρίας εἴποι ἂν μεῖζον εἶναι τὸ ἔχον ὀκτὼ τὴν βάσιν. πᾶσα γὰρ ἔσται ἡ περίμετρος ὀκτωκαίδεκα. ὁ δ' αὖ γεωμετρικὸς εἴποι ἂν ὅτι ἑκατέρου τὸ ἐμβαδόν ἐστι δώδεκα. καὶ ταῦτα ἀποδείξει κάθετον ἀγαγὼν ἐν ἑκατέρῳ τῶν τριγώνων ἀπὸ τῆς κορυφῆς καὶ ποιήσας ταύτην ἐπὶ θατέρῳ μέρει τῶν τῆς βάσεως τμημάτων. ἔστιν δὲ ὥσπερ ἔφην καὶ τῶν περιμέτρων ἰσαζομένων ἄνισα εἶναι τὰ χωρία. καὶ ἤδη τινὲς κοινωνοὺς ἑαυτῶν ἐν διανομαῖς χωρίων παρεκρούσαντο διὰ τῆς κατὰ τὴν περίμετρον ἰσότητος μεῖζον λαβόντες χωρίον.

Βάσις δὲ αὖ ἴση λέγεται εἶναι βάσει καὶ ὅλως εὐθεῖα ἴση ἐστὶν ἄλλῃ εὐθείᾳ, ἐπειδὰν αὐτῶν τὰ πέρατα συναπτόμενα ὅλην ὅλῃ ποιήσει ἐφαρμόσαι. πᾶσα μὲν γὰρ εὐθεῖα ἐπὶ πᾶσαν ἐφαρμόττει. τῶν δὲ ἴσων καὶ κατὰ τὰ πέρατα γίνεται ἡ ἐφαρμογή. γωνία δὲ ἴση γωνίᾳ λέγεται ἡ εὐθύγραμμος τῇ εὐθυγράμμῳ, ὅταν μιᾶς τῶν περιεχουσῶν τὴν ἑτέραν πλευρῶν τιθεμένης

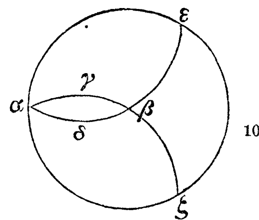
3 καὶ post εἶναι add. *G*. 5 Figuras triangulorum addit *B*, *Z* et in *M* postera manus in margine. 7 τὸν μὲν — τὸ δὲ] τὴν μὲν — τὴν δὲ *G*. 10 αὖ om. *G*, add. *C*. 17 τὴν om. *G*. 22 ἐπὶ πάσης *G*, ἐπὶ πᾶσαν *C*. 23 κατὰ πέρατα *M*. 24 ὅτε *G*, ὅταν *C*. 25 πλευρῶν] πλευρὰν *M*, *G*, πλευρᾶς B_3, *C*, 'ex lateribus' *Z*, 'Laterum' *B*. ‖ περιτιθεμένης *G*, τιθεμένης *C*.

ἐπὶ μίαν τῶν τῆς ἑτέρας καὶ ἡ λοιπὴ τῇ λοιπῇ ἐφαρμόζῃ. ὅταν δὲ ἡ λοιπὴ ἔξω πίπτῃ τῆς λοιπῆς, μείζων ἐστὶν ἡ γωνία, ἧς ἡ πλευρὰ ἔξω πέπτωκεν, ὅταν δὲ ἐντός, ἐλάσσων. ὅπου μὲν γὰρ περιλαμβάνει τὴν ἑτέραν, ὅπου δὲ περιλαμβάνεται ὑπ' αὐτῆς. τὴν δὲ ἰσότητα τῶν γωνιῶν ληψόμεθα κατὰ τὴν ἐφάρμοσιν τῶν πλευρῶν ἐπὶ τῶν εὐθυγράμμων καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν ὁμοειδῶν, οἷον τῶν μηνοειδῶν, τῶν || ξυστροειδῶν, τῶν ἀμφικύρτων, ἐπεὶ δυνατὸν καὶ ἴσας εἶναι καὶ μὴ ἐφαρμόττειν ἀλλήλαις τὰς πλευράς. ἴση γάρ ἐστιν ἡ ὀρθὴ μηνοειδεῖ τινὶ γωνίᾳ, καὶ ἀδύνατον ἐφαρμόσαι ταῖς εὐθείαις τὰς περιφερείας. ἔτι τοίνυν ἐκεῖνο προληπτέον, ὅτι ὑποτείνειν λέγονται γωνίας αἱ πλευραὶ αἱ κατ' ἀντικρὺ κείμεναι. πᾶσα γὰρ τριγωνικὴ γωνία περιέχεται μὲν ὑπὸ δύο τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν, ὑποτείνεται δὲ ὑπὸ τῆς λοιπῆς. διὸ καὶ ὁ γεωμέτρης τῷ καὶ τὰς γωνίας ἴσας εἶναι προσέθηκεν τὸ ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἵνα μὴ νομίσωμεν ἀδιάφορον εἶναι οἵαν ποτὲ γωνίαν λαβεῖν καὶ ταύτην ἴσην εἰπεῖν τῇ τυχούσῃ τῶν λοιπῶν δύο τοῦ τριγώνου γωνιῶν. ἀλλὰ ἴσας λέγωμεν, ἃς ὑποτείνουσιν αἱ ἴσαι πλευραί. καὶ μὴν τῶν ἴσων πλευρῶν ἡ μὲν ὑποτείνει τὴν ἑτέραν, ἡ δὲ μία τῶν περιεχουσῶν τὴν λοιπήν.

Πρὸς μὲν οὖν τὴν σαφήνειαν τοῦ θεωρήματος τοσαῦτα προειλήφθω, πρὸς δὲ τὴν ἀπόδειξιν ἐκεῖνο

1 *τῇ λοιπῇ* om. *M.* 3 *ὅτε G, ὅταν C.* 9 *καὶ μὴ ἴσας M, καὶ ἴσας G.* 15 *τῶν τοῦ τριγώνου*] *τριγώνων M.* 19 *οἷαν δήποτε G.* 20 *τῇ χούσῃ M.* 26 *προειλήφθω*] *θεωρήσθω G, προειλήφθω* B_3, *C.* 'Haec .. ad ... inspectionem .. sint satis' *Z*, 'considerentur' et in margine 'praeassumantur' *B.* || *ἀπόδειξιν*] *ὑπόνοιαν G, ἀπόδειξιν* B_3, *C,* 'demonstra-

προλάβωμεν, ὅτι δύο | εὐθεῖαι χωρίον οὐ περιέχουσι. τοῦτο γὰρ ὡς ὁμολογούμενον ὁ γεωμέτρης ἔλαβεν. εἰ γὰρ τὰ πέρατα, φησίν, ἐφαρμόσει τῶν βάσεων ἀλλήλοις, ἐφαρμόσουσι καὶ αἱ βάσεις, εἰ δὲ μή, δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέξουσι. πόθεν οὖν, ὅτι τοῦτο ἀδύνατον; ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι περιέχουσαι χωρίον αἱ $\overline{αγβ}$ $\overline{αδβ}$ καὶ ἐκβεβλήσθωσαν ἐπ' ἄπειρον. καὶ κέντρῳ τῷ $\overline{β}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{αβ}$ γεγράφθω κύκλος ὁ $\overline{αεζ}$. ἐπεὶ οὖν διάμετρος ἡ $\overline{αγβζ}$, ἡμίσεια τῆς περιφερείας ἐστὶν ἡ $\overline{αεζ}$. πάλιν



ἐπεὶ διάμετρος ἡ $\overline{αδβε}$, ἡμίσεια τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας ἐστὶν ἡ $\overline{αε}$. [περιφέρειαι] ἄρα ἴσαι εἰσὶν αἱ $\overline{αε}$ $\overline{αεζ}$, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα δύο εὐθεῖαι χωρίον περιέχουσιν, ὃ καὶ ὁ στοιχειωτὴς εἰδὼς ἐν τῷ πρώτῳ τῶν αἰτημάτων ἔλεγεν, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν, ὡς ἂν μιᾶς ἀεὶ δυναμένης εὐθείας ἐπιζευγνύναι τὰ δύο σημεῖα καὶ οὐ δυεῖν. περιφέρειαι μὲν γὰρ πλείους ἐπιζευγνύουσιν καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐπὶ τὰ ἐναντία. οὕτω γὰρ καὶ τὰ πέρατα τῆς διαμέτρου ἐπιζεύγνυται διὰ δύο

tionem' *Z*, 'adversarii obiectionem', in margine 'Demonstrationem' *B*. 4 ἐφαρμόζουσι *G*. 10 κύκλος ὁ $\overline{αεζ}$ γεγράφθω *G*. 12 $\overline{αβζ}$ *G*, et *M* prima manu. 14 ἡ $\overline{αβε}$ *G*. ‖ περιφέρειαι add. *Kn. II*. 15 ἡ $\overline{αε}$ $\overline{αβζ}$ *M* prima manu, ἡ $\overline{αβε}$, $\overline{αβζ}$ *G*, αἱ $\overline{αε}$ $\overline{αεζ}$ *Kn. II*. 19 ἐπιζευγνῦσθαι *G*, ἐπιζευγνύουσι *C*. ‖ τὰ δύο σημεῖα ... ἐπιζευγνύουσι om. *G*. 22 ζεύγνυται *G*.

μὲν περιφερειῶν, μιᾶς δὲ εὐθείας. δυνατὸν δὲ καὶ ἐκτὸς τῶν ἡμικυκλίων καὶ ἐντὸς ἀπείρους γράψαι περιφερείας || ἐπιζευγνυούσας τὰ δοθέντα σημεῖα. τὸ δὲ αἴτιον, ὅτι ἡ εὐθεῖα ἐλαχίστη ἐστὶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν. ἓν δὲ πανταχοῦ τὸ ἐλάχιστον καὶ ἀεὶ μέτρον γίνεται τῶν ἄλλων. ὥσπερ οὖν ἡ ὀρθὴ μία οὖσα μέτρον γίνεται τῆς ἀπειρίας τῶν ἄλλων γωνιῶν — διὰ γὰρ ταύτης κἀκείνας εὑρίσκομεν — οὕτω καὶ ἡ εὐθεῖα συντελεῖ πρὸς τὴν καταμέτρησιν τῶν μὴ εὐθειῶν.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τούτων· ὅτι δὲ ἡ σύμπασα τούτου τοῦ θεωρήματος ἀπόδειξις ἀπὸ κοινῶν ἐννοιῶν ἤρτηται καὶ ὡς αὐτοφυής ἐστι καὶ ἀπ' αὐτῆς ὡρμημένη τῆς τῶν ὑποθέσεων ἐναργείας παντὶ καταφανές. διότι μὲν γὰρ ἴσαι εἰσὶν αἱ δύο πλευραὶ ταῖς δυσίν, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ἐφαρμόζουσιν ἀλλήλαις, διότι δὲ αἱ ὑπὸ τῶν ἴσων περιεχόμεναι γωνίαι ἴσαι, καὶ αὗται ἐφαρμόττουσι. τῆς δὲ γωνίας ἐπὶ τὴν γωνίαν ἁρμοζούσης καὶ τῶν πλευρῶν ἐπὶ τὰς πλευρὰς ἐφαρμόσει καὶ τὰ πέρατα κάτω τῶν πλευρῶν, εἰ δὲ ταῦτα, καὶ ἡ βάσις ἐφαρμόσει τῇ βάσει, εἰ δὲ αἱ τρεῖς ταῖς τρισί, καὶ ὅλον τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ καὶ πάντα πᾶσιν. ἡ ἄρα ἰσότης ἐν ὁμοειδέσιν ὀφθεῖσα τῆς ὅλης ἀποδείξεως αἰτία ἀνεφάνη. δύο γάρ ἐστιν ἐνταῦθα ἀξιώματα συνεκτικὰ τῆς συμπάσης μεθόδου τοῦ προκειμένου θεωρήματος, ἓν μὲν ὅτι τὰ ἐφαρμόζοντα ἴσα ἀλλήλοις — τοῦτο ἁπλῶς ἀληθὲς καὶ οὐδὲ ἑνὸς προσδιορισμοῦ

6 τῆς ἀπειρίας τῶν ἄλλων *G*, τῆς ἀπειρίας del. not. C. || ἡ om. *G*. 9 μὴ om. *G*, add. *C*. 14 ἐνεργείας *G*. 18 ἐφαρμόζουσι *G*. 22 πάντα πᾶσιν ἴσα *G*. 27 προδιορισμοῦ *G*.

δεόμενον, ᾧ χρῆται ὁ στοιχειωτὴς ἐπί τε τῆς βάσεως καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ καὶ τῶν λοιπῶν γωνιῶν· ταῦτα γάρ φησιν, διότι ἐφαρμόζει, ἴσα ἐστίν — ἕτερον δὲ ὅτι τὰ ἴσα ἐφαρμόζει ἀλλήλοις — τοῦτο δὲ οὐκ ἐπὶ πάντων ἀληθές, ἀλλ' ἐπὶ τῶν ὁμοειδῶν. ὁμοειδῆ δὲ λέγω οἷον εὐθεῖαν εὐθείᾳ καὶ περιφέρειαν περιφερείᾳ τοῦ αὐτοῦ κύκλου καὶ γωνίας γωνίαις ὑπὸ ὁμοίων ὁμοίως κειμένων περιεχομέναις. τούτων δὲ ὅτι τὰ δεδομένα ἴσα, ἐφαρμόζει ἀλλήλοις· ὥστε εἶναι συνελόντι φάναι τὴν πᾶσαν ἀπόδειξιν τοιαύτην· δέδοται ἴσα τάδε τοῖσδε, πλευραὶ δύο δυσὶ καὶ γωνίαι αἱ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμεναι, καὶ ἐφαρμόττει ἀλλήλοις ταῦτα. εἰ δὲ ταῦτα ἐφαρμόττει ἀλλήλοις, καὶ ἡ βάσις τῇ βάσει καὶ πάντα πᾶσιν· εἰ δὲ ἐφαρμόττει ταῦτα, καὶ ἴσα ἐστίν· εἰ ἄρα δέδοται ἴσα τάδε τοῖσδε, συναποδείκνυται καὶ ὅτι πάντα πᾶσιν ἴσα. καὶ οὗτος πρῶτος ἀναφαίνεται τρόπος τῆς γνώσεως τῶν ἴσων πάντη τριγώνων.

Ἀλλὰ περὶ μὲν τῆς ὅλης ἀποδείξεως τοσαῦτα· Κάρπος δὲ ὁ μηχανικὸς ἐν τῇ ‖ ἀστρολογικῇ πραγματείᾳ τὸν περὶ τῶν προβλημάτων καὶ θεωρημάτων λόγον ἀνακινήσας — εἰ μὲν κατὰ καιρὸν ἢ μή, παρείσθω πρὸς τὸ παρόν — ἐμβαλὼν δὲ ὅμως εἰς τὴν

3—4 *ἴσα ἐστίν ... ἐφαρμόζει* om. *G*. 5 *δέ ταῦτα λέγω G*, 'haec dico' *B*, 'haec ... esse dico' *Z*. $B_3 = M$. 6 ***εὐθεῖα** G*, 'recta Linea' *B*, 'rectam lineam' *Z*. ‖ *καὶ* ante ***περιφέρειαν*** om. *G*. $B_3 = M$. ‖ *περιφέρεια G*, 'Circumferentia' *B*, 'circumferentiam' *Z*. 7—8 *γωνίας γωνίαις .... περιεχομέναις* ego scripsi; *γωνίαι ... περιεχόμεναι M*, B_3, *G*, 'Anguli, qui comprehensi sunt' *B*, 'anguli ... comprehensi' *Z*. 8 ***τούτων δὲ** M*, B_3, *G*, 'Horum autem dico' *B*, 'Horum autem' *Z*. 11 ***πλευραῖς** C*. 12—13 ***εἰ δὲ** ... ἀλλήλοις* om. *G*, add. *C*. 14 ***πᾶσα πᾶσιν** G*, corr. *C*. 18 *ἄλλης G*, *ὅλης* B_3, *C*, 'tota' et in margine 'Simplici' *B*, 'tota' *Z*. 21 *ἢ μή*, ***παρείσθω***] '(inquit) ... non praetereatur' *B*, 'accedat' *Z*. $B_3 = M, G$.

τούτων διάκρισιν τῇ τάξει πρότερον τὸ προβληματικὸν γένος εἶναί φησι τῶν θεωρημάτων. τὰ γὰρ ὑποκείμενα, περὶ [ἃ] τὰ συμπτώματα ζητεῖται, διὰ τῶν προβλημάτων ἀνευρίσκεσθαι. καὶ τοῦ μὲν προβλήματος τὴν πρότασιν ἁπλῆν εἶναι καὶ πάσης ἐντέχνου συνέσεως ἀπροσδεᾶ — τόδε γάρ τι φανερῶς ποιῆσαι παρακελεύεται· συστήσασθαι τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον, ἢ δύο δοθεισῶν εὐθειῶν τῇ ἐλάσσονι ἀπὸ τῆς μείζονος ἴσην ἀφελεῖν. τί γὰρ τούτων ἀσαφὲς καὶ περιειργασμένον; — τοῦ δὲ θεωρήματος ἐργώδη καὶ πολλῆς δεομένην ἀκριβείας καὶ ἐπιστημονικῆς κρίσεως, ἵνα μήτε πλεονάζουσα φαίνηται μήτ' ἐλλείπουσα τῆς ἀληθείας, οἷον δὴ καὶ τοῦτο πρώτιστον ὂν τῶν θεωρημάτων. καὶ ἐπὶ μὲν τῶν προβλημάτων μία τις ἔστιν ὁδὸς ἡ διὰ τῆς ἀναλύσεως εὑρημένη κοινή, καθ' ἣν προιόντες δυνάμεθα κατορθοῦν. οὕτω γὰρ τὰ ἀσαφέστερα θηρᾶται τῶν προβλημάτων. ἐπὶ δὲ τῶν θεωρημάτων δύσληπτος ἡ μεταχείρησις, ὡς μέχρις ἡμῶν, φησί, μηδένα δύνασθαι κοινὴν παραδοῦναι μέθοδον τῆς τούτων εὑρέσεως, ὥστε καὶ διὰ τὴν ῥᾳστώνην ἁπλούστερον ἂν εἴη τὸ προβληματικὸν γένος. τούτων δὲ διωρισμένων „Διὰ ταῦτα ἄρα, φησί, καὶ ἐν τῇ στοιχειώσει τὰ προβλήματα προηγεῖται τῶν θεωρημάτων, καὶ ἀπὸ τούτων ἡ στοιχείωσις ἄρχεται, καὶ τὸ πρῶτον θεώρημα τέταρτόν ἐστι κατὰ τὴν τάξιν, οὐ

3 περὶ τὰ συμπτώματα *M*, πρὸ τῶν συμπτωμάτων B_3, *G*, περὶ τῶν συμπτωμάτων *C*, 'subiecta in quibus accidentia resident' *Z*, 'Subiecta enim prius quam Symptomata ... inveniri quaeruntur' *B*. Ego ἃ post περὶ addiderim. 4 εὑρίσκεσθαι *C*. 5 συναίσεως *C*. 7 ἰσόπλευρον] ἴσον *M*, *G*; corr. *Kn. II.* 9 περιεργασμένον *G*, περιηργασμένον *C*. 16 σαφέστερα *M*, B_3, *G*, 'faciliora' *B*. *Z* καὶ ἐπὶ μὲν ... θηρᾶται τῶν προβλημάτων om.

διότι τὸ πέμπτον ἐξ αὐτῶν δείκνυται, ἀλλ' ὅτι, καὶ εἰ μηδὲν τῶν πρὸ αὐτοῦ δεῖται πρὸς τὴν ἀπόδειξιν, ἔδει πρωτεύειν ἐκεῖνα, διότι προβλήματα ἦν, τοῦτο δὲ θεώρημα. παντελῶς γὰρ ἐπὶ τούτου ταῖς κοιναῖς ἐννοίαις | χρῆται καὶ τρόπον τινὰ τὸ αὐτὸ τρίγωνον ἐν διαφόροις λαμβάνει τόποις κείμενον. καὶ γὰρ ἡ ἐφαρμογὴ καὶ ἡ ἀπὸ ταύτης ἰσότης δεικνυμένη παντάπασιν ἔχεται τῆς αἰσθητῆς καὶ ἐναργοῦς ὑπολήψεως. ἀλλ' ὅμως καὶ τοιαύτης οὔσης τῆς τοῦ πρώτου θεωρήματος ἀποδείξεως εἰκότως προηγήσατο τὰ προβλήματα. διότι καθόλου τὴν προηγουμένην ἐκεῖνα τάξιν ἔλαχεν."

Καὶ ἴσως τῇ μὲν τάξει τὰ προβλήματα πρὸ τῶν θεωρημάτων ἐστὶ καὶ μάλιστα τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὰ αἰσθητὰ στρεφομένων τεχνῶν ἀνιοῦσιν ‖ ἐπὶ θεωρίαν. τῇ δὲ ἀξίᾳ τὰ θεωρήματα προυπάρχει τῶν προβλημάτων. καὶ ἔοικεν ἡ ὅλη γεωμετρία, καθ' ὃ μὲν συνάπτει ταῖς πολλαῖς τεχναῖς, ἐνεργεῖν προβληματικῶς, καθ' ὃ δὲ τῇ πρώτῃ ἐπιστήμῃ γειτνιᾷ, θεωρηματικῶς ἀνάγεσθαι ἀπὸ τῶν προβλημάτων ἐπὶ τὰ θεωρήματα, ἀπὸ δευτέρων ἐπὶ πρῶτα καὶ [ἐκ] τεχνικωτέρων εἰς ἐπιστημονικώτερα. μάταιον οὖν τὸν Γεμῖνον αἰτιᾶσθαι ὡς τὸ θεώρημα τελειότερον εἶναι τοῦ προβλήματος λέγοντα. καὶ γὰρ αὐτὸς ὁ Κάρπος τοῖς προβλήμασι τὸ προηγεῖσθαι κατὰ τὴν τάξιν ἀποδέδωκεν, ὁ δὲ Γεμῖνος κατὰ τὴν τελειοτέραν ἀξίαν. καὶ μὴν καὶ περὶ τοῦ τετάρτου θεωρήματος εἴπομεν, ὅπως τρόπον τινὰ δεῖται τῶν πρὸ αὐτοῦ προβλημάτων, ἐν οἷς καὶ τῶν τριγώνων τὰς γενέσεις καὶ τῆς ἰσότητος τὴν εὕρεσιν ἐμάθομεν.

4 *ἐπὶ τούτοις G.* 5 *ἐν διαφόροις* del. not. C. 18 *θεωρητικῶς G.* 20 *ἐκ* om. *M, G.* ‖ *εἰς* om. *G*, add. *C.* 24 *τὸ* om. *G.*

Προκείσθω δὲ νῦν καὶ ὅτι ὡς μὲν ἐν θεωρήμασιν ἁπλούστατόν ἐστι καὶ ἀρχοειδέστατον. ἀπ' αὐτῶν γὰρ ὡς εἰπεῖν μόνων αὐτοφυῶς δείκνυται τῶν πρώτων ἐννοιῶν. σύμπτωμα δέ τι περὶ τὰ τρίγωνα φαινόμενον τὰ ἔχοντα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας καὶ τὰς ὑπ' αὐτῶν περιεχομένας γωνίας ἀποδεικνύον εἰκότως μετὰ τὰ προβλήματα τέτακται, δι' ὧν τὰ ὑποκείμενα τῷ συμπτώματι τούτῳ καὶ ὅλως τὰ δεδομένα κατεσκευάζετο.

Prop. V, theor. II. *Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι εἰσίν· καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι εἰσί.*

Τῶν θεωρημάτων τὰ μέν ἐστιν ἁπλᾶ, τὰ δὲ σύνθετα. λέγω δὲ ἁπλᾶ μέν, ὅσα κατὰ τὰς ὑποθέσεις καὶ κατὰ τὰ συμπεράσματα ἀδιαίρετά ἐστιν, ἓν ἔχοντα τὸ δεδομένον καὶ τὸ ζητούμενον ἕν· οἷον εἰ οὕτως ἔλεγεν ὁ στοιχειωτής· πᾶν τρίγωνον ἰσοσκελὲς ἴσας ἔχει τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας — σύνθετα δὲ τὰ ἐκ πλειόνων ἢ τὰς ὑποθέσεις ἔχοντα συγκειμένας ἢ τὰ συμπεράσματα τῆς ὑποθέσεως οὔσης ἁπλῆς ἢ καὶ ἀμφότερα. καὶ τούτων τὰ μέν ἐστι συμπεπλεγμένα, τὰ δὲ ἀσύμπλεκτα. ἐστὶ δὲ ἀσύμπλεκτα μέν, ὅσα σύνθετα ὄντα μὴ δύναται διαιρεῖσθαι εἰς ἁπλᾶ θεωρήματα, ὥσπερ τὸ τέταρτον. ἐν ἐκείνῳ γὰρ καὶ τὸ δεδομένον σύγκειται καὶ τὸ ἑπόμενον, ἀλλ' οὐ δύναται

6 *ἀποδείκνυται G, ἀποδεικνύον C.* 9 *κατασκευάζεται G.* 16 *διαιρετὰ M.* 24 *θεωρεῖσθαι G, διαιρεῖσθαι* in *G* in margine alia manu quam *C.*

διαιρεθῆναι τὸ δεδομένον εἰς ἁπλᾶ καὶ ποιήσασθαι θεωρήματα. οὐ γάρ, ἐὰν ἴσας ἔχῃ μόνας τὰς πλευρὰς τὰ τρίγωνα ἢ μόνην τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ γωνίαν, συμβαίνει τὰ λοιπά. συμπεπλεγμένα δέ, ὅσα διαιρεῖται εἰς ἁπλᾶ, οἷον ἐκεῖνο τὸ θεώρημα· τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ταῖς βάσεσι. δυνατὸν ‖ γὰρ καὶ διελόντα εἰπεῖν· τὰ τρίγωνα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον ταῖς βάσεσι, καὶ ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων ὁμοίως. πάντων δὲ τῶν συνθέτων τὰ μὲν κατὰ τὸ συμπέρασμα συντίθεται ἀπὸ τῆς αὐτῆς ὑποθέσεως ὁρμηθέντα, τὰ δὲ κατὰ τὰς ὑποθέσεις ἔχει τὴν σύνθεσιν καὶ τὸ αὐτὸ πάσαις ἐπάγει συμπέρασμα, τὰ δὲ κατὰ τὸ συμπέρασμα καὶ τὰς ὑποθέσεις σύνθετά ἐστι. κατὰ μὲν οὖν τὸ συμπέρασμα ἐνταῦθα (?) σύνθεσίς ἐστιν. ἐπὶ τούτου γὰρ τοῦ θεωρήματος τρία ἐστὶ τὰ συναγόμενα· ὅτι αἱ βάσεις ἴσαι, ὅτι τὰ τρίγωνα ἴσα, ὅτι αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἴσαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν — κατὰ δὲ τὰς ὑποθέσεις ἐπὶ τοῦ κοινοῦ τῶν τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων θεωρήματος, τῶν ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντων — κατ' ἀμφότερα δὲ ὡς ἐπ' ἐκείνου· αἱ διάμετροι τῶν κύκλων καὶ τῶν ἐλλείψεων τά τε χωρία διχὰ διαιροῦσι καὶ τὰς περιεχούσας τὰ χωρία γραμμάς. τῶν δὲ συμπεπλεγμένων τὰ μέν ἐστι καθολικά, τὰ δὲ ἐκ τῶν ἐπὶ μέρους συνάγει τὸ καθόλου. ἐὰν γὰρ εἴπωμεν, ὅτι ἡ διάμετρος τὸν κύκλον καὶ τὴν ἔλλειψιν καὶ τὰ παραλληλό-

1 *θεωρηθεῖναι G*, *διαιρεθῆναι C*. 2 *μόνας* om. *G*, add. *C*.

5 Eucl. VI, 1. 15 Pro *ἐνταῦθα* conicias: *ἐν τῷ* $\overline{\delta}$ i. e. *ἐν τῷ τετάρτῳ*. 'hic' *B*, 'hoc vero in loco' *Z*. $B_3 = M$, *G*. 21 *θεωρημάτων C*. ‖ *καὶ κατ' G*, *καὶ* del. not. C. 25 *μέρος G*. 26 *εἴπομεν M*.

γραμμα διαιρεῖ, ἕκαστον μὲν τῶν συμπεπλεγμένων οἱ καθόλου λαμβάνομεν, τὸ δὲ ἐκ πάντων καθόλου ποιοῦμεν, ἐὰν δὲ εἴπωμεν· ἐν κύκλῳ πᾶσαι αἱ διὰ τοῦ κέντρου διχοτομοῦσιν ἀλλήλας καὶ τὰς τῶν τμημάτων πάντων γωνίας ἴσας ποιοῦσι, καθόλου λέγομεν. ἐπὶ γοῦν τῆς ἐλλείψεως οὔτε πᾶσαι αἱ τῶν τμημάτων γωνίαι ἴσαι εἰσίν, ἀλλὰ μόνων τῶν ὑπὸ τοῦ ἄξονος γινομένων. ὅλως δὲ τὰς συνθέσεις ταύτας ἐμηχανήσαντο οἱ γεωμέτραι διά τε τὴν συντομίαν καὶ διὰ τὰς ἀναλύσεις. πολλὰ γὰρ ἀσύνθετα μὲν ὄντα οὐκ ἀναλύεται, συντεθέντα δὲ μόνως εὐοδίαν παρέχει πρὸς τὴν ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ἀνάλυσιν.

Τούτων δὴ προτεθεωρημένων τὸ πέμπτον θεώρημα σύνθετον πάντως ῥητέον καὶ κατ' ἀμφότερα σύν|θετον, κατά τε τὸ δεδομένον καὶ κατὰ τὸ ζητούμενον, ἃ καὶ ὁ στοιχειωτὴς ἐνδεικνύμενος ἓν ὂν αὐτὸ ἐμέρισεν καὶ χωρὶς ἑκάτερα παρέθετο τὰ διδόμενα καὶ τὰ ζητούμενα, τῶν ἰσοσκελῶν εἰπὼν αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι, καὶ πάλιν ἑξῆς· καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσαι. οὐ γὰρ δύο δεῖ νομίζειν εἶναι θεωρήματα, ἀλλ' ἕν, σύνθετον δὲ ὂν καὶ κατὰ τὸ δεδομένον καὶ κατὰ τὸ ζητούμενον. καὶ τῶν συγκειμένων ἑκάτερον τέλειον καὶ ἀληθές, διὸ καὶ ἡ ἀνάλυσις ἀληθὴς ἀφ' ἑκατέρου. εἴτε γὰρ αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι, ἰσοσκελὲς τὸ τρίγωνον, εἴτε αἱ ὑπὸ τὴν

1 *διαιρῇ M.* ‖ *μὲν* om. *G.* 'unumquōdque ... Complexorum' et in margine 'Unamquamque ... Complexi partem' *B*, 'unumquodque ex complexis' *Z.* 7 *μόνον G*, 'sed soli eorum' et in margine 'Sed eorum tantum' *B*, 'sed earum tantum' *Z.* $B_3 = M$. 11 *σύνθετα G.* ‖ *εὐοδίας G.* 13 *προτεθεωρηθέντων G*, corr. *C.* 16 *ὃ G*, *ἃ* B_3, *C*, 'quod' et in margine 'quae' *B*, 'quod' *Z.* 17 *τὰ δεδομένα καὶ ζητούμενα G.* 19 *ἴσαι* post *βάσει* om. *G*, add. *C.* 24 *ἐφ' ἑκατέρου G.*

βάσιν, ἴσαι εὐθεῖαι προσεκβέβληνται καὶ τὸ ‖ τρίγωνον ἰσοσκελές. ἀλλ' ὁ στοιχειωτὴς πρὸς μὲν τὸ τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας ἴσας εἶναι ποιήσεται τὴν ἀντιστροφήν, πρὸς δὲ τὸ τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσας οὐκέτι. καίτοι καὶ τοῦτο ἀληθές.

Τούτου μὲν οὖν τὴν αἰτίαν ὕστερον λέξομεν, νῦν δὲ ἐκεῖνο πρῶτον ζητήσωμεν, δι' ἣν αἰτίαν ὅλως τοῦτο προσαπέδειξεν τὸ τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσας εἶναι. οὐδαμῶς γὰρ τούτῳ χρήσεται πρὸς ἄλλων ἢ κατασκευὴν ἢ ἀπόδειξιν προβλημάτων ἢ θεωρημάτων. ἄχρηστον οὖν ἐσόμενον τί ἔδει παρεμβάλλειν τῷ θεωρήματι τούτῳ; ῥητέον δὴ πρὸς ταύτην τὴν ζήτησιν, ὅτι καὶ εἰ μηδαμοῦ χρῆσθαι μέλλοι τῷ καὶ τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν τῶν ἰσοσκελῶν γωνίας ἴσας εἶναι, ἀλλὰ πρός γε τὰς τῶν ἐνστάσεων ἀνατροπὰς καὶ τὰς διαλύσεις τῶν ἀντιπιπτόντων τοῖς θεωρήμασιν ἔσται τοῦτο χρήσιμον. ἐπιστημονικὸν δὲ καὶ τεχνικὸν προοικονομεῖσθαι τὰς λύσεις τῶν μαχομένων τοῖς ῥηθήσεσθαι μέλλουσι καὶ τῶν ἀπαντήσεων προκαταβάλλεσθαι τὰς ἀφορμάς, ἵνα μὴ μόνον αἱ τῶν ἀληθῶν ἀποδείξεις διὰ τῶν προαποδεδειγμένων, ἀλλὰ καὶ οἱ τοῦ ψεύδους ἔλεγχοι δι' ἐκείνων γίνονται. καὶ λάβοις ἂν καὶ ἐκ τούτου πρὸς ῥητορικὴν ὄφελος τῆς ἐν γεωμετρίᾳ τάξεως. ὁ γὰρ καὶ ἐν ἐκείνοις τοῖς λόγοις τοῦτο δυνάμενος ποιῆσαι καὶ προιδεῖν τὰ μαχόμενα τοῖς ἐφεξῆς κεφαλαίοις καὶ πρὸ τῆς ἐκείνων μεταχειρήσεως ὡς δὴ

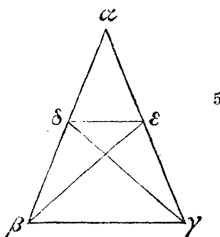
1 προβέββηνται *G*, προσεκβέβληνται *C*. 2 πρὸς τῇ βάσει om. *M*. 4 πρὸς δὲ τὰς omisso τὸ *G*. 7 ὅλως om. *G*, add. *C*. 16 ἔστι *C*. 22—23 'ex hoc quoque in Geometria ordine' et in margine 'ex hoc quoque eius qui in Geometria est ordinis' *B*, 'ex hoc ordine geometrico' *Z*. $B_3 = M, G$. 26 ὃ δὴ *G*, B_3, *M*, sed in *M* postera manus adscripsit ὡς, '(quod sane praeter propositum est)' *B*, 'quod aliis otiosum videtur' *Z*.

πάρεργον ἄλλοις προηγουμένοις συγκατασκευάσαι τὰς λύσεις αὐτῶν, οὗτος ἀσφαλεστάτην ἂν μάλιστα μέθοδον προΐσταιτο τῶν ἀγώνων. τοῦτο τοίνυν καὶ ὁ στοιχειωτὴς ἔργῳ διδάσκων ἡμᾶς πρὸ τῶν θεωρημάτων, οἷς τὰ ἀντιπίπτοντα διαλύσομεν τῷ νῦν δεικνυμένῳ χρώμενοι, συναποδείκνυσιν τὸ καὶ τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν τῶν ἰσοσκελῶν γωνίας ἴσας εἶναι καὶ προευτρεπίζει τὸν τοῦ ψεύδους ἐπ' ἐκείνων ἔλεγχον. ἔσται δὲ προιοῦσιν. δῆλον ὅτι καὶ ἐπὶ τοῦ ἑβδόμου θεωρήματος καὶ ἐπὶ τοῦ ἐνάτου τὰς φερομένας ἐνστάσεις ἀπὸ τούτου διαλύσομεν. ἐκ δὴ τούτου φανερὸν καὶ δι' ἣν αἰτίαν οὐκ ἀντέστρεψεν καὶ ἀπὸ τούτου τὸ ἕκτον, ὡς οὐδὲ τούτου προηγουμένην ἔχοντος χρείαν, ἀλλὰ κατὰ συμβεβηκὸς ἡμῖν πρὸς τὴν ὅλην ἐπιστήμην συντελοῦντος.

Εἰ δέ τις ἡμᾶς ἀπαιτοίη καὶ μὴ προσεκβάλλοντας τὰς ἴσας εὐθείας ἀποδεικνύναι τῶν ἰσοσκελῶν ἴσας τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας — οὐ γὰρ χρῆναι διὰ τῶν ὑπὸ τὴν βάσιν ἀποδεικνύναι καὶ ταύτας ἴσας — τρόπον τινὰ μεταθέντες τὴν κατασκευὴν καὶ τὰς ἔξω ποιήσαντες ἐντὸς τοῦ ἰσοσκελοῦς δείξομεν τὸ προκείμενον. ἔστω γὰρ ἰσοσκελὲς τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ *καὶ εἰλήφθω σημεῖον τυχὸν ἐπὶ τῆς* $\overline{\alpha\beta}$ *τὸ* $\overline{\delta}$, *καὶ ἀπὸ τῆς* $\overline{\alpha\gamma}$ *ἴση τῇ* $\overline{\alpha\delta}$ *ἡ* $\overline{\alpha\varepsilon}$ *καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ* $\overline{\beta\varepsilon}$ $\overline{\delta\gamma}$ $\overline{\delta\varepsilon}$. *ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ*

1 *κατασκευάσαι G*, *συγκατασκευάσαι C.* 5 *τῶν νῦν δεικνυμένων G*, corr. *C.* 9 *προιοῦσα G*, *προιοῦσαν M*, postera autem manus ϊ super α scripsit. 11 *τούτων G*, *τούτου C.* 12 *ἀντέστρεφεν G.* 14 *συντελοῦν G*, *συντελοῦντος C.* 16 *προσυμβάλλοντας G*, *προσεκβάλλοντας C.* 17 *εὐθείας ἴσας G.* 19 *τῇ βάσει G*, *τὴν βάσιν C.* 23 *τῇ* $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\varepsilon}$ *G*, *τῇ* $\overline{\alpha\delta}$ *ἡ* $\overline{\alpha\varepsilon}$ *C.* 24 $\overline{\delta\varepsilon}$ om. *M*, *G.* 'de' *B*, *Z.*

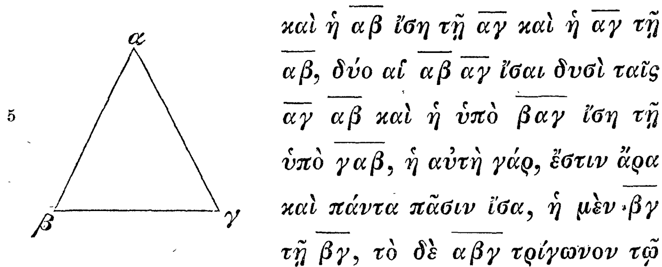
αβ τῇ αγ καὶ ἡ αδ τῇ ‖ αε καὶ γωνία ἡ α κοινή, ἔσται καὶ ἡ βε ἴση τῇ δγ καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς, ὥστε ἡ ὑπὸ αβε τῇ ὑπὸ αγδ ἴση ἐστίν. πάλιν ἐπεὶ ἡ δβ ἴση τῇ εγ καὶ ἡ βε τῇ δγ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δβε τῇ ὑπὸ εγδ ἴση, καὶ ἡ δε βάσις κοινή, καὶ πάντα ἴσα πᾶσιν, ὥστε ἡ μὲν ὑπὸ εδβ ἴση τῇ ὑπὸ δεγ, ἡ δὲ ὑπὸ δεβ ἴση τῇ ὑπὸ εδγ. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ εδβ ἴση τῇ ὑπὸ δεγ, ὧν ἀφῄρηνται ἴσαι αἱ ὑπὸ δεβ εδγ, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ βδγ γεβ ἴσαι εἰσίν. εἰσὶν δὲ καὶ αἱ βδ δγ πλευραὶ ἴσαι ταῖς γε εβ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ καὶ ἡ βγ κοινὴ βάσις, καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν, ὥστε καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν, ἴσαι εἰσίν. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ δβγ τῇ ὑπὸ εγβ· ὑποτείνει γὰρ τὴν μὲν ὑπὸ δβγ ἡ δγ, τὴν δὲ ὑπὸ εγβ ἡ εβ. τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι καὶ μὴ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν.



Ἔτι δὲ συντομώτερον ἀποδείκνυσιν ὁ **Πάππος** μηδεμιᾶς προσθήκης δεηθεὶς οὕτως· ἔστω τὸ αβγ

9—10 ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ δεβ ἴση τῇ ὑπὸ εδγ *G*, corr. *C*. 18 παρεκβληθεισῶν *G*, προσεκβληθείσων *C*. 21 δεόμενος *G*, δεηθείς B_3, *C*, 'quippe qui . . . indiguit' et in margine 'indigens' *B*, 'nulla adiectione assumpta' *Z*.

ἰσοσκελὲς καὶ ἴση ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$. νοήσωμεν οὖν τοῦτο τὸ ἓν ὡς δύο τρίγωνα, καὶ λέγωμεν οὕτως· ἐπεί ἐστι καὶ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ ἴση τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ καὶ ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ τῇ $\overline{\alpha\beta}$, δύο αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ ἴσαι δυσὶ ταῖς $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\beta}$ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\beta}$, ἡ αὐτὴ γάρ, ἔστιν ἄρα καὶ πάντα πᾶσιν ἴσα, ἡ μὲν $\overline{\beta\gamma}$ τῇ $\overline{\beta\gamma}$, τὸ δὲ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ τρίγωνον τῷ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ἡ δὲ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ γωνίᾳ· ὑπὸ γὰρ ταύτας αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$· τῶν ἄρα ἰσοσκελῶν αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι. καὶ ἔοικεν τὸν τρόπον τοῦτον τῆς ἀποδείξεως εὑρεῖν κατανοήσας ὅτι καὶ ὁ στοιχειωτὴς ἐπὶ τοῦ τετάρτου θεωρήματος ἑνώσας ‖ τὰ δύο τρίγωνα καὶ ἐφαρμόσας ἀλλήλοις καὶ ἐκ δυοῖν ἓν ἀποτελέσας οὕτως αὐτῶν τὴν ἰσότητα τὴν κατὰ πάντα τεθέαται. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ἡμᾶς δυνατὸν ἐν τῷ ἑνὶ τούτῳ παρὰ τὴν λῆψιν τὰ δύο τρίγωνα θεωροῦντας ἀποδεικνύναι τὴν ἰσότητα τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν.



Τῷ μὲν οὖν Θαλῇ τῷ παλαιῷ πολλῶν τε ἄλλων εὑρέ|σεως ἕνεκα καὶ τοῦδε τοῦ θεωρήματος χάρις. λέγεται γὰρ δὴ πρῶτος ἐκεῖνος ἐπιστῆσαι καὶ εἰπεῖν, ὡς ἄρα παντὸς ἰσοσκελοῦς αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι

2 ἐπεί ἐστιν ἡ $\overline{\alpha\beta}$ *G*. 4 δύο δὴ αἱ $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\beta}$ *G*. 8 τῷ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ τριγώνῳ *C*. 9 $\overline{\alpha\beta\gamma}$ . . . $\overline{\alpha\beta\gamma}$ . . . $\overline{\alpha\beta\gamma}$ . . . $\overline{\alpha\beta\gamma}$ *G*. 10—11 ὑπὸ γὰρ . . . $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ om. *G*. 16 αὐτῶν μὲν ἰσότητα *G*. 19 τὴν βάσιν *C*.

ἴσαι εἰσίν, ἀρχαϊκώτερον δὲ τὰς ἴσας ὁμοίας προσειρηκέναι. μειζόνως δὲ ἄν τις ἀγασθείη τῶν νεωτέρων τοὺς ἀποδείξαντας ἔτι καθολικώτερον — ὧν ἐστι καὶ Γεμῖνος — τὰς ἀφ' ἑνὸς σημείου προσπιπτούσας εὐθείας ἴσας ἐπὶ μίαν ὁμοιομερῆ γραμμὴν ἴσας γωνίας ποιούσας, ὥστ' εἴτε εὐθεῖαν ἔχοι βάσιν εἴτε περιφέρειαν εἴτε ἕλικα κυλινδρικήν, ἴσας αὐτῶν εἶναι τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας. τούτῳ γὰρ ὁ Γεμῖνος τῷ θεωρήματι χρώμενος δείκνυσιν, ὅτι μόναι τρεῖς εἰσι γραμμαὶ καὶ οὐ πλείους αἱ ὁμοιομερεῖς εὐθεῖα καὶ περιφερὴς καὶ ἡ περὶ κύλινδρον ἕλιξ. καὶ τοῦτό ἐστι τὸ κυρίως καθόλου ᾧ πρώτῳ τὸ σύμπτωμα ὑπάρχει, καθάπερ δὴ καὶ τὸ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζους ἔχειν τριγώνῳ παντὶ δειχθήσεται καθ' αὑτὸ ὑπάρχον. οὐκ ἔστιν ἄρα καθόλου τοῦ ἰσοσκελοῦς, εἰ καὶ παντὶ αὐτῷ ὑπάρχει τὸ τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας ἴσας ἔχειν, ἀλλα τῶν πρὸς ὁμοιομερῆ γραμμὴν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν. ἐκείναις γὰρ πρώτως ὑπάρχει τὸ ἴσας ὑποτείνειν γωνίας.

Prop. VI, theor. III. *Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ὦσιν καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἴσαι εἰσί.*

Τοῦτο τὸ θεώρημα δύο ταῦτα ἐπεδείξατο πρώτιστον τῶν θεωρημάτων τήν τε ἀντιστροφὴν καὶ τὴν

1 δὲ post ἀρχαϊκώτερον om. *G*, add. *C*. 3 ὧς ἐστι *G*. 5 ἐπὶ μιᾶς ὁμοιομεροῦς γραμμῆς *G*, corr. *C*. 6 ποιῆσαι *G*, ποιούσας *C*. ‖ ἔχει *G*. 10 ἡ εὐθεῖα καὶ ἡ *G*, utrumque ἡ del. not. C. 18 ὑπάρχειν *M*. 20—22 *M* in margine: $\bar{\gamma}$ θεώρημα ϛ̄ πρόβλημα. 23 πρώτιστα B_3, *G*, 'in primis' *B*, 'quae ... praecipua sunt' *Z*.

εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγήν. ἀντιστρέφει μὲν γὰρ τῷ πρὸ αὐτοῦ θεωρήματι, δείκνυται δὲ διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς. δεῖ δὲ περὶ ἀμφοτέρων εἰπεῖν, ὅσα πρὸς τὴν παροῦσάν ἐστι πραγματείαν οἰκεῖα.

Λέγεται τοίνυν ἡ ἀντιστροφὴ παρὰ τοῖς γεωμέτραις ἡ μὲν προηγουμένως καὶ κυρίως, ὅταν τὰ συμπεράσματα καὶ τὰς ὑποθέσεις ἀλλήλων ἀντιμεταλαμβάνῃ τὰ θεωρήματα, καὶ τὸ μὲν τοῦ προτέρου συμπέρασμα ὑπόθεσις ἐν τῷ δευτέρῳ γίνηται, ἡ δὲ ὑπόθεσις ‖ ὡς συμπέρασμα ἐπάγηται· οἷον τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι — ὑπόθεσις μὲν τὸ ἰσοσκελὲς ἐνταῦθα τρίγωνον, συμπέρασμα δὲ ἡ τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν ἰσότης — καὶ ὧν αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι, ταῦτα ἰσοσκελῆ, ὃ δὴ καὶ τὸ ἕκτον λέγει θεώρημα, ὑπόθεσιν μὲν ποιησάμενον τὸ ἴσας εἶναι τὰς πρὸς τῇ βάσει γωνίας, συμπέρασμα δὲ τὴν ἰσότητα τῶν πλευρῶν τῶν ὑποτεινουσῶν τὰς ἴσας ἐκείνας γωνίας. ἡ δέ ἐστιν ἀντιστροφὴ κατὰ μόνην τὴν ποιὰν τῶν συγκειμένων ἐναλλαγήν. ἐὰν γὰρ ᾖ θεώρημα σύνθετον ἀπὸ πλειόνων ὑποθέσεων ἀρχόμενον καὶ λῆγον εἴς τι συμπέρασμα, λαβόντες τὸ συμπέρασμα καὶ μίαν τῶν ὑποθέσεων συμπέρασμα ποιοῦνται μίαν τῶν ὑποθέσεων ἢ καὶ πλείους. καὶ κατὰ

8 προβλήματα *G*, θεωρήματα *C*. 9 γίγνεται *G*. 10 ἐπάγεται *M*, *G*. 11 πρὸς τὴν βάσιν H_2 p. 271. 13 πρὸς τὴν βάσιν *M*, *G*. ‖ καὶ ὧν .... ἴσαι om. *G*. 14 ταῦτα ἰσοσκελῆ] τὰ ἰσοσκελῆ ἐστιν *G*. 17 Alterum τῶν om. *G*. 18 ἐστιν om. *G*. 19 ποῖαν *M*, ποίαν *G*, ποικιλίαν *Kn. II*, 'quandam' *B*, om. *Z*. 19—22 *M* in margine: β̄ εἶδος ἀντιστροφῆς κατὰ μόνην τὴν ποῖαν τῶν συγκειμένων ἐναλλαγήν. 21 εἴς τὸ *G*. ‖ λαβόν τε *M*, *C*, 'assumentes' *Z*, 'accipientes' *B*. B_3 = *G*. 22—23 συμπέρασμα ... ὑποθέσεων om. *G* (*Z*), add. *C*. 22 ποιοῦνται] 'inferimus' et in margine 'faciunt' *B*. 23 ἢ καὶ πλείους *B* in contextu cum priore μίαν τῶν ὑπο-

τοῦτον τὸν τρόπον τῷ τετάρτῳ θεωρήματι τὸ ὄγδοον ἀντιστρέψει. τὸ μὲν γάρ φησιν ὑπὸ ἴσας πλευρὰς καὶ γωνίας βάσεις ἴσαι ὑποτείνουσι, τὰ δὲ ἐπ' ἴσων βάσεων ἴσαι πλευραὶ κείμεναι γωνίας ἴσας περιέχουσιν, ὧν τὸ μὲν ἐπὶ ἴσων βάσεων συμπέρασμα ἦν τοῦ προτέρου, τὸ δὲ ἴσαι πλευραὶ κείμεναι μία τῶν ἐν ἐκείνῳ προειλημμένων ὑποθέσεων. δύο δὴ τούτων οὐσῶν ἀντιστροφῶν ἡ μὲν προηγουμένη μονοειδής ἐστι καὶ ὡρισμένη, ἡ δὲ ἑτέρα ποικίλη καὶ εἰς ἀριθμὸν πρόεισι πολὺν θεωρημάτων καὶ οὐκ ἐν ἑνὶ ἀντιστρέφουσα ἀλλ' ἐν πολλοῖς διὰ τὸ πλῆθος τῶν ἐν τοῖς συνθέτοις θεωρήμασιν ὑποθέσεων. πολλάκις δὲ καὶ τῷ ἀπὸ δυεῖν [ἢ πλειόνων] ὑποθέσεων ἀρχομένῳ ἓν ἀντιστρέφομεν, ὅταν αἱ ὑποθέσεις μὴ πᾶσαι ὦσιν ὡρισμέναι ἀλλ' ἔνιαι ἀοριστώδεις.

Δεῖ δὲ ἐφιστάνειν καὶ ἐν τούτοις, ὅτι πολλαὶ ἀντιστροφαὶ γίγνονται ψευδεῖς καὶ οὐκ εἰσὶ κυρίως ἀντιστροφαί· οἷον πᾶς ἑξάγωνος ἀριθμὸς τρίγωνός ἐστιν, ἀλλ' οὐκ ἔτι ἀληθὲς, ὅτι πᾶς τρίγωνος ἑξάγωνός ἐστιν. αἴτιον δὲ ὅτι τὸ μέν ἐστι κοινότερον, τὸ δὲ μερικώτε-

θέσεων coniungit, in margine cum altero. $B_3 = M$, G. 1 τῷ τετάρτῳ] τῷ δ' *M* in margine. 2 ἀντιστρέφει *G*, ἀντιστρέψει *C*. 3 ὑποτείνουσαι *C*. ‖ ὑπὸ τῶν ἴσων *G*, ἐπὶ τῶν ἴσων *C*. 6 μιὰν *G*, μία *C*. 7 οὐσῶν] ἴσων *M*, sed postera manus οὐ super ἴ scripsit. 9 ἡ δὲ] καὶ δὲ *G*, ἡ δὲ *C*. 10 πολὺ *C*. 10—11 'non in uno sed in multis' et in margine 'non unum uni sed unum multis' *B*, 'neque unum cum uno convertit; sed in multis' *Z*. $B_3 = M$, G. 11 διὰ] 'propter' et in margine 'iuxta' *B*, 'ob' *Z*. 12—13 πολλάκις .... ὑποθέσεων om. *G*. 12 καὶ τὸ *M*. 13 ἢ πλειόνων ego addidi, ut sit de quo πᾶσαι possit dici. Nec tamen locus videtur esse sanus, cum ἓν minime congruat cum voce ἔνιαι. ‖ ἀρχομένων B_3, *G*. ‖ ἐναντιστρεφόμενον B_3, *G*, ἓν ἀντιστρεφόμενον *M*, sed postera manus puncta posuit super ον. 19 ἀλλ οὐκ .... ἐστιν om. *G*, add. *C*. ‖ ἔτι ἐπαληθὲς *M*.

ρον καὶ κατὰ παντὸς λέγεται μόνον θατέρου θάτερον. ἐφ' ὧν δὲ τὸ πρώτως ὑπάρχον καὶ τὸ ᾗ αὐτὸ λαμβάνεται, ἐπ' ἐκείνων καὶ ἀντιστροφὴ παρακολουθεῖ. καὶ ταῦτα οὐδὲ τοὺς περὶ τὸν Μέναιχμον καὶ Ἀμφίνομον λέληθεν μαθηματικούς.

Αὐτῶν δὲ τῶν ἀντιστρεφόντων θεωρημάτων τὰ μὲν εἰώθασι καλεῖν προηγούμενα, τὰ δὲ ἀντίστροφα. ὅταν μὲν γὰρ ὑποθέμενοί τι γένος ἀποδεικνύωσι τὸ περὶ αὐτὸ σύμπτωμα, προηγούμενον τοῦτο λέγουσιν, ὅταν δὲ ἀνάπαλιν ὑπόθεσιν μὲν ποιῶνται τὸ σύμπτωμα, ‖ συμπέρασμα δὲ τὸ γένος, ᾧ τοῦτο συμβέβηκεν, ἀντίστροφον τὸ τοιόνδε προσαγορεύουσι. πᾶν ἰσοσκελὲς τρίγωνον ἴσας ἔχει τὰς πρὸς τῇ βάσει, τοῦτο προηγούμενον — ὑπόκειται γὰρ τὸ τῇ φύσει προηγούμενον, λέγω δὴ τὸ γένος αὐτὸ τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον — πᾶν τρίγωνον δύο γωνίας ἴσας ἔχον καὶ τὰς ὑποτεινούσας πλευρὰς ἴσας ἔχει καί ἐστιν ἰσοσκελές, τοῦτο ἀντιστρέφον. ἐναλλάττει γὰρ τὸ ὑποκείμενον καὶ τὸ τούτου πάθος, καὶ τὸ μὲν ὑποτίθησι, τὸ δὲ ἀπὸ τούτου δείκνυσι.

Τοσαῦτα περὶ τῶν γεωμετρικῶν ἀντιστροφῶν εἴχομεν λέγειν. αἱ δὲ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαὶ πάντως μὲν εἰς ἀδύνατον τελευτῶσιν ἐναργές, καὶ οὗ τὸ ἀντικείμενον ὡμολόγηται, συμβαίνει δὲ τὰς μὲν αὐτῶν ἐπὶ τὰ μαχόμενα ταῖς κοιναῖς ἐννοίαις ἤτοι αἰτήμασιν | ἢ ταῖς ὑποθέσεσι τελευτᾶν, τὰς δὲ ἐπὶ τὰ τοῖς προαποδεδειγμένοις ἀντιφάσκοντα. τὸ μὲν γὰρ ἕκτον

1 *μόνον λέγεται G.* 3 *ἡ ἀντιστροφή G.* 12 *οἷον πᾶν G*, *οἷον* del. not. C. 16 *ἔχον ἴσας G.* 22—24 *M* in margine: *ση. τὴν εἰς ἀδύνατον δεῖξιν τὴν παρὰ τοῖς γεωμέτραις.*

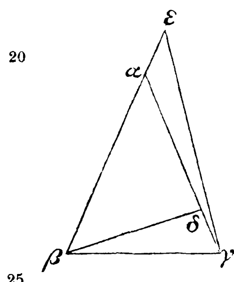
τοῦτο θεώρημα τὸ συμβαῖνον ἀδύνατον ἐπιδείκνυσι διὰ τὸ κοινὴν ἔννοιαν ἀνατρέπειν τὴν τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον λέγουσαν, τὸ δὲ ὄγδοον καταντᾷ μὲν εἰς ἀδύνατον, ἀλλ' οὐ κοινῆς ἐννοίας ἀνατρεπτικόν, ἀλλὰ τοῦ δεδειγμένου διὰ τοῦ ἑβδόμου θεωρήματος. ὃ γαρ ἀπέφησεν τὸ ἕβδομον, τοῦτο ἐκεῖνο δείκνυσι καταφασκόμενον τοῖς μη συγχωροῦσι τὸ ζητούμενον.

Πᾶσά γε μὴν εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγὴ λαβοῦσα τῷ ζητουμένῳ τὸ μαχόμενον καὶ τοῦτο ὑποθεμένη πρόεισιν, ἕως ἂν εἰς ὁμολογούμενον ἄτοπον καταντήσῃ καὶ δι' ἐκεῖνο τὴν ὑπόθεσιν ἀνελοῦσα βεβαιώσηται τὸ ἐξ ἀρχῆς ζητούμενον. ὅλως γὰρ εἰδέναι χρὴ ὅτι πᾶσαι αἱ μαθηματικαὶ πίστεις ἢ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν εἰσιν ἢ ἐπὶ τὰς ἀρχάς, ὥς πού φησι καὶ ὁ Πορφύριος. καὶ αἱ μὲν ἀπὸ τῶν ἀρχῶν διτταὶ καὶ αὐταὶ τυγχάνουσιν, ἢ γὰρ ἀπὸ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν ὥρμηνται καὶ τῆς ἐναργείας μόνης τῆς αὐτοπίστου, ἢ ἀπὸ τῶν προδεδειγμένων· αἱ δὲ ἐπὶ τὰς ἀρχὰς ἢ θετικαὶ τῶν ἀρχῶν εἰσιν ἢ ἀναιρετικαί. ἀλλὰ θετικαὶ μὲν οὖσαι τῶν ἀρχῶν ἀναλύσεις καλοῦνται, καὶ ταύταις αἱ συνθέσεις ἀντίκεινται — δυνατὸν γὰρ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν ἐκείνων προελθεῖν εὐτάκτως ἐπὶ τὸ ζητούμενον, καὶ τοῦτό ἐστιν ἡ σύνθεσις — ἀναιρετικαὶ δὲ οὖσαι εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαὶ προσαγορεύονται. τὸ γὰρ τῶν ὡμολογημένων τι καὶ ἐναργῶν ἀνατρέψαι ταύτης ἔργον τῆς ἐφόδου. καί ἐστι καὶ ἐπὶ ταύτης συλλογισμός τις,

6 ἀπέφηνε G, ἀπέφησε C. 8 εἰς ἀδύνατον G, εἰς τὸ ἀδύνατον C. 9 τοῦτο ὑποθέμενον (τοῦ ὑποθεμένου) H_2 p. 255. 11 δι' ἐκεῖνο M, H_2 p. 255, δι' ἐκείνου G. 14 ὥς πού] ὥσπερ H_2 15 αὗται H_2. 17 ἐνεργείας G, H_2. ‖ ἀπίστου G, αὐτοπίστου C, H_1 p. 455. 22 προσελθεῖν H_2 p. 255. 26 καὶ ἐστὶν ἐπὶ G, H_2 p. 256.

ἀλλ' οὐχ ὁ αὐτὸς ὥσπερ ἐπὶ τῆς ἀναλύσεως. ἐν γὰρ ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς ἡ πλοκὴ κατὰ τὸ δεύτερόν ἐστιν τῶν ὑποθετικῶν, οἷον εἰ μή εἰσιν τῶν ἴσας ἐχόντων γωνίας τριγώνων αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ τὰς ἴσας γωνίας ‖ ἴσαι, τὸ ὅλον ἴσον ἐστὶν τῷ μέρει· ἀλλὰ τοῦτο ἀδύνατον· εἰσὶν ἄρα τῶν ἴσας ἐχόντων δύο γωνίας τριγώνων αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ τὰς ἴσας γωνίας καὶ αὐταὶ ἴσαι.

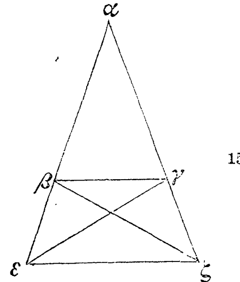
Τοσαῦτα καὶ περὶ τῆς παρὰ τοῖς γεωμέτραις εἰς τὸ ἀδύνατον ἀπαγωγῆς· χρῆται δέ, ὅπερ ἔφαμεν, ὁ στοιχειωτὴς τῇ μὲν ἀντιστροφῇ κατὰ τὴν πρότασιν, τὸ συμπέρασμα τοῦ πέμπτου θεωρήματος ὡς δεδομένον λαβὼν καὶ τὴν ὑπόθεσιν τὴν ἐκείνου προστιθεὶς ὡς ζητούμενον, τῇ δὲ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ περί τε τὴν κατασκευὴν καὶ τὴν ἀπόδειξιν. εἰ δέ τινες ἐνίσταιντο λέγοντες ὅτι τὸν τῇ $\overline{αβ}$ ἀπὸ τῆς $\overline{αγ}$ ἴσην ἀφαιροῦντα οὐ δεῖ πρὸς τῷ $\overline{γ}$ ποιεῖσθαι τὴν ἀφαίρεσιν, ἀλλὰ πρὸς τῷ $\overline{α}$, θέμενοι καὶ ταύτην τὴν ὑπόθεσιν εἰς τὸ αὐτὸ καταντήσομεν ἀδύνατον. ἔστω γὰρ ἴση ἡ $\overline{αδ}$ τῇ $\overline{αβ}$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{βα}$ καὶ κείσθω ἴση ἡ $\overline{αε}$ τῇ $\overline{δγ}$. ὅλη ἄρα ἡ $\overline{βε}$ ἴση τῇ $\overline{αγ}$. καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{εγ}$. ἐπεὶ οὖν ἡ $\overline{αγ}$ ἴση τῇ $\overline{βε}$, κοινὴ δὲ ἡ $\overline{βγ}$, δύο δυεῖν ἴσαι, καὶ ἡ πρὸς τῷ $\overline{β}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{αγβ}$ — οὕτω γὰρ κεῖται — καὶ πάντα ἄρα



2 τὸν δεύτερον *M.* 15 ἀνίστανται *G.* 20 ἡ $\overline{αβ}$ τῇ $\overline{αδ}$ *G*, corr. *C.* 22 Post τῇ $\overline{αγ}$ addit *G:* κοινὴ δὲ ἡ $\overline{βγ}$.

πᾶσιν ἴσα διὰ τὸ τέταρτον, ὥστε καὶ τὸ $\overline{\epsilon\beta\gamma}$ *τρίγωνον τῷ* $\overline{\alpha\beta\gamma}$ *τριγώνῳ ἴσον, τὸ ὅλον τῷ μέρει, ὅπερ ἀδύνατον.*

Ἀλλ' ἐπεὶ καὶ τοῦτο δῆλον, ἑπόμενόν ἐστι καὶ τὸ λοιπὸν δεῖξαι τῆς ἀντιστροφῆς. ὁ μὲν γὰρ στοιχειωτὴς πρὸς μέρος ἀντέστρεψεν τοῦ πέμπτου θεωρήματος ὅλον τὸ ἕκτον. δεῖ δὲ καὶ τὴν λοιπὴν ἀντιστροφὴν προσθεῖναι. αὕτη δέ ἐστιν ἡ λαμβάνουσα μὲν ὡς ὑπόθεσιν τὸ εἶναι τριγώνου τινὸς τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίας ἴσας, δεικνύουσα δὲ ἰσοσκελὲς τὸ τρίγωνον. *ἔστω τοίνυν τὸ* $\overline{\alpha\beta\gamma}$ *τρίγωνον καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ* $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ *καὶ ἔστωσαν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσαι. λέγω ὅτι ἰσοσκελές ἐστιν τὸ* $\alpha\beta\gamma$. *εἰλήφθω γὰρ ἐπὶ τῆς* $\overline{\alpha\epsilon}$ *σημεῖον τὸ* $\bar{\epsilon}$ *καὶ ἴση τῇ* $\overline{\beta\epsilon}$ *ἡ* $\overline{\gamma\zeta}$ *καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ* $\overline{\epsilon\gamma}$ $\overline{\beta\zeta}$ $\overline{\epsilon\zeta}$. *ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ* $\overline{\beta\epsilon}$ *τῇ* $\overline{\gamma\zeta}$, *κοινὴ ἡ* $\overline{\beta\gamma}$,



δύο δυσὶν ἴσαι, καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\epsilon\beta\gamma}$ *γωνία τῇ ὑπὸ* $\overline{\zeta\gamma\beta}$ *γωνίᾳ ἴση, καὶ γὰρ ὑπὸ τὴν βάσιν, καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν διὰ τὸ τέταρτον. ἴση ἄρα καὶ ἡ* $\overline{\epsilon\gamma}$ *βάσις τῇ* $\overline{\zeta\beta}$ *καὶ ἡ ὑπὸ ‖* $\overline{\beta\epsilon\gamma}$ *τῇ ὑπὸ* $\overline{\gamma\zeta\beta}$ *ἴση καὶ ἡ ὑπὸ* $\overline{\gamma\beta\zeta}$ *τῇ*

2 *τὸ* ante *ὅλον* om. *G*, add. *C*. 8 *ἡ* ante *λαμβάνουσα* om. *G*, add. *C*. 9 *ὑπὸ τῇ βάσει M*, *G*. 11 *ἔστω . . . τρίγωνον* om. *M*. ‖ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ *G*, $\overline{\alpha\beta\gamma}$ *C*. 12 Post 'ab, ac' *B* addit: 'ad Signa d g', '$\overline{\text{ab}}$ in ζ̸ et $\overline{\text{ac}}$ in $\bar{\text{f}}$' *Z*. 16 *τὸ* $\bar{\beta}$ *G*. 19 20. *τῇ ὑπὸ* $\overline{\zeta\gamma\beta}$ *γωνίᾳ ἴση*] *ἴση τῇ ὑπὸ* $\overline{\zeta\gamma\beta}$ *G*.

ὑπὸ βγε, ὑπὸ γὰρ αὐτὰς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἦν δὲ καὶ ὅλη ἡ ὑπὸ εβγ ὅλῃ τῇ ὑπὸ ζγβ ἴση, ἀφ᾽ ὧν ἡ ὑπὸ ζβγ ἴση τῇ ὑπὸ εγβ, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ εβζ ἴση τῇ ὑπὸ ζγε. ἐστὶν δὲ ἡ βε τῇ γζ ἴση καὶ ἡ βζ τῇ εγ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι καὶ πάντα ἄρα πᾶσιν ἴσα, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ βεζ τῇ ὑπὸ γζε ἴση, ὥστε καὶ ἡ αε τῇ αζ ἴση δι᾽ αὐτὸ τὸ ἕκτον — δέδεικται γάρ — ἀφ᾽ ὧν ἡ βε τῇ γζ ἴση — οὕτως γὰρ ἀφήρηται — λοιπὴ ἄρα ἡ αβ τῇ αγ ἴση. ἰσοσκελὲς ἄρα ἐστὶν τὸ αβγ τρίγωνον. ἐάν τε ἄρα τὰς δύο γωνίας ἴσας ἔχῃ, ἰσοσκελές ἐστιν, ἐάν τε τῶν πλευρῶν ἐκβληθεισῶν τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσας ἔχῃ, καὶ οὕτως ἰσοσκελὲς ἔσται τὸ δοθὲν τρίγωνον.

Τί οὖν αἴτιον, δι᾽ ὃ οὐκ ἀντέστρεψεν ὁ στοιχειωτὴς καὶ τὸ λοιπὸν μέρος; ἢ ὅτι καὶ ἐπὶ τοῦ πέμπτου θεωρήματος τὸ τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίας ἴσας εἶναι πάρεργον ἦν, ἄλλων ἕνεκα ἀπόρων διαλύσεως ἐκβεβλημένον, τὸ δὲ τῶν ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσων οὐσῶν ἰσοσκελὲς εἶναι τρίγωνον οὔτε πρὸς ἀπόδειξιν προηγουμένην οὔτε πρὸς διάλυσιν αὐτῷ συντελεῖ τῶν ζητουμένων πρὸς τῷ καὶ διὰ τῶν ἑξῆς θεωρημάτων ἀποφαίνεσθαι τοῦτο καὶ ἀφορμὰς αὐτῷ κἀκεῖνα παρέχειν τοῦ τῶν ὑπὸ τὴν βάσιν γωνιῶν ἴσων οὐσῶν

3 *ἀφ᾽* om. *M, G.* ‖ *λοιπὴ δὲ ἄρα G.* 5 *περιέξουσι G.* 11—12 *ἰσοσκελές .... ἔχῃ* om. *G*, add. *C.* 16 *ὑπὸ τῇ βάσει M, G.* 17 *διαλύσεων G.* 18—20 *ἴσων οὐσῶν ... αὐτῷ* om. *G*, add. *C.* 20 *τῷ ζητουμένῳ G*, corr. *C.* 21 *καὶ* ante *διὰ* om. *G*, add. *C.* 23 *τοῦ τῶν*] *τούτων M.* ‖ *ὑπὸ τῇ βάσει M, C, ἀπὸ τὴν βάσιν G.*

δείκνυσθαι καὶ τὸ τρίγωνον ἰσοσκελές; εἰ γὰρ εὐθεῖα πᾶσα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα καὶ ποιοῦσα δύο γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ, τῶν ὑπὸ τὴν βάσιν γωνιῶν δεδομένων ἴσων καὶ αἱ πρὸς τῇ βάσει | πάντως ἴσαι ἔσονται, τούτων δὲ ἴσων οὐσῶν καὶ αἱ ὑποτείνουσαι αὐτὰς ἴσαι. τούτῳ τοίνυν χρώμενος ἐν πάσῃ τῇ στοιχειώσει ἠδύνατο λαμβάνειν ὅτι τῶν ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσων οὐσῶν τὸ τρίγωνον ἰσοσκελές ἐστιν εἴπερ ἐδεῖτο καὶ τούτου πρός τινων θεωρημάτων ‖ ἀπόδειξιν. οὐ γὰρ μετὰ πολλὰ φανήσεται δεικνύμενον ὅτι, ἐὰν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν στᾶσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει. καὶ τὰ μὲν πρὸ τούτου οὐδὲν δεῖ τῆς ἀντιστροφῆς ταύτης, τὰ δὲ ἑξῆς, εἰ δέοιτο, διὰ τούτου τὴν πίστιν ἕξει τοῦ θεωρήματος.

Prop. VII, theor. IIII. *Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι οὐ σταθήσονται ἑκατέρα ἑκατέρᾳ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.*

Ἐστὶ μὲν τὸ θεώρημα τοῦτο σπάνιόν τι πεπονθὸς καὶ οὐ πάνυ ταῖς ἐπιστημονικαῖς προτάσεσιν εἰωθός. τὸ γὰρ ἀποφατικῶς σχηματίζεσθαι καὶ μὴ καταφατικῶς οὐ σφόδρα αὐταῖς οἰκεῖον. τὰ γοῦν πολλὰ καταφάσεις εἰσὶν αἱ προτάσεις τῶν τε γεωμετρικῶν καὶ τῶν ἀριθμητικῶν θεωρημάτων. αἴτιον δέ, ὡς φησὶν

1 *δείκνυσθαι δὲ τὸ τρίγωνον M.* 3 *δύο ὀρθαῖς M.* ‖ *ὑπὸ τῇ βάσει M, G.* 5—6 *ἔσονται .... αὐτὰς ἴσαι* om. *G*, add. *C.* 8 *εἰπεῖν G, εἴπερ C.* 11 *ἐπ' εὐθείας G, ἐπ' εὐθεῖαν C.* ‖ *ἤτοι] ἢ G, ἤτοι C.* 15 *M* in margine: $\bar{\zeta}$ *θεώρημα.* 18 *καὶ ἄλλῳ* om. *M.*

Ἀριστοτέλης, ὅτι τὸ καθόλου καταφατικὸν ταῖς ἐπιστήμαις ἐστὶ μάλιστα προσῆκον ὡς αὐταρκέστερον καὶ μηδὲν τῆς ἀποφάσεως προσδεόμενον, τὸ δὲ καθόλου ἀποφατικὸν δεῖται καὶ τῆς καταφάσεως, εἰ μέλλοι δείκνυσθαι. ἄνευ γὰρ καταφάσεως οὔτε ἀπόδειξίς ἐστιν, οὔτε συλλογισμὸς οὐδείς, καὶ διὰ τοῦτο αἱ ἀποδεικτικαὶ τῶν ἐπιστημῶν τὰ μὲν πλεῖστα καταφατικὰ δεικνύουσι, σπανίως δὲ χρῶνται καὶ τοῖς ἀποφατικοῖς συμπεράσμασι.

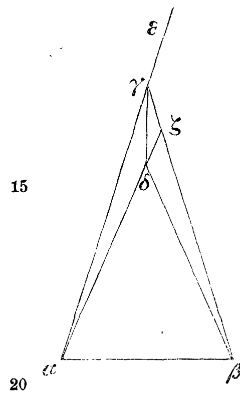
Θαυμαστῆς δὲ ἀκριβείας ἐστὶν ἡ πρότασις τοῦ θεωρήματος πλήρης καὶ πάσαις ἠσφάλισται ταῖς προσθήκαις, δι' ὧν ἀνέλεγκτος ἀποτετέλεσται καὶ ἀναμφισβήτητος τοῖς συκοφαντεῖν ἐπιχειροῦσι. πρῶτον μὲν γὰρ τὸ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας εἴληπται, ἵνα μὴ ἐπ' ἄλλης δύο δυσὶν ἴσας δεικνύωμεν ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ παραλογιζώμεθα τοὺς τῇ προτάσει χρωμένους. ἔπειτα μιᾶς εὐθείας οὔσης οὔ φησιν ἐπὶ ταύτην συσταθήσεσθαι τὰς δύο ταῖς δυσὶν ἴσας οὐχ ἁπλῶς — τοῦτο γὰρ δυνατόν — ἀλλ' ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. τί γὰρ θαυμαστὸν ἀμφοτέρας ἀμφοτέραις ἴσας λαβεῖν τῶν ἐπισυνισταμένων, τὴν μὲν ἐκτείναντα, τὴν δὲ συστείλαντα· ἀλλ' ἑκατέραν ἑκατέρᾳ φησὶν ἀδύνατον.

4 *τῆς καταφάσεως*] *καταφάσεων* H_2 p. 270. ‖ *εἰ μέλλοι*] *μέλλον* H_2. 5 *δείκνυσθαι* H_2; in B_3 et *G* omissa sunt verba *εἰ μέλλοι δείκνυσθαι*, in *M* conglutinatione litterae post *δ* sunt oblitae; 'ostendi' *B*, *Z*. ‖ *ἄνευ γὰρ καταφάσεως*] om. B_3. *ἐκ γὰρ τῶν ἀποφατικῶν μόνον G* (de suo?), 'nam ex negantibus tantum' et in margine 'nam sine affirmatione' *B*, 'nam sine affirmatione' *Z*. ‖ *οὐδ'* . . . *οὐδὲ* omisso *οὐδείς* H_2. 15 *ἀπ' ἄλλης G*, *ἐπ' ἄλλοις C*. 16 *παραλογιζόμεθα C*. ‖ *τοὺς* om. *G*, add. *C*. ‖ *χρώμενοι G*, *χρωμένους* B_3, *C*, 'Propositioneque utentes circumveniamus' *B*, 'eos qui . . . utuntur decipiamus' *Z*.
17 *φασὶν M*, *φασιν G*, *φ̄η* B_3, 'inquit' *B*, 'dicunt' *Z*. 18 *συστήσασθαι G*. ‖ *οὐχ* om. *G*. 22 *ἑκατέρας ἑκατέραις G*, *ἑκατέραν ἑκατέραις M*, *C*.

τρίτον προστίθησιν τὸ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ. τί γάρ, εἴ τις ταῖς προϋφεστώσαις δύο ποιήσας ἴσας ἄλλας δύο καὶ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ ἐφαρμόσειεν ταύτας ἐκείναις καὶ πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ τῷ κορυφοῦντι τὰς ὑποκειμένας εὐθείας καὶ ταύτας συστήσαιτο; πάντως γὰρ ἴσων οὐσῶν τῶν εὐθειῶν καὶ τὰ πέρατα ἐφαρμόσει. ‖ τέταρτον τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. τί γάρ, εἰ μιᾶς εὐθείας ὑποκειμένης τὰς μὲν ἐπὶ τὸ ἕτερον αὐτῆς μέρος ποιήσαιμεν τῶν εὐθειῶν, τὰς δὲ ἐπὶ τὸ ἕτερον, ὥστε τὴν εὐθεῖαν κοινὴν εἶναι βάσιν τριγώνων δυεῖν τὰς κορυφὰς ἀντικειμένας ἐχόντων; ἵνα οὖν μὴ τοῦτο παθόντες τὴν αὐτῶν ἀπάτην ἐπὶ τὸν στοιχειωτὴν μεταγάγωμεν προσέθηκεν τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. πέμπτον ἐπήνεγκε τὸ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις. καὶ γὰρ ἦν δυνατὸν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας δύο δυσὶν ἴσας ἑκατέραν ἑκατέρᾳ συστήσασθαι πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ὅλῃ τῇ εὐθείᾳ χρησάμενον καὶ ἐπὶ ταύτης τὰς δύο συνιστάντα, τῶν συνισταμένων οὐ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐκείναις ἐχουσῶν ἀλλὰ ἕτερα. ἐὰν γοῦν νοήσωμεν ἐν τετραγώνῳ δύο διαγωνίους ἐπὶ μιᾶς τῶν τοῦ τετραγώνου πλευρῶν, ἔσονται δύο δυσὶν ἴσαι, πλευρὰ καὶ διάμετρος τῇ παραλλήλῳ πλευρᾷ καὶ τῇ ἑτέρᾳ διαμέτρῳ, ἀλλ' οὐχ αἱ ἴσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἕξουσιν· οὔτε γὰρ αἱ παράλληλοι οὔτε αἱ διάμετροι τὰ αὐτὰ ἕξουσιν ἀλλήλαις, αὗται δὲ ἦσαν ἴσαι.

8 μὲν om. *G*, add. *C*. 12 αὐτῶν *M*, *G*. 13 ἐπεγάγωμεν *G*, ἐπαγάγωμεν *C*. 15 ἐξ αὐτῆς *M*. 19 τὰ δύο *G*, 'duas' *B*, 'duo consistentia' *Z*. B_3 = *M*. 20 ἐὰν οὖν *M*, ἐὰν γὰρ B_3, *G*, 'si enim' *B*, 'nam si' *Z*. 22. 23 ἴσαι πλευραὶ *M*. 26 τὰ αὐτὰ πέρατα ἕξουσιν ἀλλήλοις *G*.

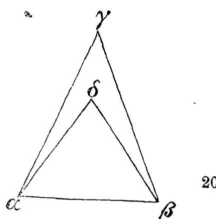
Τούτων οὖν πάντων τῶν διορισμῶν φυλαττομένων ἥ τε πρότασις ἀληθὴς καὶ ὁ συλλογισμὸς ἀναμφισβήτητος ἀποδείκνυται. τάχα δ' ἄν τινες καὶ ἐπὶ τούτοις ἅπασι τοῖς ἐπιστημονικοῖς ὅροις ἐνίστασθαι τολμήσειαν λέγοντες, ὅτι καὶ τούτων ὑποκειμένων δυνατόν ἐστιν, ὅ φησιν ὁ γεωμέτρης ἀδύνατον εἶναι. ἔστω γὰρ ἡ $\overline{αβ}$ εὐθεῖα καὶ ἐπὶ ταύτης δύο ταῖς $\overline{αγ}$ $\overline{γβ}$ δύο ἴσαι αἱ $\overline{αδ}$ $\overline{δβ}$ καὶ ἔστωσαν αὐταὶ ἐντὸς ἐκείνων, ἵνα καὶ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ $\overline{γ}$ καὶ τῷ $\overline{δ}$ ὦσι καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις τὸ $\overline{α}$ καὶ τὸ $\overline{β}$, καὶ ἡ μὲν $\overline{αγ}$ τῇ $\overline{αδ}$ ἴση, ἡ δὲ $\overline{βγ}$ τῇ $\overline{βδ}$. πρὸς δὴ τοὺς οὕτως ἐνισταμένους ἀπαντησόμεθα τὴν μὲν $\overline{δγ}$ ἐπιζεύξαντες, τὰς δὲ $\overline{αγ}$ καὶ $\overline{αδ}$ ἐκβάλλοντες. τούτων γὰρ κατασκευασθέντων πρόδηλον ὅτι ἰσοσκελὲς μὲν τὸ $\overline{αγδ}$ τρίγωνον, ἴσης οὔσης, ὡς ἐκείνων λόγος, τῆς $\overline{αδ}$ τῇ $\overline{αγ}$. αἱ δὲ ὑπὸ τὴν βάσιν ἴσαι, ἡ ὑπὸ $\overline{εγδ}$ τῇ ὑπὸ $\overline{ζδγ}$. [μείζων δὲ τῆς ὑπὸ $\overline{βγδ}$ ἡ ὑπὸ $\overline{εγδ}$], μείζων ἄρα τῆς ὑπὸ $\overline{βγδ}$ ἡ ὑπὸ $\overline{ζδγ}$, πόλλῳ



8 αἱ δὲ $\overline{αδ}$ $\overline{δβ}$ *G*, δὲ del. not. C. || ἐκτὸς *G*, ἐντὸς B_3, *C*, 'extra' *B*, 'introrsum' *Z*. In *M* et *Z* in figura δ intra est positum. Confusio inde orta est litterarum, quam annotare opus esse non duxi. 10 ὦσι om. *M*. 14 ἀποζεύξαντες *G*, ἐπιζεύξαντες *C*. 19 ἐκεῖνος *G*, ἐκείνων *C*. 21—22 μείζων δὲ ... $\overline{εγδ}$ ego addidi. $B_3 = M$. 22 $\overline{βγδ}$] $\overline{ζγδ}$ *M*.

ἄρα μείζων ‖ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\delta\gamma}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\gamma\delta}$. ἀλλ' ἐπειδὴ πάλιν ἴση ἡ $\overline{\delta\beta}$ τῇ $\overline{\gamma\beta}$, ἴσαι καὶ αἱ | πρὸς τῇ βάσει ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\delta\gamma}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\beta\gamma\delta}$, ἡ αὐτὴ ἄρα καὶ μείζων πολλῷ καὶ ἴση, ὅπερ ἀδύνατον. καὶ τοῦτο ἦν ἄρα, ὅπερ ἐξηγούμενοι τὸ πέμπτον ἐλέγομεν ὅτι τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις εἶναι, καὶ εἰ μὴ πρὸς τὰς ἀποδείξεις τῶν ἑξῆς θεωρημάτων, ἀλλὰ πρός γε τὰς τῶν ἐνστάσεων διαλύσεις ἔσται χρήσιμον. καὶ γὰρ νῦν τὴν ἔνστασιν διηλέγξαμεν λαβόντες ὅτι τῶν $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\delta}$ ἴσων οὐσῶν ἔσονται καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\gamma\delta}$ $\overline{\zeta\delta\gamma}$ γωνίαι ἴσαι. φανήσεται δὲ ὡσαύτως καὶ ἐπ' ἄλλων θεωρημάτων ἡμῖν τοῦτο συντελοῦν εἰς τὰς τῶν ἀπορουμένων διαλύσεις.

Εἰ δὲ λέγοι τις ὅτι ἔστωσαν ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ εὐθείας ταῖς $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\delta}$ ἴσαι αἱ $\overline{\beta\delta}$ $\overline{\beta\gamma}$, ὧν ἡ μὲν $\overline{\beta\gamma}$ ἴση τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ ἡ δὲ $\overline{\beta\delta}$ τῇ $\overline{\alpha\delta}$ πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ τῷ $\overline{\alpha}$ καὶ τῷ $\overline{\beta}$, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\delta}$ τὸ $\overline{\gamma}$ καὶ τὸ $\overline{\delta}$ σημεῖον, τί ἐροῦμεν πρὸς τοῦτον τὸν λόγον; ἢ ὅτι δεῖ καὶ τὰς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ εὐθείας συνεστάναι καὶ τὰς ταύταις ἴσας ἐπὶ τῆς αὐτῆς συνίστασθαι τῆς $\overline{\alpha\beta}$ εὐθείας; οὕτως γὰρ καὶ ὁ στοιχειωτὴς ἐν τῇ προτάσει λέγει. αἱ δὲ $\overline{\alpha\gamma}$ καὶ $\overline{\alpha\delta}$ εὐθεῖαι



1 $\overline{\beta\gamma\delta}$] $\overline{\zeta\delta\gamma}$ *M.* 5 ὑπὸ τῇ βάσει *M*, *G*. 8 ἐστὶ *G*. 15 ὧν ἡ μὲν $\overline{\beta\gamma}$ ἴση om. *M.* 21 $\overline{\alpha\delta}$ *G*.

οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῆς $\overline{αβ}$ εὐθείας, ἀλλὰ πρός τινι σημείῳ τῆς $\overline{αβ}$ εὐθείας τὴν σύστασιν ἔσχον καὶ οὐκ ἐπ' αὐτῆς, ὥστε ἄλλαι μέν εἰσιν αἱ ἐπὶ τῆς $\overline{αβ}$ εὐθείας, οἷον αἱ $\overline{αγ}$ $\overline{γβ}$ καὶ αἱ $\overline{αδ}$ $\overline{δβ}$, καὶ ἄλλαι αἱ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖαι καὶ αἱ ταύταις ἴσαι, δέον πως τὰς συνισταμένας εὐθείας ἴσας ταύταις εἶναι, αἳ ἦσαν ἐπὶ τῆς $\overline{αβ}$ εὐθείας.

Τοσαῦτα καὶ πρὸς ταύτην εἰρήσθω τὴν ζήτησιν· ὅτι δὲ τὸ θεώρημα τοῦτο δέδεικται παρὰ τῷ στοιχειωτῇ διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς καὶ ὅτι τὸ ἀδύνατον μάχεται πρὸς κοινὴν ἔννοιαν τὴν λέγουσαν τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζον καὶ τὸ αὐτὸ μεῖζον καὶ ἴσον εἶναι ἀδύνατον, πρόδηλον. ἔοικεν δὲ εἶναι τοῦτο τὸ θεώρημα λῆμμα προλαμβανόμενον τοῦ ὀγδόου θεωρήματος. ‖ εἰς γὰρ τὴν ἀπόδειξιν ἐκείνου συντελεῖ καὶ οὔτε στοιχεῖόν ἐστιν ἁπλῶς οὔτε στοιχειῶδες. οὐ γὰρ ἐπὶ πολλὰ διατείνει τὴν ἑαυτοῦ χρείαν. σπανιωτάτην γοῦν αὐτοῖ παρὰ τῷ γεωμέτρῃ τὴν χρῆσιν εὑρήσομεν.

1 *σημείῳ*] *σημειώσει M.* 3 $\overline{αβ}$ om. *G*, add. *C.* 5 *καὶ αἱ ταύταις ἴσαι*] 'quaeque ipsis aequales constitui debent' et in margine 'quaeque ipsis aequales sunt' *B*, 'quae ... his aequales assumptae sunt' *Z.* ‖ *δέον πως*] *δεόντως M*, *G*, *δεόντως* B_3. 'cum tamen opus sit' *B*, 'oportune' *Z.* 6 7. *ἴσας ταύταις .... $\overline{αβ}$ εὐθείας* om. *G*, add. *C.* 8 *τοσαῦτα καὶ πρὸς ταῦτα καὶ πρὸς ταύτην G.* 15 *εἰ γὰρ εἰς G.* ‖ *συντελεῖν M.*

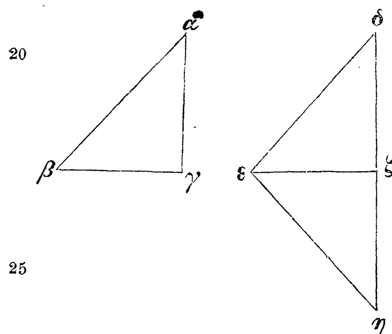
Prop. VIII, theor. V. *Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.*

Τὸ ὄγδοον θεώρημα ἀντίστροφον μέν ἐστι τοῦ τετάρτου, οὐ κατὰ τὴν προηγουμένην ἀντιστροφὴν ληφθέν — οὐ γὰρ ὅλην τὴν ὑπόθεσιν ἐκείνου ποιεῖται συμπέρασμα καὶ ὅλον τὸ συμπέρασμα ὑπόθεσιν — ἀλλὰ τὸ μὲν τῆς ὑποθέσεως τοῦ τετάρτου τὸ δὲ τῶν ἐκείνῳ ζητουμένων συμπλέκον δείκνυσιν ἕν τι τῶν ἐκεῖ δεδομένων. τὸ μὲν γὰρ τὰς δύο πλευρὰς ἴσας εἶναι ταῖς δύο πλευραῖς ὑπόθεσίς ἐστιν ἐν ἀμφοτέραις, τὸ δὲ τὴν βάσιν ἴσην τῇ βάσει ἐν ἐκείνῳ μὲν τῶν ζητουμένων ἦν, ἐν δὲ τούτῳ δέδοται. τὸ δὲ τὴν γωνίαν ἴσην τῇ γωνίᾳ δεδομένον μὲν ἐν ἐκείνῳ, ζητούμενον δὲ ἐν τούτῳ· μόνη τοίνυν ἡ ἐναλλαγὴ τῶν δεδομένων καὶ ζητουμένων ποιεῖ τὴν ἀντιστροφήν. εἰ δέ τις ἐπιποθοίη μαθεῖν τὴν αἰτίαν, δι' ἣν ὄγδοον τέτακται καὶ οὐ μετὰ τὸ τέταρτον εὐθὺς ὡς ἀντίστροφον ἐκείνῳ, καθάπερ δὴ μετὰ τὸ πέμπτον τὸ ἕκτον ἀντίστροφον ὂν τοῦ πέμπτου — καὶ γὰρ τὰ πλεῖστα τῶν ἀντιστρεφόντων ἕπεται τοῖς προηγουμένοις καὶ ἐπ' αὐτοῖς ἀμέσως δείκνυται — λεκτέον ὅτι τοῦ μὲν ἑβδόμου τὸ ὄγδοον ἐδεῖτο. δείκνυται γὰρ διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς. τὸ δὲ ἀδύνατον, ὅτι

1 *M* in margine: *η̅ θεώρημα.* 3. 4 *τῇ γωνίᾳ τὴν γωνίαν G.* 6 *μέν* om. *G.* 13 *ἐν* om. *G.* 15 *ἐν τούτῳ δὲ G.* 21 *ἀντίστροφον ἐκείνῳ .... τὸ ἕκτον* om. *G.* 22 *ἀντιστρόφως ὂν τὸ πέμπτον G*, corr. *C.*

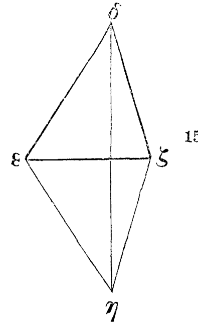
τοιοῦτόν ἐστιν, ἀπὸ τοῦ ἑβδόμου γνώριμον γίνεται. τοῦτο δ' αὖ πάλιν εἰς τὴν ἀπόδειξιν ἐδεῖτο τοῦ πέμπτου. προείληπται τοίνυν ἀναγκαίως καὶ τὸ ἕβδομον καὶ τὸ πέμπτον τοῦ δεικνυμένου νυνὶ θεωρήματος. ἐπειδὴ δὲ καὶ τὸ ἀντίστροφον τῷ πέμπτῳ ῥᾴδιον εἶχεν καὶ ἀπὸ τῶν πρώτων τὴν ἀπόδειξιν, εἰκότως εὐθὺς μετὰ τὸ πέμπτον ἐτάχθη διά τε τὴν πρὸς ἐκεῖνο συγγένειαν καὶ ὅτι διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς δεικνύμενον ἀπὸ τῶν κοινῶν ἐννοιῶν ἐλέγχει τὸ ἀδύνατον, καὶ οὐχ ὡς τὸ ὄγδοον ἀπ' ἄλλου θεωρήματος. ἐναργέστερα γὰρ εἰς ἔλεγχον τὰ ταῖς κοιναῖς ἐννοίαις μαχόμενα τῶν τοῖς θεωρήμασιν ἀντιφασκομένων. ταῦτά γὰρ ‖ διὰ ἀποδείξεως εἴληπται, ἐκείνων δὲ ἡ γνῶσις κρείττων ἀποδείξεως.

Ὁ μὲν οὖν στοιχειωτὴς διὰ τοῦ προαποδειχθέντος ἑβδόμου θεωρήματος τὸ προκείμενον δείκνυσιν, οἱ δὲ περὶ Φίλωνα μηδὲν τούτου προσδεηθέντες φασὶν ἀποδείξειν τὸ ὄγδοον. ἐννοήσθω γάρ, φασίν, δύο τριγώνων ὄντων τοῦ αβγ καὶ δεζ καὶ ἐχόντων δύο πλευρὰς δυσὶν ἴσας καὶ τὴν βγ βάσιν τῇ εζ ἐφαρμοζομένην τὴν βάσιν τῇ βάσει καὶ τιθέμενον τὸ αβγ



1 ἐστιν om. *G*, add. *C*. 12 τοῖς τῶν *M*, *G*. 17 προσθηθέντες *G*, προσδεηθέντες *C*. ‖ ἀπόδειξιν *M*. 19 ἐννοείσθωσαν *G*, ἐννοήσθω *C*.

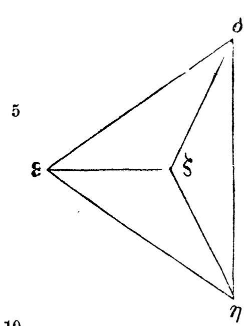
τρίγωνον τῷ δεζ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μὲν ἐπιπέδου, ἵνα μὴ κλίσις ᾖ τῶν δύο ἡ βάσις, ἐπὶ θάτερα δὲ τῆς εζ τυχὸν εὐθείας, ὥστε ἀντικειμένας αὐτῶν εἶναι τὰς κορυφάς. καὶ ἀντὶ τοῦ αβγ ἔστω τεθὲν οὕτως τὸ εζη, καὶ ἴση τῇ μὲν δε ἡ εη, τῇ δὲ δζ ἡ ζη. ἡ τοίνυν ζη ἢ ἐπ' εὐθείας κείσεται τῇ δζ, ἢ οὐκ ἐπ' εὐθείας, καὶ εἰ μὴ ἐπ' εὐθείας, | ἢ κατὰ τὸ ἐντὸς ποιήσει γωνίαν πρὸς αὐτὴν ἢ κατὰ τὸ ἐκτός. ἔστω πρότερον ἐπ' εὐθείας. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ δε τῇ εη καὶ μία εὐθεῖα ἡ δζη, ἰσοσκελὲς τὸ δεη τρίγωνον καὶ ἴση ἡ πρὸς τῷ δ γωνία τῇ πρὸς τῷ η. εἰ δὲ μὴ ἐπ' εὐθείας ἐστίν, ἐντὸς ποιείτω τὴν γωνίαν καὶ ἐπεζεύχθω ἡ δη. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ δε εη καὶ ἡ βάσις ἡ δη, ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ εδη γωνία τῇ ὑπὸ εηδ. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ δζ τῇ ζη καὶ βάσις ἡ δη, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζδη γωνία τῇ ὑπὸ ζηδ. ἦν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ εδη ἴση τῇ ὑπὸ εηδ, ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ εδζ ἴση ἐστὶν



1 τῷ δεζ] καὶ τὸ δεζ *G.* 2 ἡ βάσις τῶν δύο *G*, τῶν δύο ἡ βάσις *C.* 3 εἶναι αὐτῶν *G.* 10 ἄρα post ἰσοσκελὲς addit *G.* 13 αἱ δεη *C.* 17 ἴση ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ ζδη γωνία *G.*

19 usque ad p. 268 1 ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ εδζ ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ δζη γωνία τῇ ὑπὸ ζηδ· ἦν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ εδη ἴση τῇ ὑπὸ εδη· ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ εδζ ἴση ἐστὶν ὅλη τῇ ὑπὸ εζ ηζ γωνίᾳ *M.*

ὅλῃ τῇ ὑπὸ εηζ ‖ γωνίᾳ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι. τὸ δὴ τρίτον κατὰ τὸ ἐκτὸς ποιείτω γωνίαν πρὸς τὴν δζ ἡ ζη καὶ ἐπεζεύχθω ἐκτὸς ἡ δη. ἐπεὶ οὖν ἴσαι εἰσὶν αἱ δε εη καὶ βάσις ἡ δη, ἴσαι αἱ ὑπὸ εδη δηε γωνίαι. πάλιν ἐπεὶ ἴσαι αἱ δζ ζη καὶ βάσις ἡ δη, ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ζδη γωνία τῇ ὑπὸ ζηδ. ἦσαν δὲ καὶ ὅλαι αἱ ὑπὸ εδη δηε γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις, καὶ λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ εδζ ζηε γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν καὶ εὕρηται τὸ προτεθὲν κατὰ πᾶσαν θέσιν τῆς ζη εὐθείας ἡμῶν τὸ θεώρημα ἀποδεδειχότων, καὶ οὐδαμοῦ τῷ ἑβδόμῳ προσεχρησάμεθα.



Μήποτε οὖν, φασί, περιττῶς ἐκεῖνο παρεισκεκύκληται τῷ στοιχειωτῇ; εἰ γὰρ μόνου τοῦ ὀγδόου ἕνεκα αὐτὸ παρειλήφαμεν, δέδεικται δὲ καὶ ἄνευ ἐκείνου τὸ ὄγδοον, πῶς οὐχὶ παντελῶς ἄχρηστον ἀναφαίνεται τὸ ἕβδομον; πρὸς δὴ ταῦτα λεκτέον ἃ καὶ οἱ πρὸ ἡμῶν, ὅτι τὸ ἕβδομον ἀποδειχθὲν χρησιμώτατόν ἐστι τοῖς τὰ ἀστρονομικὰ δεινοῖς εἰς τὸν περὶ τῶν ἐκλείψεων τόπον. τούτῳ γάρ φασιν χρώμενοι δεικνύναι ὅτι τρεῖς ἐφεξῆς ἐκλείψεις ἴσον ἀπέχουσαι ἀλλήλων

1 ὅλῃ om. *G*. 2 κατὰ τὴν ἐκτὸς *C*. 8 Ante ἦσαν in *M:* καὶ βάσις. 11 ἀλλήλαις ἴσαι *G*. 15 παρεισκέκληται B_3, *G*, 'introductum est' *B*, 'insertam esse' *Z*. 16 μόνον *G*, μόνον *C*. 19—21 In *M* in margine: ση. δι' ὅλου χρήσιμον. 21 ἐκλείψεως *M*. 22 τοῦτο *M*. ‖ φησὶ *G*.

οὐκ ἂν γένοιντο, λέγω δὲ ὥστε τοσούτῳ χρόνῳ τὴν δευτέραν διεστάναι τῆς πρώτης, ὅσῳ τὴν τρίτην τῆς δευτέρας· οἷον εἰ μετὰ τὴν πρώτην ἡ δευτέρα γέγονεν ἓξ μηνῶν παρελθόντων καὶ εἴκοσιν ἡμερῶν, οὐκ ἂν γενέσθαι τὴν τρίτην ὕστερον τοσούτῳ χρόνῳ τῆς δευτέρας, ἀλλ' ἤτοι πλέονι ἢ ἐλάσσονι. τοῦτο δὲ οὕτως ἔχον ἀποδείκνυσθαι διὰ τοῦ ἑβδόμου θεωρήματος. καὶ οὐ τοῦτο μόνον τὸν στοιχειωτὴν ὡς πρὸς ἀστρονομίαν ἡμῖν συντελοῦν ὅδου πάρεργον δεικνύναι, ἀλλὰ καὶ ἄλλα θεωρήματα πολλά τε καὶ προβλήματα. τὸ γοῦν τελευταῖον ἐν τῷ τετάρτῳ, καθ' ὃ τὴν τοῦ πεντεκαιδεκαγώνου πλευρὰν ἐγγράφει τῷ κύκλῳ, τίνος ἕνεκά φησίν τις αὐτὸν προβάλλειν ἢ τῆς πρὸς ἀστρονομίαν τούτου τοῦ προβλήματος ἀναφορᾶς; ἐγγράψαντες γὰρ εἰς τὸν διὰ τῶν || πόλων κύκλον τὸ πεντεκαιδεκάγωνον ἔχουσι τὴν ἀπόστασιν τῶν πόλων τοῦ τε ἰσημερινοῦ καὶ τοῦ ζῳδιακοῦ. πεντεκαιδεκαγωνικὴν γὰρ ἀλλήλων πλευρὰν ἀφεστήκασιν. ἔοικεν οὖν ὁ στοιχειωτὴς καὶ πρὸς τὴν ἀστρονομίαν βλέπων πολλὰ προδεικνύναι προευτρεπίζων ἡμᾶς καὶ εἰς ἐκείνην τὴν ἐπιστήμην. συνιδὼν δὲ ὅτι τοῦτο τὸ ἕβδομον δείκνυται ἀπὸ τοῦ πέμπτου καὶ δείκνυσι χωρὶς ἁπάσης ποικιλίας τὸ ὄγδοον ταύτην αὐτῷ τὴν τάξιν δέδωκεν, ἐπεὶ ἥ γε τοῦ Φίλωνος ἐπιβολὴ καλὴ μέν, τῇ δὲ ποικιλίᾳ τῶν πτώσεων πρὸς στοιχείωσιν ἀνεπιτήδειος.

Πρὸς μὲν οὖν τὴν ζήτησιν ταύτην εἰρήσθω τοσαῦτα. εἰ δέ τις ἀποροίη, πῶς οὐχὶ καὶ ἐπὶ τοῦ ὀγδόου προσέθηκεν, ὅσα ἐπὶ τοῦ τετάρτου, λέγω δὲ τὸ καὶ τὰ τρίγωνα ἴσα εἶναι καὶ τὰς λοιπὰς γωνίας,

6 πλείονι G. 14 ἀναφοράν M, C. 28 δὲ τὸ] δὴ G.

ἐροῦμεν ὅτι τῆς πρὸς τῇ κορυφῇ γωνίας ἴσης ἀποδειχθείσης εἵπετο καὶ τὸ πάντα εἶναι πᾶσιν ἴσα διὰ τὸ τέταρτον. τοῦτο οὖν ἔδει μόνον καθ' αὑτὸ ἀποδεικνύναι, τὰ δ' ἄλλα ὡς ἑπόμενα λαμβάνειν.

Ἔοικεν δὲ τὴν ἰσότητα τῶν πρὸς ταῖς κορυφαῖς γωνιῶν ἥ τε τῶν περιεχουσῶν πλευρῶν τὰς γωνίας καὶ ἡ τῶν βάσεων ἰσότης ποιεῖν. οὔτε γὰρ ἀνίσων οὐσῶν τῶν βάσεων αἱ αὐταὶ γωνίαι μένουσι τῶν περιεχουσῶν ὑποκειμένων, ἀλλὰ τῆς βάσεως ἐλαττουμένης συνελασσοῦται ἡ γωνία καὶ αὐξομένης συναύξεται, οὔτε τῶν αὐτῶν βάσεων οὐσῶν, τῶν δὲ πλευρῶν ἀνισαζομένων μένει ἡ γωνία, ἀλλ' ἐλασσουμένων μὲν αὔξεται, αὐξανομένων δὲ ἐλασσοῦται. πάσχουσι γὰρ ἐναντίον πάθος αἱ γωνίαι ταῖς περιεχούσαις. καὶ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως εἰ νοήσειας εἰς τὸ κάτω διελκομένας τὰς πλευράς, αὐτὰς μὲν ἐλαττοῖς, αὔξεις δὲ τὴν γωνίαν τὴν ὑπ' αὐτῶν περιεχομένην καὶ πλείω ποιεῖς αὐτῶν τὴν ἀπ' ἀλλήλων διάστασιν, εἰ δὲ ἀναγομένας καὶ προσθήκην δεχομένας, ἐλαττοῖς τὴν γωνίαν, ἣν περιλαμβάνουσι. συμπίπτουσι γὰρ ἐπὶ πλέον τῆς κορυφῆς αὐτῶν πορρωτέρω γινομένης τῆς βάσεως. ἀσφαλὲς οὖν λέγειν καὶ τὴν βάσιν τὴν αὐτὴν οὖσαν καὶ τὰς πλευρὰς ἴσας ὑπαρχούσας τὴν ἰσότητα τῆς γωνίας ἀφορίζειν.

12 *ἀνισσουμένων G, ἀνισουμένων C.* 13 *αὐξομένων G, αὐξανομένων C.* 22 *τὴν* ante *αὐτὴν* om. *G*, add. *C.* 23 *ἴσας οὖν ὑπαρχούσας M, G.*

Prop. VIIII, probl. IIII. *Τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν δίχα τεμεῖν.*

Τοῖς προβλήμασιν ἀναμίγνυσι τὰ θεωρήματα καὶ τοῖς θεωρήμασι συμπλέκει τὰ προβλήματα καὶ δι' ἀμφοτέρων τὴν ὅλην συμπεραίνει στοιχείωσιν τότε μὲν τὰ ὑποκείμενα ποριζόμενος, τότε δὲ τὰ περὶ | αὐτὰ συμπτώματα ‖ θεωρῶν. δείξας τοίνυν διὰ τῶν πρόσθεν καὶ περὶ ἓν τρίγωνον τῇ ἰσότητι τῶν πλευρῶν ἑπομένην τὴν ἰσότητα τῶν γωνιῶν καὶ ἀνάπαλιν, καὶ περὶ δύο τρίγωνα ὡσαύτως, πλὴν ὅτι τῆς ἀντιστροφῆς ὁ τρόπος διαφέρων ἦν ἐπί τε τοῦ ἑνὸς τριγώνου καὶ τοῖν δυοῖν, μέτεισιν ἐπὶ τὰ προβλήματα καὶ ἐπιτάττει τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν. καὶ δῆλον ὅτι δέδοται μὲν ἐνταῦθα κατὰ τὸ εἶδος ἡ γωνία. εὐθύγραμμος γὰρ εἴρηται καὶ οὐχ ἡ τυχοῦσα. τὸ γὰρ πᾶσαν γωνίαν δίχα τεμεῖν οὐκ ἔστιν κατὰ στοιχείωσιν, ὅπου καὶ ἀμφισβητήσιμον, εἰ καὶ δυνατὸν πᾶσαν διχοτομῆσαι γωνίαν. τὴν γὰρ κερατοειδῆ γωνίαν εἰ δυνατὸν δίχα διελεῖν ἀπορήσειας ἄν.

Ἀφώρισταί γε μὴν καὶ ὁ λόγος τῆς τομῆς, καὶ τοῦτο πάλιν εἰκότως. τὸ γὰρ εἰς τὸν τυχόντα λόγον διελεῖν ἐκβαίνει τὴν παροῦσαν παρασκευήν, οἷον εἰς τρία ἴσα ἢ τέτταρα ἢ πέντε. τὴν μὲν γὰρ ὀρθὴν τρίχα τεμεῖν δυνατὸν ὀλίγοις χρησάμενον τῶν ἑξῆς, τὴν δὲ ὀξεῖαν ἀδύνατον μὴ ἐπ' ἄλλας μεταβάντα γραμμάς,

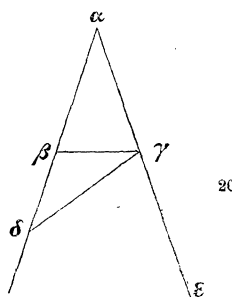
1 *M* in margine: θ̅ *θεώρημα.* 7 *θεωρεῖν G, θεωρῶν C.* 15 *οὐχ* om. *M.* 17 *εἰ καὶ δυνατὸν*] *εἶναι δυνατὸν εἰ G,* corr. *C.* 18 *ἐστιχοτομῆσαι M, ἐστὶ διχοτομῆσαι G.* ‖ *γὰρ* om. *M.* 19 *ἂν* om. *M.* 22 *κατασκευὴν G, παρασκευὴν C.*

αἳ τοῦ μικτοῦ εἰσιν εἴδους. δηλοῦσι δὲ οἱ πρόθεσιν ποιησάμενοι ταύτην τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν τρίχα τεμεῖν. Νικομήδης μὲν γὰρ ἐκ τῶν κογχοειδῶν γραμμῶν, ὧν καὶ τὴν γένεσιν καὶ τὴν τάξιν καὶ τὰ συμπτώματα παραδέδωκεν, αὐτὸς εὑρετὴς ὢν τῆς ἰδιότητος αὐτῶν, πᾶσαν εὐθύγραμμον γωνίαν ἐτριχοτόμησεν. ἕτεροι δὲ ἐκ τῶν Ἱππίου καὶ Νικομήδους τετραγωνιζουσῶν πεποιήκασι τὸ αὐτό, μικταῖς καὶ οὗτοι χρησάμενοι γραμμαῖς ταῖς τετραγωνιζούσαις. ἄλλοι δὲ ἐκ τῶν Ἀρχιμηδείων ἑλίκων ὁρμηθέντες εἰς τὸν δοθέντα λόγον ἔτεμον τὴν δοθεῖσαν εὐθύγραμμον γωνίαν· ὧν τὰς ἐπινοίας δυσθεωρήτους οὔσας τοῖς εἰσαγομένοις παραλείπομεν ἐν τῷ παρόντι. μᾶλλον γὰρ ἂν κατὰ καιρὸν ἐξετάσαιμεν ἴσως ἐν τῷ τρίτῳ βιβλίῳ τοῦ στοιχειωτοῦ τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνοντος. καὶ γὰρ ἐκεῖ ὁ αὐτὸς τρόπος τῆς ζητήσεως μὴ δίχα μόνον, ἀλλὰ καὶ τρίχα τεμεῖν, καὶ ἀπὸ τῶν αὐτῶν γραμμῶν αἱ ἐπιβολαὶ τοῖς παλαιοῖς γεγόνασι τῆς εἰς τρία ἴσα πάσης περιφερείας διαιρέσεως. εἰκότως ἄρα καὶ ὁ μεμνημένος [?] εὐθείας καὶ περιφερείας, τὰ δὲ ἐκ τούτων ὑφιστάμενα κατὰ μίξιν εἴδη δυσεξέλικτα ὄντα καὶ δυσαρίθμητα μὴ περιεργαζόμενος πάσας τὰς τοιαύτας ζητήσεις παρίησιν, ὅσαι τῶν μικτῶν προσδέονται

5 *παρέδωκεν G*, *παραδέδωκεν C*. 8 *εὐπεποιήκασι G*. 9 *καὶ οὗτοι* om. *G*, add. *C*. 11 *δοθεῖσαν* om. *G*, add. *C*. 21—22 ‘merito igitur . . . cum mentionem fecit: circa ea quae’ *Z*. ‘Iure igitur, qui etiam rectae Lineae tantum et Circumferentiae mentionem fecit, solum rectilineum Angulum Circumferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem’ cet. *B*. Additamentum unde sumpserit *B*, nescio; equidem post *ὁ* nomen Euclidis vel similem notionem excidisse puto, post *μεμνημένος* particulam *μὲν*. $B_3 = M$, *G*. 22 *εἴδη*] *ἢ δὴ G*. 24 *παρίεισιν G*, *παρίησιν C*.

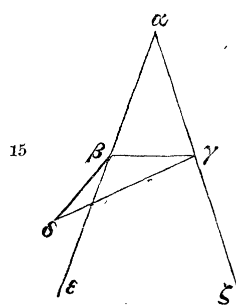
γραμμῶν, ἐπὶ τῶν πρωτίστων καὶ ἁπλουστάτων εἰδῶν καὶ τὰ ἐκ τούτων μόνων ἢ πορίζεσθαι δυνάμενα ἢ θεωρεῖσθαι προτιθεὶς εἰς ζήτησιν· ὁποῖον δὴ καὶ τὸ νῦν προκείμενόν ἐστι πρόβλημα τὸ τὴν δοθεῖσαν || εὐθύγραμμον γωνίαν δίχα τεμεῖν. χρῆται γὰρ ἐν τούτῳ πρὸς μὲν τὴν κατασκευὴν αἰτήματι ἑνὶ καὶ τῷ πρώτῳ καὶ τρίτῳ θεωρήματι, πρὸς δὲ τὴν ἀπόδειξιν τῷ ὀγδόῳ μόνῳ θεωρήματι. δεῖται γὰρ πάντως ἀποδείξεως καὶ τὰ προβλήματα, ὡς καὶ πρότερον εἴπομεν, καὶ τὸ ἐπιστημονικὸν ἀπὸ ταύτης προσλαμβάνει.

Ἴσως δ' ἄν τινες ἐνσταῖεν τῷ γεωμέτρῃ τὸ συνιστάμενον ἰσόπλευρον ἐπ' αὐτοῦ λέγοντες τὴν κορυφὴν οὐκ ἐντὸς ἔχειν τῶν δύο εὐθειῶν, ἀλλ' ἤτοι ἐπὶ τῆς ἑτέρας ἢ καὶ ἐκτὸς ἀμφοτέρων, γίγνεσθαι δὲ σαφὲς τὸ λεγόμενον διὰ τῶν στοιχείων. ἔστω γωνία ἡ ὑπὸ βαγ, ἣν δεῖ διχοτομῆσαι, καὶ ἐπὶ τῆς αβ σημεῖον τὸ β καὶ ἴση τῇ βα ἡ γα καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βγ καὶ ἐπὶ ταύτης ἰσόπλευρον τρίγωνον τὸ βγδ. τοῦτο δὴ τὸ δ σημεῖον ἢ μεταξὺ ἔσται τῶν αβ αγ εὐθειῶν ἢ ἐπὶ τῆς αβ ἢ ἐπὶ τῆς αγ ἢ ἐκτὸς ἑκατέρας. ὁ μὲν οὖν στοιχειωτὴς μεταξὺ ἔλαβεν αὐτό, καὶ διὰ τοῦτο κωλύοντες καὶ τὴν ἀπόδειξιν ἐμποδίζοντές φασιν ἢ ἐπὶ τῆς ἑτέρας αὐτὸ



2 μόνον G. 3 προστιθεὶς G, προτιθείς C. 4 ζητούμενον G, προκείμενον C. 8 τρίτῳ G, ὀγδόῳ C. 16—23 Figuram cum sequente coniunxit B. 21 ἐστὶ G. 24 οἱ κωλύοντες G, οἱ del. not. C.

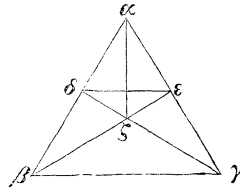
κεῖσθαι τῶν εὐθειῶν ἢ καὶ ἐκτὸς ἀμφοτέρων. κείσθω τοίνυν ἐπὶ τῆς αβ τὸ δ, ὥστε εἶναι ἰσόπλευρον τὸ βγδ. ἴση ἄρα ἡ δβ τῇ δγ καὶ αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι ἡ ὑπὸ γβδ καὶ ἡ ὑπὸ βγδ, μείζων ἄρα ὅλη ἡ ὑπὸ βγε τῆς ὑπὸ γβδ γωνίας. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἡ βα τῇ γα, ἰσοσκελὲς τὸ αβγ καὶ ἴσας ἕξει τὰς ὑπὸ βγ βάσιν. ἴση ἄρα ἡ ὑπὸ βγε τῇ ὑπὸ γβδ. ἦν δὲ καὶ μείζων, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα δύναται ἡ τοῦ ἰσοπλεύρου κορυφὴ ἐπὶ τῆς εὐθείας εἶναι τῆς αβδ. ὁμοίως δείξομεν ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς αγε. κείσθω οὖν ἐκτὸς ἀμφοτέρων, εἰ δυνατόν. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ βδ τῇ γδ, ἴσαι αἱ πρὸς τῇ βάσει ἡ ὑπὸ βγδ καὶ ἡ ὑπὸ γβδ. μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ βγδ τῆς ὑπὸ γβε. πόλλῳ ἄρα μείζων ἡ ὑπὸ βγζ τῆς ὑπὸ γβε. ἀλλὰ καὶ ἴση, εἰ γὰρ ὑπὸ τὴν βγ βάσιν τοῦ αβγ ἰσοσκελοῦς, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα τὸ δ σημεῖον ἔξω κείσεται || κατὰ ταῦτα τὰ μέρη τῶν δύο εὐθειῶν. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι οὐδὲ κατὰ τὰ ἕτερα. καὶ ὁρᾷς πάλιν ὅτι τὸν ἔλεγχον πεποιήμεθα



6 βάσεις *G.* 7 ζβδ *M.* 10 ἐπὶ αγε *G.* 12 καὶ ἡ ὑπὸ γβδ om. *M.* 14 Post γβε addit *M:* μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ βγδ. 15 βγζ] βγδ *M,* 16 ἔστι γὰρ *G.* || βγ] ζγ *M.* 20 δὲ *G,* δὴ *C.*

τῶν ἐνστάσεων προσχρώμενοι τῷ τὰ ἰσοσκελῆ τρίγωνα τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίας ἴσας ἔχειν. τοῦτο ἐκεῖνο, ὃ καὶ πρότερον ἐλέγομεν ὅτι πολλὰ τῶν τῇ ἐπιστήμῃ μαχομένων σαθρὰ καὶ εὐέλεγκτα διὰ τούτου δείκνυται τοῦ θεωρήμα|τος καὶ ὡς ταύτην ἀποπληροῖ τῷ γεωμέτρῃ τὴν χρείαν.

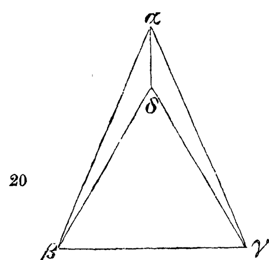
Εἰ δὲ λέγοι τις τόπον μὴ εἰδέναι ὑπὸ τὴν $\overline{\beta\gamma}$ βάσιν, δέον ἔσται συστήσασθαι τὸ ἰσόπλευρον ἐπὶ τὰ αὐτὰ ταῖς $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$. ἀνάγκη τοίνυν ἢ αὐταῖς ταῖς $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$ τὰς συνισταμένας ἐφαρμόζειν, εἴπερ καὶ αὐταὶ ἴσαι τῇ $\overline{\gamma\beta}$, ἢ ἐκτὸς αὐτῶν πίπτειν, εἰ αὐταὶ ἐλάσσους τῆς $\overline{\beta\gamma}$, ἢ ἐντός, εἰ μείζους αἱ $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$ τῆς $\overline{\beta\gamma}$. ἐφαρμοζέτωσαν πρῶτον, καὶ ἰσόπλευρον αὐτὸ τὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$, καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ τὸ $\overline{\delta}$, καὶ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\gamma}$ τῇ $\overline{\alpha\delta}$ ἴση ἀφῃρήσθω ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $\overline{\delta\varepsilon}$, $\overline{\beta\varepsilon}$, $\overline{\gamma\delta}$, $\overline{\alpha\zeta}$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ καὶ ἡ $\overline{\alpha\delta}$ τῇ $\overline{\alpha\varepsilon}$, δύο αἱ $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\varepsilon}$ δυσὶν ἴσαι ταῖς $\overline{\gamma\alpha}$ $\overline{\alpha\delta}$, καὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν περιέχουσιν, ὥστε καὶ πάντα ἴσα πᾶσιν καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\beta\varepsilon}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\gamma\delta}$, ἴση δὲ καὶ ἡ $\overline{\delta\beta}$ τῇ $\overline{\varepsilon\gamma}$ καὶ ἡ $\overline{\beta\varepsilon}$ τῇ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ



2 *τῇ βάσει M, G.* 3 *καὶ* om. *G*, add. *C*. 7 *εἰδέναι*] *εἶναι* B_3, *G*, 'esse' *B*, 'cognoscere' *Z*. 8 *ἔσται*] *δὲ εἶναι* B_3, *G*, 'erit' *B*, *Z*. 10 *ἤπερ C.* 11 *ἢ αὐταὶ C.* 16 *ἀφαιρείσθω G*, *ἀφῃρήσθω C.* 19 $\overline{\beta\alpha}$ *καὶ* $\overline{\alpha\varepsilon}$ *G.* 20 *καὶ* post *ὥστε* om. *G.*

πάντα ἄρα πᾶσιν, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\epsilon\beta}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\epsilon\delta\gamma}$, ὑπὸ γὰρ ταύτας αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσιν. ἴση ἄρα καὶ ἡ $\overline{\delta\zeta}$ τῇ $\overline{\epsilon\zeta}$ διὰ τὸ ἕκτον. ἐπεὶ οὖν ἡ $\overline{\alpha\epsilon}$ ἴση τῇ $\overline{\alpha\delta}$ καὶ ἡ $\overline{\alpha\zeta}$ κοινὴ καὶ ἡ $\overline{\delta\zeta}$ τῇ $\overline{\zeta\epsilon}$ ἴση [?], τέτμηται ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\alpha\epsilon}$ γωνία εἰς ἴσα, ὅπερ ἔδει ποιῆσαι.

εἰ δὲ ἐκτὸς πίπτοιεν τῶν $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$ εὐθειῶν αἱ τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου πλευραί, ἔστωσαν αἱ $\overline{\beta\delta}$ $\overline{\delta\gamma}$ καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ $\overline{\delta\alpha}$ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ το $\overline{\epsilon}$. ἐπεὶ οὖν ἴσαι αἱ $\overline{\beta\delta}$ $\overline{\delta\gamma}$, κοινὴ δὲ ἡ $\overline{\delta\alpha}$, καὶ αἱ $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$ ἴσαι, καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\delta\alpha}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\gamma\delta\alpha}$ διὰ τὸ ὄγδοον. πάλιν ἐπεὶ αἱ $\overline{\beta\delta}$ $\overline{\delta\gamma}$ ἴσαι καὶ ἡ $\overline{\delta\epsilon}$ κοινὴ γωνίας ἴσας περιέχουσιν, ὡς δέδεικται, ἴση καὶ ἡ $\overline{\beta\epsilon}$ τῇ $\overline{\epsilon\gamma}$ βάσει διὰ τὸ τέταρτον. ‖ ἐπεὶ οὖν ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ ἴση καὶ ἡ $\overline{\alpha\epsilon}$ κοινή, καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\epsilon}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\epsilon}$, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



εἰ δὲ ἐντὸς τῶν $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$ πίπτοιεν αἱ τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου πλευραί, ὡς αἱ $\overline{\beta\delta}$ $\overline{\delta\gamma}$, ἐπεζεύχθω πάλιν ἡ $\overline{\alpha\delta}$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ $\overline{\beta\alpha}$ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$

2 ταύταις M, ταύτης G. 4 τῇ $\overline{\alpha\delta}$ om. M. 5 Ante τέτμηται excidit fortasse: καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\alpha\zeta}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\epsilon\alpha\zeta}$ καί. $B_3 = M$. 6 αἱ τοῦ] αὐτοῦ τοῦ G, αἱ τοῦ C. 10 κοινὸν G, κοινὴ C. 14 ὡς] οὐ M. 17 $\overline{\gamma\alpha}$ $\overline{\epsilon\delta}$ M. 21 ἐπεζεύχθωσαν G.

καὶ ἡ $\overline{\alpha\delta}$ κοινή, βάσις δὲ ἡ $\overline{\beta\delta}$ βάσει τῇ $\overline{\gamma\delta}$ ἴση ἐστίν, καὶ ἡ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\delta}$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\delta}$ ἴση διὰ τὸ ὄγδοον. δίχα ἄρα τέμνεται ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ γωνία, ὅπως ἂν συνιστῆται τὸ ἰσόπλευρον.

Ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ ταύτας συνεκεφαλαιωσάμεθα, τῶν ἑξῆς ἐχώμεθα θεωρημάτων τοιοῦτον προστιθέντες περὶ τοῦ δεδόσθαι τὴν γωνίαν ὅτι τετραχῶς δύναται δίδοσθαι· καὶ γὰρ θέσει, ὡς ὅταν λέγωμεν πρὸς τῇδε τῇ εὐθείᾳ καὶ τῷδε τῷ σημείῳ κεῖσθαι τὴν γωνίαν καὶ εἶναι δεδομένην αὐτὴν οὕτως — καὶ εἴδει, οἷον ὅταν ὀρθὴν λέγωμεν ἢ ὀξεῖαν ἢ ἀμβλεῖαν ἢ ὅλως εὐθύγραμμον ἢ μικτήν — καὶ λόγῳ, ὅταν διπλασίαν λέγωμεν τῆςδε καὶ τριπλασίαν ἢ ὅλως μείζονα καὶ ἐλάσσονα — καὶ μεγέθει, ὥσπερ ὅταν τρίτον ὀρθῆς λέγωμεν. ἡ δὲ νῦν κατὰ τὸ εἶδος δέδοται μόνον.

Prop. X, probl. V. *Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τεμεῖν.*

Πρόβλημα καὶ τοῦτο πεπερασμένην μὲν εὐθεῖαν ὑποτιθέμενον, ἐπειδὴ κατ' ἀμφότερα ἄπειρον οὐδαμῶς ἐστιν ὁρίσαι, τῆς δὲ κατὰ θάτερα μόνον ἀπείρου, ὅπουπερ ἂν ληφθῇ σημεῖον, εἰς ἄνισα ἡ τομὴ γίνεται· μείζων γὰρ ἐξ ἀνάγκης ἡ ἐφ' ἃ ἡ ἄπειρος τῆς λοιπῆς πεπερασμένης οὔσης. λείπεται οὖν ἐπ' ἄμφω πεπερασμένην λαμβάνειν τὴν δίχα τέμνεσθαι μέλλουσαν. ἴσως δ' ἄν τινες ἐκ τούτου ‖ κινούμενοι τοῦ προβλή-

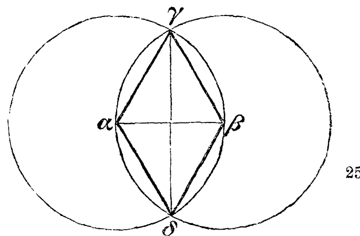
4 *συνίσταται M, G, συνίστηται C.* 8 *ὅτε λέγομεν G.* 9 *τῷ $\overline{\varepsilon}$ G, τῷδε C.* 10 *διδομένην M.* 11 *ὅτε ὀρθὴν λέγομεν G*, corr. *C.* 16 *M* in margine: *προβ. $\overline{\iota}$.* 25 *κοινούμενοι G.*

ματος ὑπονοήσειαν ὅτι προείληπται παρὰ τοῖς γεωμέτραις ὡς ὑπόθεσις τὸ μὴ εἶναι τὴν γραμμὴν ἐξ ἀμερῶν. εἰ γὰρ εἴη, ἢ ἐκ περιττῶν ἐστιν ἡ πεπερασμένη ἢ ἐξ ἀρτίων. ἀλλʼ εἰ ἐκ περιττῶν, ἔοικεν καὶ τὸ ἀμερὲς τέμνεσθαι δίχα τῆς εὐθείας τεμνομένης, ἐπεὶ θάτερον αὐτῆς μέρος ἐκ πλειόνων ἀμερῶν ὑπάρχον ἔσται μεῖζον τοῦ λοιποῦ. οὐκ ἄρα δυνατὸν ἔσται τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν δίχα τεμεῖν, εἴπερ ἐξ ἀμερῶν τὸ μέγεθος. εἰ δὲ μὴ ἐξ ἀμερῶν, ἐπʼ ἄπειρον διαιρεῖται. ἔοικεν οὖν, φασίν, ὡμολογῆσθαι τοῦτο καὶ εἶναι ἀρχὴ γεωμετρικὴ τὸ μέγεθος τῶν εἰς ἄπειρον εἶναι διαιρουμένων. ἡμεῖς δέ γε τὸ τοῦ Γεμίνου πρὸς ταῦτα ἐροῦμεν, ὅτι τὸ μὲν διαιρετὸν εἶναι τὸ συνεχὲς κατὰ κοινὴν ἔννοιαν οἱ γεωμέτραι προλαμβάνουσιν. τοῦτο γὰρ εἶναί φαμεν συνεχὲς τὸ ἐκ μερῶν συνημμένων ὑφεστώς. πάντως δὲ τοῦτο καὶ διαιρεῖσθαι δυνατόν. ὅτι δὲ καὶ ἐπʼ ἄπειρον διαιρεῖται τὸ συνεχὲς οὐ προειλήφασιν ἀλλʼ ἀποδεικνύουσιν ἐκ τῶν οἰκείων ἀρχῶν. ὅταν γὰρ δεικνύωσιν ὅτι ἔστιν τὸ ἀσύμμετρον ἐν τοῖς μεγέθεσι καὶ οὐ πάντα σύμμετρα ἀλλήλοις, τί ἄλλο δεικνύναι φήσει τις αὐτοὺς ἢ ὅτι πᾶν μέγεθος εἰς ἀεὶ διαιρεῖται καὶ οὐδέποτε ἥξομεν εἰς τὸ ἀμερές, ὅ ἐστι κοινὸν μέτρον τῶν μεγεθῶν ἐλάχιστον. τοῦτο οὖν ἀποδεικτόν ἐστιν, ἐκεῖνο δὲ ἀξίωμα, ὅτι πᾶν συνεχὲς διαιρετόν, ὥστε καὶ ἡ πεπερασμένη γραμμὴ συνεχὴς διαιρετή ἐστιν. καὶ ἀπὸ ταύτης τῆς

6 ἐπι θάτερον *M*. 7 ἐστὶ *G*. 10 φησὶν *C*. ‖ ὁμολογεῖσθαι *G*. 11 ἀρχὴν γεωμετρικὴν *G*. 13 ἐνταῦθα *G*, πρὸς ταῦτα *C*. 14 προσλαμβάνουσι *G*. 16 συνημμένον *M*, 'coniunctis' *B*, 'continuis' *Z*. ‖ ὑφεστῶς *M*, ὑφεστός *G*. 17 τὸ ante συνεχὲς om. *G*, add. *C*. 19 ὅτε γὰρ δεικνύουσιν *G*, corr. *C*. 21 φησί *G*, φήσει *C*. 23 ὅτι ἐστι *G*, ὅ ἐστι *C*.

ἐννοίας ὁ στοιχειωτὴς διχοτομεῖ τὴν πεπερασμένην εὐθεῖαν, ἀλλ' οὐχ ὡς προλαμβάνων ὅτι εἰς ἄπειρον διαιρετή ἐστιν. οὐ γὰρ ταὐτὸν διαιρετὸν εἶναί τι καὶ ἐπ' ἄπειρον διαιρετόν. ἐλέγχοιτο δ' ἂν διὰ τοῦ προβλήματος τούτου καὶ ὁ Ξενοκράτειος λόγος ὁ τὰς ἀτόμους εἰσάγων γραμμάς. ὅλως γὰρ εἰ ἔστι γραμμή, ἢ εὐθεῖά ἐστι καὶ δυνατὸν αὐτὴν δίχα τε|μεῖν, ἢ περιφερὴς καὶ μείζων ἐστὶν εὐθείας τινός — πᾶσα γὰρ περιφερὴς πάντως ἔχει τινὰ εὐθεῖαν ἐλάσσονα — ἢ μικτὴ καὶ πολλῷ πλέον αὕτη διαιρετή ἐστιν, εἴπερ ἐξ ἁπλῶν ἐστι διαιρετῶν.

Ἀλλὰ ταῦτα μὲν εἰς ἄλλην ἀναβεβλήσθω θεωρίαν. τέμνει δὲ δίχα τὴν πεπερασμένην εὐθεῖαν ὁ γεωμέτρης εἰς μὲν τὴν κατασκευὴν τῷ πρώτῳ καὶ τῷ ἐνάτῳ χρώμενος, εἰς δὲ τὴν ἀπόδειξιν τῷ τετάρτῳ μόνῳ. διὰ γὰρ τῶν γωνιῶν δείκνυσιν ἴσας τὰς βάσεις. Ἀπολλώνιος δὲ ὁ Περγαῖος τέμνει τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην δίχα τοῦτον τὸν τρόπον. ἔστω, φησίν, ἡ $\overline{αβ}$ εὐθεῖα πεπερασμένη, ἣν δεῖ δίχα τεμεῖν, καὶ κέντρῳ || τῷ $\overline{α}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{αβ}$ γεγράφθω κύκλος, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ $\overline{β}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{βα}$ ἕτερος κύκλος, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς τῶν κύκλων ἡ $\overline{γδ}$. αὕτη δίχα τέμνει τὴν $\overline{αβ}$ εὐθεῖαν.



3 εἶναί τι] ἐστι G, corr. C. 7 διχοτομεῖν C. 9 τινὰ] τὴν G, corr. C. 15 μόνον G, μόνῳ C. 19 ἣν δεῖ δίχα τεμεῖν] ἣν δίχα τεμεῖν μέλλομεν G, corr. C.

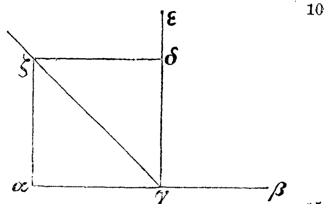
ἐπεζεύχθωσαν γὰρ αἱ $\overline{γα}$ $\overline{γβ}$ — ἑκατέρα γὰρ ἴση τῇ $\overline{αβ}$, κοινὴ δὲ ἡ $\overline{γδ}$, καὶ ἡ $\overline{δα}$ τῇ $\overline{δβ}$ ἴση διὰ τὰ αὐτά· ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{αγδ}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{βγδ}$, ὥστε δίχα τέτμηται ὁ $\overline{αβ}$ διὰ τὸ τέταρτον. τοιαύτη τίς ἐστιν καὶ ἡ κατὰ Ἀπολλώνιον τοῦ προκειμένου προβλήματος ἀπόδειξις, ἀπὸ μὲν τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου καὶ αὐτὴ ληφθεῖσα, ἀντὶ δὲ τοῦ λαβεῖν δίχα τεμνομένην τὴν πρὸς τῷ $\overline{γ}$ γωνίαν δεικνύουσα ὅτι δίχα τέτμηται διὰ τὴν ἰσότητα τῶν βάσεων. πολλῷ δὴ οὖν κρείττων ἡ τοῦ στοιχειωτοῦ ἀπόδειξις καὶ ἁπλουστέρα καὶ ἀπὸ τῶν ἀρχῶν.

Prop. XI, probl. VI. *Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἀπο τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.*

Εἴτε πεπερασμένην κατ' ἀμφότερα τὴν εὐθεῖαν λάβοιμεν, εἴτε κατ' ἀμφότερα ἄπειρον, εἴτε ὡδὶ μὲν ἄπειρον, ὡδὶ δὲ πεπερασμένην καὶ τὸ σημεῖον ἐπ' αὐτῆς, τοῦ γεωμέτρου προχωρεῖ ἡ κατασκευὴ τοῦ προκειμένου προβλήματος. κἂν γὰρ ἐπ' ἄκρας τῆς εὐθείας ᾖ τὸ δοθὲν σημεῖον, προσεκβάλλοντες τὴν εὐθεῖαν τὰ αὐτὰ ποιήσομεν. δῆλον δὲ ὅτι τὸ μὲν σημεῖον ἐνταῦθα τῇ θέσει δέδοται ἐπὶ τῆς εὐθείας κείμενον μοναχῶς κατὰ τὴν θέσιν, ἡ δὲ εὐθεῖα κατὰ τὸ

4 τέμνεται *G*. 8 τέμνεται *G*. 10 καὶ ante ἁπλουστέρα om. *G*. 12 *M* in margine πρβ. $\overline{ια}$. 15—16 Εἴτε πεπερασμένην τὴν εὐθεῖαν λάβοιμεν κατ' ἀμφότερα, εἴτε ἄπειρον *G*. 18 τῷ γεωμέτρῃ προχωρήσει κατασκευὴ *G*, τῷ γεωμέτρῃ προχωρεῖ ἡ *C*. ‖ ἡ ante κατασκευὴ om. *M*. 20 τὸ ante δοθὲν om. *G*, add. *C*. ‖ προεκβάλλοντες *G*, corr. *C*.

εἶδος δέδοται· μέγεθος γὰρ αὐτῆς ἢ λόγος ἢ θέσις οὐκ ἀφώρισται. ὁ μὲν οὖν στοιχειωτὴς τῷ πρώτῳ χρησάμενος θεωρήματι καὶ τῷ τρίτῳ καὶ ἑνὶ τῶν αἰτημάτων καὶ τῷ πρώτῳ καὶ τῷ ὀγδόῳ πρὸς τούτοις θεωρήματι καὶ τῷ ὅρῳ τῆς πρὸς ὀρθὰς δείκνυσι τὸ προκείμενον. εἰ δέ τινες τὸ σημεῖον ἐπ' ἄκρας τῆς εὐθείας τιθέντες ἀξιοῖεν μὴ προσεκβάλλοντας ἡμᾶς ἄγειν ἀπὸ τούτου τὴν πρὸς ὀρθάς, δυνατὸν καὶ τοῦτο δείξομεν. ‖ ἔστω γὰρ $\overline{\alpha\beta}$ καὶ τὸ δοθὲν σημεῖον $\overline{\alpha}$, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ τυχὸν τὸ $\overline{\gamma}$ σημεῖον καὶ ἀπὸ τούτου τῇ $\overline{\alpha\beta}$ πρὸς ὀρθάς, ὡς ἐν τῷ στοιχείῳ μεμαθήκαμεν ἡ $\overline{\gamma\varepsilon}$. καὶ ἴση ἀπὸ τῆς $\overline{\gamma\varepsilon}$ ἀφῃρήσθω τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ ἡ $\overline{\delta\gamma}$ καὶ

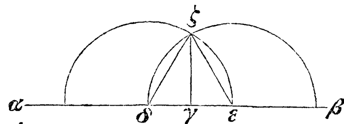


τετμήσθω δίχα ἡ πρὸς τῷ $\overline{\gamma}$ γωνία ὑπὸ τῆς $\gamma\zeta$ καὶ ἀπὸ τοῦ $\overline{\delta}$ τῇ $\overline{\varepsilon\gamma}$ πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα συμπιπτέτω [ἡ $\delta\zeta$] τῇ $\overline{\gamma\zeta}$ κατὰ τὸ $\overline{\zeta}$, καὶ ἀπὸ τοῦ $\overline{\zeta}$ ἐπὶ τὸ $\overline{\alpha}$ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\zeta\alpha}$. λέγω ὅτι ὀρθή ἐστιν ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ γωνία. ἐπεὶ γὰρ ἡ $\overline{\delta\gamma}$ τῇ $\overline{\gamma\alpha}$ ἴση, κοινὴ δὲ ἡ $\overline{\gamma\zeta}$ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν — δίχα γὰρ τέτμηται ἡ πρὸς τῷ $\overline{\gamma}$ γωνία —, καὶ ἡ $\overline{\delta\zeta}$ τῇ $\overline{\zeta\alpha}$ ἴση, καὶ πάντα ὁμοίως πᾶσιν διὰ τὸ τέταρτον, ὥστε καὶ ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ τῇ πρὸς

1 δίδοται *G*. 10 σημεῖον τὸ $\overline{\gamma}$ *G*. 15 ἡ $\overline{\delta\gamma}$ om. *G*, add. *C*. 18 ἡ $\delta\zeta$ ego addidi; om. *M*, B_3, *G*, *B*, *Z*. ‖ ἀπὸ τοῦ $\overline{\zeta}$] ἀπὸ τῆς $\overline{\zeta\varepsilon}$ *M*. 19 πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$] πρὸς τὸ $\overline{\gamma}$ *G*, corr. *C*. 21 τέμνεται *G*.

τῷ δ. ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ πρὸς τῷ α. δέδεικται μὲν οὖν τὸ προβληθέν· ὁ δὲ στοιχειωτὴς οὐδὲν δεῖται τῆς ἐπινοίας ταύτης. ἐπέταξεν γὰρ πρὸς ὀρθὰς γωνίας ἀγαγεῖν γραμμήν, ἀλλ' οὐ πρὸς μίαν ὀρθήν· δεῖ οὖν μὴ ἐπ' ἄκρας τῆς εὐθείας λαμβάνειν τὸ σημεῖον, ἵνα ἡ ἀγομένη εὐθεῖα γωνίας ποιῇ πρὸς τὴν ὑποκειμένην εὐθεῖαν, ἀλλὰ μὴ μίαν γωνίαν.

Ἀπολλώνιος δὲ τὴν πρὸς ὀρθὰς ἄγει τὸν τρόπον τοῦτον. ἐπὶ τῆς αγ τυχὸν τὸ δ, καὶ ἀπὸ τῆς γβ ἴση τῇ γδ ἡ γε, καὶ κέντρῳ τῷ δ, τῷ δὲ εδ διαστήματι γεγράφθω κύκλος, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ ε, διαστήματι δὲ τῷ δε κύκλος γεγράφθω, καὶ ἀπὸ τοῦ ζ ἐπὶ τὸ γ ἤχθω [ἡ ζγ], λέγω ὅτι αὕτη ἐστὶν ἡ πρὸς ὀρθάς. ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῶσιν αἱ ζδ ζε, ἴσαι ἔσονται· ἴσαι δὲ καὶ αἱ δγ γε καὶ κοινὴ ἡ ζγ, ὥστε καὶ αἱ πρὸς τῷ γ γωνίαι ἴσαι διὰ τὸ ὄγδοον. ὀρθαὶ ἄρα εἰσίν.



Πάλιν οὖν ὁρᾷς, ὅτι || ποικιλωτέρα ἡ ἀπόδειξις αὕτη τῆς παρὰ τῷ στοιχειωτῇ ἡ καὶ προσδεηθεῖσα τῆς τῶν κύκλων γραφῆς, ἐξὸν αὐτόθεν ἐπὶ τῆς δε γράψαι τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον καὶ δεῖξαι τὸ προκείμενον. πάντα γὰρ τὰ ἄλλα κοινὰ ταῖς ἀποδείξεσίν ἐστιν. τὴν

4 *δεῖ οὖν μὴ*] *δεῖ οὖν καὶ G*, corr. *C*. 10 *διαστήματι δὲ τῷ εδ G*. 15 *ἡ ζγ* ego addidi; om. *M*, B_3, *G*, *B*, 'recta linea fc' *Z*. 17 *καὶ* ante *κοινὴ* om. *M*. 21 *αὕτη τῇ G*, corr. *C*. || *ἢ καὶ G*, *ἡ καὶ C*. || *προδεηθεῖσα G*. 22 *ἐξὸν*] *ἐξ ὧν M*, *C*.

δὲ διὰ τοῦ ἡμικυκλίου δεῖξιν οὐδὲ λέγειν ἄξιον. πολλὰ γὰρ προλαμβάνει τῶν ὕστερον καὶ τῆς ἐν τῇ στοιχειώσει τάξεως ἀποπίπτει παντελῶς.

Prop. XII, probl. VII. *Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὅ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.*

Τοῦτο τὸ πρόβλημα πρῶτον Οἰνοπίδης ἐζή|τησεν χρήσιμον αὐτὸ πρὸς ἀστρολογίαν οἰόμενος. ὀνομάζει δὲ τὴν κάθετον ἀρχαϊκῶς κατὰ γνώμονα, διότι καὶ ὁ γνώμων πρὸς ὀρθάς ἐστι τῷ ὁρίζοντι. τῆς δὲ πρὸς ὀρθὰς ἡ κάθετός ἐστιν αὕτη διαφέρουσα τῇ σχέσει μόνον, κατὰ τὸ ὑποκείμενον ἀδιάφορος οὖσα, ὥσπερ φασὶ καὶ ἡ κάθοδος. διττὴ δ' αὖ κάθετός ἐστιν, ἡ μὲν ἐπίπεδος, ἡ δὲ στερεά. καὶ ὅταν μὲν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ᾖ τὸ σημεῖον, ἀφ' οὗ ἡ κάθετος, καὶ ἡ εὐθεῖα, ἐπίπεδος λέγεται κάθετος, ὅταν δὲ μετέωρον τὸ σημεῖον καὶ ἔξω τοῦ ὑποκειμένου ἐπιπέδου, στερεά. καὶ ἡ μὲν ἐπίπεδος πρὸς εὐθεῖαν ἄγεται, ἡ δὲ στερεὰ πρὸς ἐπίπεδον. διὸ καὶ ἀναγκαῖον ἐκείνην οὐ πρὸς μίαν εὐθεῖαν ποιεῖν γωνίας ὀρθάς, ἀλλὰ πρὸς πάσας τὰς ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ. πρὸς γὰρ το ἐπίπεδον ἦν ἠγμένη κάθετος. ἐν τούτῳ τοίνυν ἡ στοιχειωτὴς τῷ προβλήματι κάθετον ἄγειν ἐπίπεδον προ-

4 *M* in margine: πρβ. $\overline{\iota\beta}$. 5 δοθέντος om. *G*. 11 αὕτη] ταύτη B_3, *G*, ταυτὴ *C*, 'eadem' *B*, 'haec' *Z*. 13 ὥσπερ φησὶ καὶ ἡ κάθετος *G*, ὥσπερ φασὶ καὶ ἡ κάθοδος B_3, *C*, 'quemadmodum (inquit ipse) et Gnomon' *B*, 'sicut etiam ipsam perpendicularis indicat' *Z*. 14 ὅτε *G*, ὅταν *C*. 15 κάθετος εὐθεῖα B_3, *G*, κάθετος καὶ εὐθεῖα *M*, 'Perpendicularis recta linea' *B*, *Z*. 16 ὅτε *G*, ὅταν *C*. 21 Post ἐπιπέδῳ *M* addit γωνίας.

τίθεται. πρός τε γὰρ εὐθεῖαν ἡ ἀγωγὴ προτίθεται καὶ ὡς ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ πάντων ὑποκειμένων ὁ λόγος πρόεισιν.

Ἐπὶ μὲν οὖν τῆς πρὸς ὀρθάς, ἐπειδὴ τὸ σημεῖον ἐπ' αὐτῆς εἴληπτο τῆς εὐθείας, οὐδὲν ἐδεόμεθα τῆς ἀπειρίας, ἐπὶ δὲ τῆς καθέτου τὴν δοθεῖσαν ἄπειρον ὑποτίθεται, ἐπειδὴ τὸ σημεῖον, ἀφ' οὗ κάθετος ἀχθήσεται, ἔξω που κεῖται τῆς εὐθείας. εἰ γὰρ μὴ ἦν ἄπειρος, ἐξῆν οὕτω τὸ σημεῖον λαβεῖν, ὥστε ἔξω μὲν εἶναι τῆς δοθείσης, ἐπ' εὐθείας δὲ ταύτῃ κείμενον ὡς ἐκβαλλομένην τὴν εὐθεῖαν ἐπ' αὐτὸ πίπτειν, καὶ οὐ προεχώρει τὸ πρόβλημα. διὸ ἄπειρον ἔθετο τὴν εὐθεῖαν, ἐὰν ἐφ' ἑκάτερα αὐτῆς μόνως λαμβάνηται τὸ σημεῖον, μηδαμοῦ χώρας ὑπολειπομένης αὐτῷ, καθ' ἣν ἐπ' εὐθείας ἔσται τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, εἰ μὴ μέλλοι πρὸς αὐτῇ κείσεσθαι καὶ οὐκ ἔξω αὐτῆς.

Ἄπειρος μὲν οὖν ἡ εὐθεῖα δέδοται διὰ ‖ τοῦτο, ἐφ' ἣν ἡ κάθετος ἀχθήσεται· πῶς δὲ ὅλως ὑπόστασιν ἔχει τὸ ἄπειρον, ἄξιον θεωρῆσαι. δῆλον γὰρ ὅτι εὐθείας ἀπείρου οὔσης ἔσται καὶ ἐπίπεδον ἄπειρον, καὶ ταῦτα κατ' ἐνέργειαν, εἴπερ ἔσται τὸ προβληθέν. ὅτι μὲν οὖν ἐν τοῖς αἰσθητοῖς οὐδέν ἐστι μέγεθος ἄπειρον κατ' οὐδεμίαν διάστασιν, ἱκανῶς ὅ τε δαιμόνιος Ἀριστοτέλης καὶ οἱ ἀπ' αὐτοῦ παραδεξάμενοι τὴν φιλοσοφίαν δεικνύουσιν. οὔτε γὰρ τὸ κύκλῳ κινούμενον ἄπειρον εἶναι ἐνδέχεται οὔτε τῶν ἄλλων

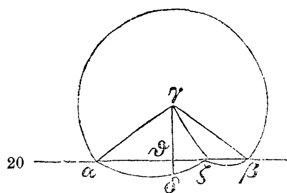
1 τε om. *G*, add. *C*. ‖ ἡ] ἦν *M*. 5 εἴληπται *G*, εἴληπτο *C*. ‖ ἐνδεόμεθα *G*, ἐδεόμεθα *C*. 10 δὲ om. *M*, *G*. 15 μέλλει *C*. 16 κεῖσθαι *G*, κείσεσθαι *C*. 17 μὲν om. *G*, add. *C*. 21 ἔσται] ἐστὶ *G*. 23—25 ἱκάνως ... δεικνύουσι om. *G*, qui voce φανερόν sententiam complet. Omissa verba addit *C*. 23 ὅ τε] ὅτε καὶ ὁ *C*.

σωμάτων τῶν ἁπλῶν οὐδέν. ἔστι γὰρ ἑκάστου τόπος ὡρισμένος. ἀλλὰ μὴν οὐδὲ ἐν τοῖς χωριστοῖς καὶ ἀμερέσι λόγοις εἶναι τὸ τοιοῦτον ἄπειρον δυνατόν. εἰ γὰρ μηδὲ διάστασίς ἐστιν ἐν ἐκείνοις μήτε μέγεθος, σχολή, εἰ ἄπειρον εἴη μέγεθος. λείπεται δὴ οὖν ἐν τῇ φαντασίᾳ τὸ ἄπειρον ὑφίστασθαι μόνον οὐ νοούσης τὸ ἄπειρον τῆς φαντασίας. ἅμα γὰρ νοεῖ καὶ μορφὴν ἐπάγει τῷ νοουμένῳ καὶ πέρας, καὶ τῇ νοήσει τὴν τοῦ φαντάσματος ἵστησι διέξοδον, καὶ διέξεισιν αὐτὸ καὶ περιλαμβάνει. οὐ νοούσης τοίνυν ἐστὶν τὸ ἄπειρον ἀλλ' ἀορισταινούσης περὶ τὸ νοούμενον καὶ μὴ νοούσης μᾶλλον καί, ὅσον ἀκαταμέτρητον ἀφίησι καὶ ἀπερίληπτον νοήσει, τοῦτο ἄπειρον λεγούσης. ὥσπερ γὰρ τὸ σκότος τῷ μὴ ὁρᾶν ἡ ὄψις γινώσκει, οὕτως ἡ φαντασία τὸ ἄπειρον τῷ μὴ νοεῖν. γεννᾷ μὲν οὖν αὐτὸ τῷ δύναμιν ἔχειν ἀμερῆ προϊέναι δυναμένην ἀκαταλήκτως, νοεῖ δὲ ὡς ὑποστὰν ὅτι μὴ νοεῖ τὸ ἄπειρον. ὃ γὰρ ἀφῆκεν ὡς ἀδιεξίτητον, τοῦτο ἄπειρον λέγει, ὥστε τὴν ἄπειρον γραμμὴν τὴν δοθεῖσαν ἐν τῇ φαντασίᾳ θέμενοι, καθάπερ δὴ καὶ τὰ ἄλλα πάντα γεωμετρίας εἴδη, τὰ τρίγωνα, τοὺς κύκλους, τὰς γωνίας, τὰς γραμμάς, οὐ θαυμασόμεθα, πῶς κατ' ἐνέργειαν ἄπειρός ἐστι γραμμὴ καὶ προστίθησιν ἀορισταίνουσα ταῖς ὡρισμέναις νοήσεσιν. ἡ δὲ διάνοια, παρ' ἧς οἱ λόγοι καὶ αἱ ἀποδείξεις, οὐ πρὸς τὴν ἐπιστήμην χρῆται τῷ ἀπείρῳ — τὸ γὰρ ἄπειρον ὅλως ἐπιστήμη

5 *σχολή, εἰ*] *σχολῇ γ' ἂν* B_3, *G*, *σχολῆς γ' ἂν C*, 'multo minus' *B*, 'nullatenus' *Z.* ‖ *δὴ*] *δὲ C.* 8 *τὴν* om. *G*, add. *C.* 9 *αὐτὸς G.* 13 *ἀπέριπτον C.* 14 *ἡ* ante *ὄψις* om. *G*, add. *C.* 17 *ἀκαταλάκτως C.* ‖ *νοεῖ δὲ*] *νοείτω δὲ M.* ‖ *μὴ νοεῖν M.* 22 *θαυμαζόμεθα G.* 26 *χρῶνται M, C.*

περιληπτὸν οὐκ ἔστιν — ἀλλ' ἐξ ὑποθέσεως παραλαβοῦσα τῷ πεπερασμένῳ μόνῳ χρῆται πρὸς τὴν ἀπόδειξιν, καὶ οὐ τοῦ ἀπείρου ἕνεκα τὸ ἄπειρον ἀλλὰ τοῦ πεπερασμένου λαμβάνει, ἐπεί, εἴ γε δοίης αὐτῇ, μήτε ἐπ' εὐθείας κεῖσθαι τῇ πεπερασμένῃ τὸ δοθὲν σημεῖον, μήτε οὕτως ἀφεστάναι τῆς εὐθείας, ὥστε μηδὲν μέρος αὐτῆς ὑποκεῖσθαι τῷ σημείῳ, οὐδὲν ἔτι τοῦ ἀπείρου δεήσεται. ἵν' οὖν τῇ πεπερασμένῃ χρωμένη ἀνελέγκτως χρήσηται καὶ ἀναμφισβητήτως, εἶναι τὸ ἄπειρον ὑποτίθεται τῇ τῆς φαντασίας ‖ ἀοριστίᾳ τῆς τοῦ ἀπείρου γενέσεως ὑποβάθρᾳ χρωμένη.

Περὶ μὲν οὖν τῆς ὑποθέσεως τοῦ ἀπείρου τοσαῦτα πρὸς τὸ παρὸν ἀρκέσει. μετὰ δὲ ταῦτα χωρῶμεν ἐπὶ τὰς ἐνστάσεις τὰς πρὸς τὴν κατασκευὴν τοῦδε τοῦ προβλήματος. εἰλήφθω γάρ, φασίν, εὐθείας οὔσης ἀπείρου τῆς $\overline{\alpha\beta}$ καὶ σημείου δοθέντος, ἀφ' οὗ δεῖ τὴν κάθετον ἀγαγεῖν, τοῦ $\overline{\gamma}$ ἐπὶ θάτερα σημεῖον τὸ $\overline{\delta}$, καθά φησιν ὁ γεωμέτρης, ἀλλ' ὁ κύκλος ὁ τέμνων τὴν $\overline{\alpha\beta}$ εὐθεῖαν κατά τε τὸ $\overline{\alpha}$ καὶ τὸ $\overline{\beta}$ καὶ τὸ $\overline{\zeta}$ θέσιν ἐχέτω τὴν ὑπογεγραμμένην. πρὸς δὴ τοῦτον τὸν λόγον ἐροῦμεν ὅτι ἀδύνατα λέγει. τετμήσθω γὰρ δίχα ἡ $\overline{\alpha\beta}$ κατὰ τὸ $\overline{\vartheta}$ καὶ

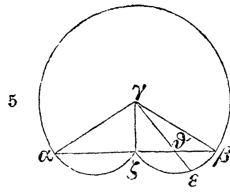


1 παραλαμβάνουσα *G*. 6 οὕτως om. *G*, add. *C*. 8 χρωμένῃ *M*, *G*. 9 χρήσεται *M*, *C*. ‖ ἀμφισβητήτως *M*, ἀναμφισβήτητος *G*, ἀναμφισβητήτως *C*. 15 φησιν *G*. 17 δεῖ] δὴ *M*. 18 θάτερον *G*. 22 τὸ $\overline{\alpha}$ καὶ τὸ $\overline{\beta}$] τὸ $\overline{\alpha\beta}$ *G*. 23 ἀδύνατον *G*.

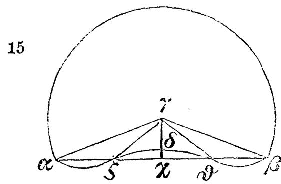
ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\gamma\vartheta}$ καὶ ἐκβεβλήσθω μέχρι τῆς περιφερείας, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $\overline{\gamma\alpha}$ $\overline{\gamma\beta}$. | ἐπεὶ οὖν αὗται ἐκ κέντρου, καὶ ἡ $\overline{\alpha\vartheta}$ τῇ $\overline{\vartheta\beta}$ ἴση, κοινὴ δὲ ἡ $\overline{\gamma\vartheta}$, πάντα ἴσα πᾶσιν. ὀρθὰς ἄρα ποιεῖ πρὸς τῷ $\overline{\vartheta}$ γωνίας ἡ $\overline{\gamma\vartheta}$. πάλιν ἐπεὶ ἡ $\overline{\gamma\alpha}$ $\overline{\gamma\beta}$ ἴσαι, γωνίας ἴσας ποιοῦσι πρὸς τοῖς $\overline{\alpha}$ καὶ $\overline{\beta}$ σημείοις. ἀλλὰ καὶ ἡ $\overline{\gamma\alpha}$ τῇ $\overline{\gamma\zeta}$ ἴση, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\zeta}$ ἴση τῇ ὑπὸ [$\overline{\gamma\zeta\alpha}$, καὶ ἡ $\overline{\gamma\beta}$ τῇ $\overline{\gamma\zeta}$ ἴση, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\zeta\beta}$ ἴση τῇ ὑπὸ] $\overline{\gamma\beta\zeta}$. ἐπεὶ οὖν αἱ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ καὶ $\overline{\beta}$ ἴσαι, καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\zeta\alpha}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\gamma\zeta\beta}$ ἴση, καί εἰσιν ἐφεξῆς, ὀρθαὶ ἄρα εἰσίν. ἐστὶν δὲ ὀρθὴ καὶ ἑκατέρα τῶν πρὸς τῷ $\overline{\vartheta}$, ἴση ἄρα ἡ $\overline{\gamma\vartheta}$ τῇ $\overline{\gamma\zeta}$, ἀλλὰ καὶ ἡ $\overline{\gamma\zeta}$ τῇ $\overline{\gamma\delta}$ ἴση — ἐκ κέντρου γάρ — ἡ ἄρα $\overline{\gamma\vartheta}$ τῇ $\overline{\gamma\delta}$ ἴση, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κατ' ἄλλο σημεῖον ὁ κύκλος τέμνει τὴν $\overline{\alpha\beta}$ εὐθεῖαν. εἰ δὲ λέγοι τις ὅτι ὁ γραφόμενος κύκλος κατὰ τὸ $\overline{\zeta}$ διχοτομείτω τὴν $\overline{\alpha\beta}$, πάλιν τὸ αὐτὸ δείξομεν ἀδύνατον. γεγράφθω γὰρ καὶ ἡ $\overline{\zeta\beta}$ δίχα τετμήσθω κατὰ τὸ $\overline{\vartheta}$.

2 $\overline{\gamma\alpha}$ $\overline{\gamma\beta}$] 'ca, cb, cf' *B*. ‖ Post $\overline{\gamma\beta}$ addunt *M*, *G*: καὶ ἡ $\overline{\alpha\vartheta}$ τῇ $\overline{\vartheta\beta}$ ἴση κοινὴ ἡ γϑ καὶ ἐκβεβλήσθω μέχρι τῆς περιφερείας. 6 ἴση post $\overline{\gamma\zeta}$ om. *G*, add. *C*. B_3 = *M*. 7—8 $\overline{\gamma\zeta\alpha}$ .... τῇ ὑπὸ om. *M* (*Z*), καὶ ἡ $\overline{\gamma\beta}$ ... τῇ ὑπὸ $\overline{\gamma\beta\zeta}$ om. *G*. 'Similiter Angulus cbf Angulo cfb' *B*. 9 αἱ ante πρὸς om. *G*, add. *C*. 11 ἡ ἑκατέρα *G*, καὶ ἑκατέρα *C*. 12 ἐκ κέντρου γάρ — ἡ ἄρα $\overline{\gamma\vartheta}$] ἐστὶν ἡ $\overline{\gamma\vartheta}$ ἄρα *G*. 14 εἰ γὰρ *G*, εἰ δὲ *C*. 17 γεγράφθωσαν *G*, γεγράφθω *C*. ‖ τεμνέσθω *G*, τετμήσθω *C*.

ἐπεὶ οὖν ἴσαι αἱ αζ ζβ, κοινὴ δὲ ἡ γζ, καὶ βάσις ἡ γα τῇ γβ ἴση, πάντα ἴσα ‖ πᾶσιν, ὥστε ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ ζ γωνίαι. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἡ ζθ τῇ θβ καὶ κοινὴ ἡ γθ, ἐπιζευχθεῖσα δὲ ἡ γζ βάσις ἴση τῇ γβ — ἐκ κέντρου γάρ — ὀρθαί εἰσιν αἱ πρὸς τῷ θ γωνίαι. ἴσαι γάρ εἰσι καὶ ἐφεξῆς. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἑκατέρα τῶν ὑπὸ γζθ γθζ, ἴση ἐστὶν ἡ γζ τῇ γθ. ἀλλὰ ἡ γζ τῇ γε ἴση — ἐκ κέντρου γάρ εἰσιν — ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ γθ τῇ γε, ὅπερ ἀδύνατον. λείπεται δὴ τὴν τρίτην ἔνστασιν διελθεῖν. τεμνέτω γάρ, φασίν, ὁ γραφόμενος κύκλος τὴν εὐθεῖαν κατά τε τὰ α β καὶ κατὰ τὰ ζ θ σημεῖα.



τεμόντες οὖν ἡμεῖς δίχα τὴν αβ κατὰ τὸ κ καὶ ἐπιζεύξαντες τὰς γα γζ γκ γβ δείξομεν τὸ ἀδύνατον. ἐπεὶ γὰρ ἴσαι αἱ ακ κβ καὶ κοινὴ ἡ γκ καὶ αἱ βάσεις αἱ γα γβ ἴσαι [ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ κ], καὶ αἱ πρὸς τοῖς α β γωνίαι ἴσαι. ἀλλὰ ἴση ἑκατέρα [τῶν γα γβ] τῇ γζ· ὀρθαὶ ἄρα καὶ αἱ πρὸς τῷ ζ — ἴσαι γάρ εἰσιν



5 δὲ] καὶ *G*. 6 ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν *G*. 11 δὴ] δὲ *G*. 14 τέμνοντες *G*. 16 γβ om. *G*, *C*. 19 ὀρθαὶ αἱ πρὸς τῷ κ om. *M*, B_3, *G* (*Z*), 'qui ad a b Signa, aequales sunt, qui autem ad Signum k, recti'. *B*. 20 τῶν γα γβ om. *M*, B_3, *G*, *B*, *Z*.

ἐφεξῆς οὖσαι — ἴση ἄρα ἡ $\overline{\gamma\zeta}$ τῇ $\overline{\gamma\kappa}$· ὀρθὰς γὰρ ὑποτείνουσιν. ἀλλὰ ἡ $\overline{\gamma\zeta}$ ἴση ἐστὶν τῇ $\overline{\gamma\delta}$ — ἐκ κέντρου γάρ εἰσιν — ἡ ἄρα $\overline{\gamma\delta}$ τῇ $\overline{\gamma\kappa}$ ἴση ἐστίν, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα δυνατὸν οὔτε καθ' ἓν σημεῖον οὔτε κατὰ δύο ἄλλα τὸν γραφόμενον κύκλον τέμνειν τὴν $\overline{\alpha\beta}$ εὐθεῖαν παρὰ τὰ $\overline{\alpha}$ $\overline{\beta}$ σημεῖα.

Αἱ μὲν οὖν ἐνστάσεις αὗται· εἰσὶν δὲ καὶ πτώσεις τῆς τοῦ προβλήματος κατασκευῆς, ἃς δεῖ χωρίζειν ἀπὸ τῶν ἐνστάσεων. οὐ γὰρ ταὐτὸν πτῶσις καὶ ἔνστασις, ἀλλ' ἡ μὲν τὸ αὐτὸ δείκνυσιν ἄλλως, ἡ δὲ εἰς ἀτοπίαν ἐπάγει τὸ ἐνιστάμενον. οἱ δὲ ἐξηγηταὶ μὴ διακρίνοντες ταῦτα ἀπ' ἀλλήλων, πάντα φέρουσιν εἰς ταὐτὸ καί εἰσιν ἄδηλοι, πότερον πτώσεις ἡμῖν ἢ ἐνστάσεις ἐπαγγέλλονται γράφειν. ἡμεῖς οὖν διελόμενοι χωρὶς μετὰ τὰς ἐνστάσεις τὰς πτώσεις συνάγομεν. ἔστω οὖν εὐθεῖα ἄπειρος ἡ $\overline{\alpha\beta}$, τὸ δὲ δοθὲν σημεῖον τὸ $\overline{\gamma}$. λέγει οὖν τις ὅτι οὐκ ἔστιν τόπος ἐπὶ θάτερα τῆς εὐθείας, ἀλλ' ἐφ' ἃ κεῖται τὸ [$\overline{\gamma}$. ‖ λαβόντες οὖν ἐπὶ τῆς εὐθείας] σημεῖον τὸ $\overline{\delta}$ κέντρῳ τῷ $\overline{\gamma}$ καὶ διαστήματι τῷ $\overline{\gamma\delta}$ κύκλου περιφέρειαν γράψομεν τὴν

1 ὀρθαὶ *M*. 5 ἀλλὰ *M*, * ἀλλὰ *G*. 14 ἀπαγγέλλονται *G*, ἐπαγγέλλονται *C*. 15 τὰς πτώσεις om. *M*, *C*. 17 δὲ ante δοθὲν om. *M*. 21—22 $\overline{\gamma}$ . . . . εὐθείας om. *M*, B_3, *G* (*Z*); 'ubi Signum c iacet. Sumentes igitur in ipsa ab recta Linea Signum d' *B*. 22 τὸ $\overline{\delta}$ om. B_3. 23 γράφομεν τῇ *G*, γράψομεν τὴν *C*.

δεζ καὶ τεμόντες δίχα κατὰ τὸ θ τὴν δζ ἐπιζεύξομεν τὰς γδ γθ γζ· ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ δθ τῇ θζ, κοινὴ δὲ ἡ γθ καὶ ἡ γδ τῇ γζ ἴση — ἐκ κέντρου γάρ —, αἱ πρὸς τῷ θ ἄρα γωνίαι ἴσαι εἰσὶν ἐφεξῆς, ὀρθαὶ ἄρα εἰσίν· κάθετος ἄρα ἡ γθ ἐπὶ τὴν δζ. καὶ μὴν καὶ εἴ τις λέγοι τὸν γραφόμενον κύκλον μὴ τέμνειν τὴν αβ εὐθεῖαν, ἀλλ' ἐφάπτεσθαι ὡς τὸν δε, λαβόντες ἐξωτέρω σημεῖον τὸ ε κέντρῳ τῷ γ χρώμενοι καὶ διαστήματι τῷ γε ὥσπερ ἐπὶ τοῦ λεχθέντος ἕξομεν τὸ ζητούμενον.

Τοσαῦτα καὶ περὶ τῶν τοῦ προβλήματος πτώσεων εἰρήσθω γυμνασίας ἕνεκα τῶν ἐντυγχανόντων· εἰ δὲ δεῖ καὶ θεωρίαν προσθεῖναι τοῖς δύο τούτοις προβλήμασιν, ἔοικεν ἡ μὲν πρὸς ὀρθὰς ἀναγομένη μιμεῖσθαι ζωὴν αἰρομένην εἰς ὕψος ἀπὸ τῶν κοιλοτέρων καὶ ἀχράντως ἀνιοῦσαν καὶ μένουσαν ἄκλιτον πρὸς τὰ χείρονα, ἡ δὲ κάθετος ζωῆς μὲν εἰκὼν εἶναι κατιούσης τὴν κάθοδον καὶ τῆς κατὰ γένεσιν ἀοριστίας οὐκ ἀναπιμπλαμένης. ἡ γὰρ ὀρθὴ γωνία τῆς ἀκλινοῦς ἐστι καὶ τῇ ἰσότητι καὶ τῷ ὅρῳ καὶ τῷ πέρατι συνεχομένης

1 τέμνοντες G. 3 ἡ γθ τῇ γδ G, corr. C. 4 ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν ἐφεξῆς G, ἀλλήλαις del. not. C. 6 λέγει C. 9 ἐξ ἑτέρω G, ἐξωτέρω C. 18 αἱρουμένην M, ἠρομένην G, αἱρομένην C. 19 ἄλικτον G, ἄκλιτον C. 20 κατιούσης] καὶ κρατοῦσα (κατιοῦσα) H_2 p. 269. 21 ἀναπιπλαμένης M.

ἐνεργείας σύμβολον, ὅθεν δὴ καὶ ὁ Τίμαιος τὸν θατέρου κύκλον τὸν τοὺς λόγους ἔχοντα τῶν αἰσθητῶν ἐπὶ τῆς θείας ψυχῆς ὀρθὸν προσείρηκεν. ἐπὶ γὰρ τῶν ἡμετέρων κλᾶται παντοίας κλάσεις καὶ διαστροφὰς ὑπομένει ποικίλας ἀπὸ τῆς γενέσεως, ἐπὶ δὲ τῶν ὅλων ἄχραντος καὶ ἀρρεπὴς ἵδρυται πρὸ τῶν αἰσθητῶν. εἰ δὲ καὶ ἡ εὐθεῖα ἡ ἄπειρος σύμβολόν ἐστιν τῆς γενέσεως ὅλης τῆς ἀπείρως καὶ ἀορίστως κινουμένης καὶ αὐτῆς τῆς ὕλης τῆς μηδένα ὅρον μηδὲ μορφὴν λαχούσης, τὸ δὲ ἔξω κείμενον σημεῖον τῆς ἀμεροῦς οὐσίας καὶ τῶν ἐνύλων ἐξῃρημωμένης εἰκόνα φέροι, πάντως που καὶ ἡ ἀγομένη κάθετος ἀπομιμοῖτο ἂν τὴν ἐκ τοῦ ἑνὸς καὶ ἀμερίστου προϊοῦσαν ζωὴν ἀχράντως εἰς τὴν γένεσιν. εἰ δὲ καὶ οὐκ ἄλλως δείκνυται οὖσα ἡ κάθετος ἢ ἀπὸ τῶν κύκλων, ἔχοι ἂν ἔνδειξιν καὶ τοῦτο ‖ τῆς διὰ τὸν νοῦν ταῖς ζωαῖς ὑπαρχούσης ἀρρεψίας. αὐτὴ μὲν οὖν καθ' ἑαυτὴν ἡ ζωὴ ἅτε κίνησις οὖσα ἀόριστός ἐστιν, ὁρίζεται δὲ καὶ ἀχράντου πληροῦται δυνάμεως νοῦ μετασχοῦσα καὶ νῷ συμπροϊοῦσα.

| Prop. XIII, theor. VI. *Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθάς, ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.*

Πάλιν ἐπὶ τὰ θεωρήματα μεταβέβηκεν ἑπόμενος τοῖς διὰ τῶν προβλημάτων δεδειγμένοις. ἐπεὶ γὰρ

1 *ὅτι C.* 3 *ὀρθὴν προσείρηκεν C.* 4 *κλύσεις C.* 6 *ἡ δὲ G, εἰ δὲ C.* 7 *γενέσεως] γνώσεως* H_2 p. 269. 11 *ἐξῃρημένης G, ἐξῃρημωμένης C.* ‖ *φέρει G.* 12 *κάθοδος C.* ‖ *ἀποτιμοῖτο G, ἀπομιμοῖτο C.* 16 *ὑπαρχούσης G, ὑπαρχούσαις M, C.* ‖ *ἀρρεψίαις C.* 19 'unaque cum Mente progrediens' et in margine 'Mentique adhaerens' *B*, 'cum intellectu procedat' *Z*. $B_3 = M, G$. 20 *M* in margine *θεωρ. ιγ̅.*

ἦκται κάθετος ἐπὶ εὐθεῖαν καὶ πρὸς ὀρθάς, ἑπόμενον ἦν ζητῆσαι, εἰ μὴ κάθετος εἴη, τίνας ποιήσει γωνίας καὶ πῶς ἐχούσας πρὸς τῇ εὐθείᾳ ἡ ἐπ᾽ αὐτῆς σταθεῖσα. τοῦτο τοίνυν καθόλου δείκνυσιν, ὅτι πᾶσα εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας τινὸς σταθεῖσα καὶ ποιοῦσα γωνίας ἢ δύο ποιεῖ ὀρθάς, εἰ ἀπαρέγκλιτος αὐτῆς ἡ στάσις εἴη καὶ ἀρρεπὴς ἐφ᾽ ἑκάτερα, ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας, εἰ τῇ μὲν ἐπικλίνοιτο, τῇ δὲ πλέον ἀφεστήκοι τῆς ὑποκειμένης εὐθείας. ὅσον γὰρ ἀφαιρεῖ τῆς μιᾶς ὀρθῆς κατὰ τὴν ἐπὶ θάτερα κλίσιν, τοσοῦτον προστίθησι τῇ λοιπῇ κατὰ τὴν ἀπόστασιν.

Δεῖ δὲ ἐφιστάνειν, ὅπως κἀν ταύτῃ τῇ προτάσει τῆς ἀκριβείας ὁ γεωμέτρης ἐφρόντισεν. οὐ γὰρ ἁπλῶς εἶπεν ὅτι πᾶσα εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας στᾶσα ἢ δύο ὀρθὰς ποιεῖ ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας, ἀλλὰ ἐὰν γωνίας ποιῇ. τί γάρ, εἰ ἐπ᾽ ἄκρας ἱσταμένη τῆς εὐθείας μίαν ποιεῖ γωνίαν, ἐνδέχεται ταύτην ἴσην εἶναι δύο ὀρθαῖς; ἀδύνατον δήπου. πᾶσα γὰρ εὐθύγραμμος γωνία δύο ὀρθῶν ἐλάσσων ἐστίν, ὥσπερ πᾶσα στερεὰ τεττάρων ὀρθῶν ἐλάσσων. κἂν τὴν ἀμβλυτάτην οὖν δοκοῦσαν εἶναι λαμβάνῃς, αὐξήσεις καὶ ταύτην ὡς οὔπω τὸ μέτρον ἀπολαβοῦσαν τῶν δύο ὀρθῶν. δεῖ τοίνυν οὕτως ἐφιστάναι τὴν εὐθεῖαν, ὥστε γωνίας ποιεῖν.

Τοῦτο μὲν οὖν, ὅπερ ἔφην, τῆς ἐπιστημονικῆς ἀκριβείας. τί δὲ βουλόμενος προσέθηκεν τὸ ἢ δύο ὀρθὰς ποιεῖν ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας; καὶ γάρ, ὅταν

3—5 πῶς ἐχούσας ... ποιοῦσα γωνίας om. *G*, *C* addit πῶς ἐχούσας .... σταθεῖσα, omittit τοῦτο τοίνυν ... τινὸς σταθεῖσα, addit καὶ ποιοῦσα γωνίας. 6 εἴη] ἢ *M*, ἢ *G*. 12 ἀφιστάνειν *G*. ‖ ταύτῃ] ταῦθα *G*, corr. *C*. 15 δυσὶν ὀρθαῖς *G*. 16 εἰ om. *G*, add. *C*. 25 προέθηκε *M*, προσέθηκεν B_3, *G*, 'adiecit' *B*, *Z*.

ποιῇ δύο ὀρθάς, δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ. ἑαυταῖς γὰρ ἴσαι αἱ ὀρθαί. ἢ τὸ μέν ἐστι κοινὸν καὶ τῶν ἴσων (?) *γωνιῶν, τὸ δὲ ἴδιον τῶν ἴσων μόνων; εἰώθαμεν δέ, ὅταν μὲν καὶ τὸ ἴδιον ‖ ἀληθεύῃ, καὶ τὸ κοινὸν ἀπὸ τοῦ ἰδίου σημαίνειν ἕκαστον, ὅταν δὲ ἐκείνου μὴ τυγχάνωμεν, ἀρκεῖσθαι τῷ κοινῷ πρὸς τὴν δήλωσιν τῶν ὑποκειμένων πραγμάτων. τὸ μὲν οὖν ἴσας ὀρθαῖς εἶναι τὰς ἐφεξῆς κοινόν ἐστι καὶ τῶν ὀρθῶν, ἀλλ' οὐ μόνων αὐτῶν κατηγορεῖται, τὸ δὲ ὀρθὰς εἶναι τῆς ἰσότητος αὐτῶν ἐξαίρετον ὑπάρχει. μόνον δὴ οὖν ῥηθὲν τὸ ἴσας εἶναι δυσὶν ὀρθαῖς τὰς ἀνίσους σημαίνει· ταύταις γὰρ ἐπαληθεύεται μόνον, ταῖς δὲ ἴσαις οὔ. καὶ τοῦτο καὶ ὁ στοιχειωτὴς ἀντιδιαιρεῖται ταῖς δυσὶν ὀρθαῖς. αὐτὸ γὰρ καθ' ἑαυτὸ τοῦτο λεγόμενον τῶν ἐφ' ἑκάτερα ἀνίσων ἐστὶν σημαντικόν. ἔξεστί γε μὴν καὶ διὰ τούτων συνορᾶν, ὅπως ἡ ἰσότης καὶ τῆς ἀνισότητός ἐστι μέτρον καὶ ὅρος. εἰ γὰρ καὶ ἀόριστός ἐστι καὶ ἄπειρος ἡ τῆς ἀμβλείας γωνίας καὶ τῆς ὀξείας μείωσίς τε καὶ αὔξησις, ὅμως περαίνεσθαι καὶ ἀφορίζεσθαι λέγεται παρὰ τῆς ὀρθῆς. καὶ ἑκατέρα μὲν χωρὶς ἀφίσταται* (?) *καὶ ἀφίσταται τῆς πρὸς ἐκείνην ὁμοιότητος, ἀμφότεραι δὲ κατὰ μίαν ἕνωσιν ἐπανάγονται πρὸς τὸν ὅρον τὸν ἐκείνης. ἐπειδὴ δὲ πρὸς τὴν ἁπλότητα τῆς ὀρθῆς ἀδυνατοῦσιν ἐξισοῦσθαι,*

1 *δύο ὀρθαῖς* om. *M*, *C*. ‖ *ποιῇ M*, *C*. 2 *ἢ M*, *G*. ‖ *ἴσων*] *ἀνίσων Kn. II;* mihi videtur scribendum *καὶ τῶν ἴσων καὶ τῶν ἀνίσων*. quae H_2 p. 269 affert, haec verba non continent. 4 *ὅτε G*, *ὅταν C*. 5 *σημαίνει C*. 9 *οὐ μόνον G*. 10 *δὴ*] *δὲ C*. 12 *ἴσαις*] *ἀνίσοις* coniecit *Kn. II*. 16 *διὰ τοῦτο G*.
17 *καὶ* ante *ἀόριστος* om. *G*. 20 *χωρὶς ἀφίστασθαι M*, B_3, *C;* putaveris *χωρὶς ἀλλοιοῦται* vel simile quid fuisse scriptum. 21 *ἀφίσταται καὶ* om. *B*, ʻsimilitudine ad illam accedunt et ab illa recedunt' *Z*.

διπλασιαζομένης αὐτῆς τὴν ἰσότητα καταδέχονται. παράδειγμα τῆς ἀπειρίας αὐτῶν ἡ δυὰς ἀόριστος οὖσα καθ' αὑτήν. καὶ τοῦτο ἐναργῆ φέρειν ἔοικεν εἰκόνα τῆς τῶν πρωτουργῶν αἰτίων καὶ καθ' ἕνα ὅρον ἑστώτων ἀεὶ ὡσαύτως περὶ τὴν ἀπειρίαν τῆς γενέσεως προόδου. πῶς γὰρ ἄλλως ἡ γένεσις ἡ τοῦ μᾶλλον μετέχουσα καὶ ἧττον καὶ ἀορίστως φερομένη συναρμόζεται τοῖς νοητοῖς καὶ συνεξισοῦταί πως αὐτοῖς διὰ τῆς μεθέξεως ἢ ταῖς γονίμοις δυνάμεσιν ἐκείνων προϊόντων καὶ ἑαυτὰ πολλαπλασιαζόντων μόνον; τὰ γὰρ ἐν τῇ ἑαυτῶν ἁπλότητι καὶ ἀμερείᾳ παντελῶς ἐξῄρηται τῶν γενητῶν.

Τοσαῦτα καὶ ἀπὸ τούτου τοῦ θεωρήματος εἰς τὴν τῶν ὅλων γνῶσιν παραληπτέον.

Prop. XIIII, theor. VII. *Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι ἑξῆς μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.*

Τοῦτο τὸ θεώρημα τοῦ ἀποδειχθέντος ἐστὶν ἀντίστροφον. ἕπεται γὰρ ἀεὶ τὰ ἀντίστροφα τοῖς προηγουμένοις θεωρήμασιν. ἐκείνου τοίνυν συστήσαντος εὐθεῖαν ἐπ' εὐθείας καὶ δείξαντος ὅτι τὰς ἐφεξῆς ἢ δύο ὀρθὰς ποιεῖ ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας, τοῦτο λαμβάνει μὲν πρὸς εὐθείᾳ τινὶ δύο γιγνομένας ὀρθάς, ‖ δείκνυσι

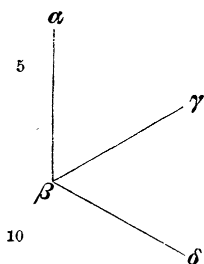
9 *ἢ ταῖς*] *ἤ τε* *M*, B_3, *C*. 'nisi per participationem, dum ... multiplicantur' *B*, 'vel generativis potentiis' *Z*. 15 *M* in margine *θεωρ.* $\overline{\iota\delta}$. 20 *ὑποδειχθέντος* *G*, *ἀποδειχθέντος* *C*. 22 *συστάντος* *G*. 24 *ποιεῖν* *M*, *C*. ‖ *δυσὶν ὀρθαῖς* *G*.

δὲ ὅτι μία ἐστὶν εὐθεῖα ἡ ταῦτα ποιοῦσα πρὸς τῇ εἰρημένῃ εὐθείᾳ. τὸ τοίνυν ἐν ἐκείνῳ δεδομένον ἐν τούτῳ ζητεῖται καὶ δείκνυται διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς. οὕτω γὰρ φιλεῖ τὰ ἀντίστροφα δείκνυσθαι τῶν θεωρημάτων. ἐν δέ γε τοῖς προβλήμασι καὶ προηγουμένας ἐπιδέχεται κατασκευάς.

Ἔξεστι δὲ κἀν τούτῳ τὴν ἀκροτάτην ἀκρίβειαν καὶ ἀνυπέρβλητον τῆς ἐπιστημονικῆς ἑρμηνείας ὁρᾶν. πρῶτον μὲν γὰρ εἰπὼν Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ προστίθησιν καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ. τί γάρ, εἰ δύο περάτων ὄντων τῆς εὐθείας ἡ μὲν ἀπὸ τοῦ ἑτέρου ἤχθη, ἡ δὲ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ, καὶ δύο ἐποίουν ὀρθαῖς ἴσας τὰς πρὸς τῇ εὐθείᾳ γωνίας; ἆρα διὰ τοῦτο ἐπ' εὐθείας εἶναι ἠδύναντο; καὶ πῶς αἱ ἀπὸ διαφό|ρων τῆς αὐτῆς εὐθείας ἠγμέναι σημείων; διὰ δὴ τοῦτο προσέθηκεν τὸ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ ἀμφοτέρας πρὸς ἑνὶ σημείῳ κεῖσθαι βουλόμενος. δεύτερον δέ, ἐπειδὴ καὶ πρὸς τῷ αὐτῷ τῆς εὐθείας εἶναι σημείῳ τὰς ἀγομένας δυνατὸν ἦν καὶ μὴ εἶναι ἐφεξῆς — μυρίας γὰρ εὐθείας πρὸς ἑνὶ σημείῳ λαβεῖν ἐνδέχεται — προσέθηκεν τὸ δύο εὐθεῖαι ἑξῆς. τρίτον δέ, ἐπεὶ τὸ ἑξῆς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ ἐφ' ἑκάτερα θεωρεῖται, τὰς δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κειμένας ἑξῆς ἐπ' εὐθείας ἀλλήλαις ἀδύνατον εἶναι, τοῦτο μὲν ἀπέφησεν, παρέσχεν δὲ ἡμῖν ἐννοεῖν ὅτι ἐφ' ἑκάτερα ληπτέον τῇ θέσει τὰς ἐφεξῆς. αὗται γὰρ δυνήσονται καὶ ἐπ' εὐθείας δείκνυσθαι. ἔστωσαν πρὸς τῇ $\overline{\alpha\beta}$

5 γε om. *G*, add. *C*. 6 ἐπιδέχεται] δέχεσθαι τὰς *G*, corr. *C*. 21 εὐθεῖαι ἐφεξῆς *C*. 22 ἐπὶ τὸ ἑξῆς *M*, *G*, ἐπεὶ τὸ ἑξῆς *C*. 24 ἀπέφηνε *G*. 26 δυνήσονται] ληφθήσονται *G*, δυνήσονται *C*.

εὐθείᾳ δύο εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη αἱ $\overline{\beta\gamma}$ $\overline{\beta\delta}$. αὗται τοίνυν ἑξῆς μέν εἰσιν ἀλλήλαις· ἄλλη γὰρ αὐτῶν οὐκ ἔστιν εὐθεῖα μεταξύ. ταῦτα δὲ ἦν ἐφεξῆς, ὧν μηδέν ἐστιν ὅμοιον μεταξύ. καὶ γὰρ κίονας τούτους ἐφεξῆς λέγομεν, ὧν μή ἐστιν ἄλλη κίων ἐν μέσῳ· καίτοι γε ἀὴρ ἐστι πάντως μέσος, ἀλλ' οὐδὲν ὁμογενὲς μεταξύ. διὰ δὴ οὖν τὸ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κεῖσθαι τὸ ἐπ' εὐθείας οὐκ ἔχουσιν, εἰ καὶ δύο ποιοῦσι γωνίας ὀρθαῖς ἴσας τὰς πρὸς τῇ $\overline{\alpha\beta}$ γωνίας. κωλύει γὰρ οὐδὲν μιᾶς μὲν εἶναι καὶ τρίτου τὴν ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\delta}$, τοῦ δὲ λοιποῦ διμοίρου τὴν ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$.



‖ *Τοσαῦτα περὶ τῆς προτάσεως· ἐν δὲ τῇ κατασκευῇ χρῆται ἑνὶ αἰτήματι τῷ δευτέρῳ τῷ πᾶσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν αἰτουμένῳ, καθάπερ ἐν τῇ ἀποδείξει τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι, καὶ δυσὶν ἀξιώμασι, τῷ τε τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα [καὶ ἀλλήλοις ἴσα] καὶ τῷ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ τὰ λοιπὰ εἶναι ἴσα, πρὸς δὲ τὴν τοῦ ἀδυνάτου συναγωγήν, ὅτι τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστιν. ἦν δὲ καὶ ἴσον μιᾶς τῆς κοινῆς γωνίας ἀφῃρημένης, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.*

1 *εὐθείᾳ δύο* om. *M*. 6 *καὶ* ante *ὧν* add. *G*. 7 *ἄλλη* *M*, *C*. *ἄλλος* *G* sed fortasse ex coniectura tantum, cum *τούτους* praecedat. 12 *πρὸς τῇ* $\overline{\alpha\beta}$] *B* in contextu 'ad Lineam ab' in margine 'Signum b'. 'qui sunt in ā et b̄' *Z*. ‖ *γωνίᾳ* *M*, *G*. 20 *καὶ ἀλλήλοις ἴσα* om. *M*, *G*. 23 Post *γωνίας* addit *M* *κινήσεως γωνίας*.

Ὅτι δὲ ἄρα δυνατὸν πρὸς τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθείας ἑξῆς κειμένας ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέντοι μέρη δύο ποιεῖν ὀρθαῖς ἴσας τὰς πρὸς τῇ μιᾷ εὐθείᾳ γωνίας, δείξομεν οὕτως, ὥσπερ Πορφύριος. ἔστω τις εὐθεῖα ἡ $\overline{αβ}$ καὶ σημεῖον τὸ τυχὸν ἐπ' αὐτῆς τὸ $\overline{γ}$, καὶ τῇ $\overline{αβ}$ ἤχθω πρὸς ὀρθὰς ἡ $\overline{γδ}$, καὶ τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ $\overline{δγβ}$ τῇ $\overline{γε}$, καὶ ἀπὸ τοῦ $\overline{ε}$ κάθετος ἡ $\overline{εβ}$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{εβ}$, καὶ κείσθω τῇ $\overline{εβ}$ ἴση ἡ $\overline{βζ}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{γζ}$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\overline{εβ}$ τῇ $\overline{βζ}$, κοινὴ δὲ ἡ $\overline{βγ}$ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν — ὀρθαὶ γάρ εἰσιν —, βάσις ἄρα ἡ $\overline{εγ}$ βάσει τῇ $\overline{γζ}$ ἴση καὶ πάντα δὴ πᾶσιν. ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{εγβ}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{ζγβ}$· ἡμίσεια δὲ ὀρθῆς ἡ ὑπὸ $\overline{εγβ}$ — δίχα γὰρ τέτμηται ὀρθὴ τῇ $\overline{εγ}$ — ἡμίσεια ἄρα ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ $\overline{ζγβ}$· μιᾶς ἄρα καὶ ἡμισείας ὀρθῆς ἐστιν ἡ ὑπὸ $\overline{δγζ}$· ἐστὶν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{δγε}$ ἡμίσεια ὀρθῆς· πρὸς τῇ $\overline{γδ}$ ἄρα εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ

6 τὸ ante τυχὸν om. *G.* 14 κοινὴ δέ ἐστιν ἡ $\overline{βγ}$ *G.* || ἴσας om. *M.* 18 τέμνεται *G.* || ὀρθῇ *M.* || τῇ $\overline{εγ}$] ἡ $\overline{εγζ}$ *G*, corr. *C.* || ἡμίσεια ἄρα ἡμισείας ὀρθῆς *M.* 19 ἡ ὑπὸ $\overline{ζγβ}$· μιᾶς ἄρα om. *G.* || καὶ ante ἡμισείας om. *M.* || καὶ ἡμισείας ὀρθῆς ἐστιν] καὶ ὀρθὴ *G.*

$\overline{\gamma}$ δύο εὐθεῖαι ἑξῆς κεῖνται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη αἱ $\overline{\gamma\varepsilon}$ $\overline{\gamma\zeta}$ ποιοῦσαι δύο ὀρθαῖς ἴσας γωνίας, ἡμίσειαν μὲν ἡ $\overline{\gamma\varepsilon}$, μίαν δὲ καὶ ἡμίσειαν ἡ $\overline{\gamma\zeta}$. ἵν' οὖν μὴ ζητῶμεν ἀδύνατα, πῶς αἱ $\overline{\gamma\varepsilon}$ $\overline{\gamma\zeta}$, ποιοῦσαι τὰς πρὸς τῇ $\overline{\delta\gamma}$ γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας, ἀλλήλαις εἰσὶν ἐπ' εὐθείας, προσέθηκεν ὁ γεωμέτρης τὸ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. δεῖ τοίνυν ἐφ' ἑκάτερα τῆς εὐθείας κεῖσθαι τὰς ποιούσας πρὸς αὐτὴν δυσὶν || ὀρθαῖς ἴσας τὰς γωνίας, ἀφ' ἑνὸς μὲν ὡρμημένας σημείου, φερομένας δὲ τὴν μὲν ἐπὶ τάδε τὴν δὲ ἐπ' ἐκεῖνα τῆς εὐθείας.

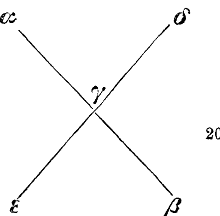
Prop. XV, theor. VIII. *Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσι.*

Τὰς ἐφεξῆς γωνίας τῶν κατὰ κορυφὴν διαφέρειν φαμέν· τῶν μὲν γὰρ ἡ γένεσις κατὰ τὴν τομὴν γίνεται τῶν δύο εὐθειῶν, τῶν δὲ τῆς ἑτέρας μόνον περὶ τὴν ἑτέραν διαιρουμένης. ἐὰν γὰρ ᾖ εὐθεῖα αὐτὴ μὲν ἄτμητος, τέμνουσα δὲ τῷ ἑαυτῆς πέρατι ἐκείνην δύο ποιῇ γωνίας, ταύτας καλοῦμεν ἐφεξῆς, ἐὰν δὲ ὑπ' ἀλλήλων τμηθῶσι δύο εὐθεῖαι κατὰ κορυφὴν ἀποτελοῦνται γωνίαι. καλοῦνται δὲ οὕτως, ὅτι τὰς κορυφὰς εἰς ταὐτὸ συμβαλλούσας ἔχουσι σημεῖον. κορυφαὶ δὲ αὐτῶν τὰ σημεῖα, πρὸς ἃ συναγόμενα τὰ ἐπίπεδα τὰς γωνίας ποιεῖ.

4 *ἀδύνατον G.* 6—7 *προσέθηκεν .... τῆς εὐθείας* om. *G*, add. *C.* 9 *ὡρισμένας G.* 11 *M* in margine $\overline{\iota\varepsilon}$. 17 *διαιρουμένην M, C.* || *αὐτῇ M.* 19 *ὑπ'*] *ἐπ' C.*

Τοῦτο τοίνυν τὸ θεώρημα δείκνυσιν, ὅτι δύο εὐθειῶν ἀλλήλας τεμνουσῶν αἱ κατὰ κορυφὴν γωνίαι ἴσαι εἰσίν, εὑρημένον μέν, ὥς φησιν Εὔδημος ὑπὸ Θαλοῦ πρώτου, τῆς δὲ ἐπιστημονικῆς ἀποδείξεως ἠξιωμένον παρὰ τῷ στοιχειωτῇ. δείκνυται δὲ οὐκ ἐκ πάντων τῶν κεφαλαίων. ἡ μὲν γὰρ κατασκευὴ ἐκλέλοιπεν ἐνταῦθα, ἡ δὲ ἀπόδειξις, ἣν πάντως ἀναγκαῖον ὑπάρχειν, ἤρτηται τοῦ τρισκαιδεκάτου θεωρήματος, προσχρῆται δὲ καὶ ἀξιώμασι δυοῖν, ὧν τὸ μέν ἐστι τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἴσα, τὸ δὲ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ τὰ λοιπὰ ἴσα ἐστίν.

Ἀλλὰ τὸ μὲν Εὐκλείδιον θεώρημα φανερόν· ἀντιστρέφει δὲ τῷ θεωρήματι ἄλλο τοιοῦτον· ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ληφθεῖσαι ποιῶσι τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. ἔστω γάρ τις εὐθεῖα ἡ $\overline{\alpha\beta}$ *καὶ ἐπ' αὐτῆς | τυχὸν σημεῖον τὸ* $\overline{\gamma}$, *καὶ πρὸς τῷ* $\overline{\gamma}$ *δύο εὐθεῖαι αἱ* $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\gamma\varepsilon}$ *μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη εἰλήφθωσαν ἴσας ποιοῦσαι τὰς ὑπὸ* $\overline{\alpha\gamma\delta}$ $\overline{\beta\gamma\varepsilon}$ *γωνίας· λέγω ὅτι ἐπ' εὐθείας εἰσὶν αἱ* $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\gamma\varepsilon}$. *ἐπεὶ γὰρ ἡ* $\overline{\gamma\delta}$ *ἐπὶ τὴν* $\overline{\alpha\beta}$ *ἐφέστηκεν, δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ τὰς ὑπὸ* $\overline{\delta\gamma\alpha}$ $\overline{\delta\gamma\beta}$· *ἀλλ' ἡ ὑπὸ* $\overline{\delta\gamma\alpha}$ *ἴση ἐστὶν*



5—6 *M* in margine: *ση. ὅτι οὐκ ἐκ πάντων δείκνυται τοῦτο τὸ θεώρημα τῶν κεφαλαίων.* 8 *εἴρηται G, ἤρτηται C.* 9 *δὲ* ante *καὶ* om. *G.* 16 *ἀλλήλαις* om. *G*, add. *C.*

19—22 *μὴ ἐπὶ .... αἱ* $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\gamma\varepsilon}$ om. *G*, add. *C.* 24 *τὰς ὑπὸ* $\overline{\delta\gamma\alpha}$ $\overline{\delta\varepsilon\beta}$ *M.*

τῇ ὑπὸ $\overline{βγε}$· αἱ ἄρα ὑπὸ $\overline{δγβ}$ $\overline{βγε}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. ‖ ἐπεὶ οὖν πρός τινι εὐθείᾳ τῇ $\overline{βγ}$ δύο εὐθεῖαι ἑξῆς αἱ $\overline{γδ}$ $\overline{γε}$ οὐκ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ἐφεξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν, ἐπ' εὐθείας εἰσὶν ἀλλήλαις αἱ $\overline{γδ}$ $\overline{γε}$. δέδεικται οὖν τὸ ἀντίστροφον τῷ προκειμένῳ θεωρήματι· ἔοικεν δὲ ὁ γεωμέτρης αὐτὸ παραλιπεῖν ὡς ῥᾴδιον κατὰ τὴν αὐτὴν ἔφοδον διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς δεικνύναι καὶ τοῦτο, καθ' ἣν τὸ πρὸ αὐτοῦ δεδείχαμεν. τῶν γὰρ αὐτῶν ὑποκειμένων λέγω, ὅτι ἐπ' εὐθείας ἐστὶν ἡ $\overline{γδ}$ τῇ $\overline{γε}$. εἰ γὰρ μή ἐστιν, εἰλήφθω τῇ $\overline{γδ}$ ἐπ' εὐθείας ἡ $\overline{γζ}$. ἐπεὶ οὖν δύο εὐθεῖαι τέμνουσιν ἀλλήλας αἱ $\overline{αβ}$ $\overline{δζ}$ τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ποιοῦσιν ἴσας· ἴσαι ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ $\overline{αγδ}$ $\overline{βγζ}$· ἀλλ' ἦσαν ἴσαι καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{αγδ}$ $\overline{βγε}$· ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{βγε}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{βγζ}$, ἡ μείζων τῇ ἐλάσσονι, ὅπερ ἀδύνατον· οὐκ ἄρα ἄλλη τίς ἐστιν εὐθεῖα τῇ $\overline{γδ}$ ἐπ' εὐθείας, αἱ ἄρα $\overline{γδ}$ $\overline{γε}$ ἐπ' εὐθείας εἰσὶ τῶν κατὰ κορυφὴν γωνιῶν ἴσων ὑποκειμένων. τῆς οὖν αὐτῆς ἀποδείξεως οὔσης, ἥτις καὶ ἐπὶ τοῦ τεσσαρεσκαιδεκάτου θεωρήματος προσείληπτο, πῶς οὐ περίεργον ἦν καὶ ταύτην ἐπάγειν τὴν ἀντιστροφήν; γυμνασίας δὲ ἕνεκα καὶ διὰ

13 αἱ $\overline{αβ}$ καὶ $\overline{δζ}$ G, καὶ del. not. C. 16 καὶ ἡ M. 21 ἴσων τῶν ὑποκειμένων M, G. 22 τρισκαιδεκάτου G, τεσσαρεσκαιδεκάτου C. 23 προείληπται G. ‖ καὶ ante ταύτην om. G, add. C.

τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς αὐτὸ καὶ διὰ τῆς δεικτικῆς ἐφόδου κατεσκευάσαμεν.

Ἔοικεν δὲ τοῦτο τὸ πεντεκαιδέκατον θεώρημα τῇ ὁμοιομερείᾳ τῶν εὐθειῶν καὶ τῇ ἐπ' ἄκρον τάσει θαρρεῖν, διότι τὰς οὕτως ἐχούσας γραμμὰς καὶ φερομένας δι' ἀλλήλων ἀναγκαῖον ὁμοίας ἔχειν τὰς κλίσεις πρὸς ἀλλήλας ἐφ' ἑκάτερα καὶ τὰς αὐτάς. αἱ γοῦν περιφέρειαι καὶ ὅλως αἱ μὴ εὐθεῖαι τέμνουσαι ἀλλήλας τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας οὐ ποιοῦσιν ἐξ ἀνάγκης ἴσας, ἀλλὰ ποτὲ μὲν ἴσας, ποτὲ δὲ ἀνίσους. ἐὰν γὰρ δύο ἴσοι κύκλοι διὰ τῶν κέντρων τέμνωσιν ἀλλήλους ἢ καὶ μὴ διὰ τῶν κέντρων, τὰς μηνοειδεῖς γωνίας ἴσας ποιοῦσι κατὰ κορυφὴν οὔσας, ἀλλ' οὐκέτι τὰς λοιπάς, τήν τε ἀμφίκυρτον καὶ τὴν ἀμφίκοιλον, ἀλλὰ μείζω τὴν ἑτέραν. ἐπὶ δὲ τῶν εὐθειῶν ἡ ἐπ' ἄκρον τάσις ἴσην τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων ‖ πρὸς τὰ τῆς ἑτέρας τμήματα ποιεῖ τὴν ἀπόστασιν.

Porisma. *Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι, ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς τέτταρας γωνίας τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσας ποιοῦσιν.*

Ἕν τι τῶν γεωμετρικῶν ἐστιν ὀνομάτων τὸ πόρισμα. τοῦτο δὲ σημαίνει διττόν· καλοῦσι γὰρ πορίσματα καὶ ὅσα θεωρήματα συγκατασκευάζεται ταῖς ἄλλων ἀποδείξεσιν, οἷον ἕρμαια καὶ κέρδη τῶν ζητούντων ὑπάρχοντα, καὶ ὅσα ζητεῖται μέν, εὑρέσεως δὲ χρῄζει καὶ οὔτε γενέσεως μόνης οὔτε θεωρίας ἁπλῆς.

4 ὁμοιομερίᾳ *M.* 7 καὶ πρὸς αὐτάς *G*, καὶ τὰς αὐτάς *C.* 11 ἀλλήλους om. *M, C.* 13 ποιῶσι *M, C.* 15 ἄκρον *C.* 18 τούτων *G*, τούτου *C.* 26 χρήζει *M, G.*

ὅτι μὲν γὰρ τῶν ἰσοσκελῶν αἱ πρὸς τῇ βάσει ἴσαι θεωρῆσαι δεῖ, καὶ ὄντων δὴ τῶν πραγμάτων ἐστὶν ἡ τοιαύτη γνῶσις. τὴν δὲ γωνίαν δίχα τεμεῖν ἢ τρίγωνον συστήσασθαι ἢ ἀφελεῖν ἢ θέσθαι, ταῦτα πάντα ποίησίν τινος ἀπαιτεῖ, τοῦ δὲ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν, ἢ δύο δοθέντων συμμέτρων μεγεθῶν τὸ μέγιστον καὶ κοινὸν μέτρον εὑρεῖν, ἢ ὅσα τοιάδε, μεταξύ πώς ἐστι προβλημάτων καὶ θεωρημάτων. οὔτε γὰρ γενέσεις εἰσὶν ἐν τούτοις τῶν ζητουμένων, ἀλλ' εὑρέσεις, οὔτε θεωρία ψιλή. δεῖ γὰρ ὑπ' ὄψιν αγαγεῖν καὶ πρὸ ὀμμάτων ποιήσασθαι τὸ ζητούμενον. τοιαῦτα ἄρα ἐστὶν καὶ ὅσα Εὐκλείδης πορίσματα γέγραφε, $\overline{\gamma}$ βιβλία πορισμάτων συντάξας.

Ἀλλὰ περὶ μὲν τῶν τοιούτων πορισμάτων παρείσθω λέγειν, τὰ δὲ ἐν τῇ στοιχειώσει πορίσματα συναναφαίνεται μὲν ταῖς ἄλλων ἀποδείξεσιν, αὐτὰ δὲ προηγουμένης οὐ τυγχάνει ζητήσεως· οἷον καὶ τὸ νῦν προκείμενον. ἐζητεῖτο μὲν γάρ, εἰ δύο εὐθειῶν τεμνουσῶν ἀλλήλας αἱ κατὰ κορυφὴν γωνίαι ἴσαι εἰσί. τούτῳ δὲ δεικνυμένῳ συναποδέδεικται τὸ καὶ τὰς τέτταρας γωνίας εἶναι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας. ὅτε γὰρ ἐλέγομεν·

α δ ε γ β

ἔστωσαν εὐθεῖαι δύο αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$ τέμνουσαι ἀλλήλας κατὰ τὸ $\overline{\varepsilon}$ σημεῖον· ἐπεὶ οὖν ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$ ἐπὶ τὴν $\overline{\gamma\delta}$ ἐφέστηκεν, ποιεῖ τὰς ἐφεξῆς || δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας,

5 δὲ om. *G*, add. *C*. 12 πορίσματα Εὐκλείδης *G*. || γέγραφεν *M*, γέγραφε *G*. 13 $\overline{\gamma}$, quod om. *M*, B_3, *G*, *B*, *Z*, *N*. p. 438, ego addidi ex Pappi coll. libr. VII p. 4, ed. Gerhardt. || προβλημάτων *G*, *N*, πορισμάτων *C*. 17 οὐ om. *G*. 18 ἐζητῆτο *C*. || εἰ om. *G*, add. *C*. 20 συναποδείκνυται *G*, συναποδέδεικται *C*.

καὶ πάλιν ἐπεὶ ἡ $\overline{\beta\varepsilon}$ ἐπὶ τὴν $\overline{\gamma\delta}$ ἐφέστηκεν, ποιεῖ τὰς ἐφεξῆς δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας· τότε συναπεδείκνυμεν τῷ ζητουμένῳ ὅτι αἱ περὶ τὸ $\overline{\varepsilon}$ σημεῖον γωνίαι τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Ἐστὶν οὖν τὸ πόρισμα θεώρημα διὰ τῆς ἄλλου προβλήματος ἢ θεωρήματος ἀποδείξεως ἀπραγματεύτως ἀναφαινόμενον. οἷον γὰρ κατὰ τύχην περιπίπτειν ἐοίκαμεν τοῖς πορίσμασιν· οὐ γὰρ προθεμένοις οὐδὲ ζητήσασιν ἀπαντᾷ, ὅθεν αὐτὰ καὶ τοῖς ἑρμαίοις εἰκάσαμεν. καὶ ἴσως οἱ δεινοὶ τὰ μαθήματα κατ' αὐτὴν αὐτοῖς ἔθεντο τὴν ἐπωνυμίαν ἐνδεικνύμενοι τοῖς πολλοῖς καὶ περὶ τὸ φαινόμενον κέρδος ἐπτοημένοις ὅτι ἄρα τὰ ἀληθῆ τοῦ θεοῦ δῶρα καὶ τὰ ἕρμαια ταῦτά ἐστιν, οὐχ οἷα ἐκείνοις δοκεῖ. ταῦτα γὰρ ὁ ἐν ἡμῖν πόρος ἀπογεννᾷ καὶ ἡ γόνιμος δύναμις τῆς ἐπιστήμης προσβάλλει ταῖς προηγουμέναις ζητήσεσιν εὐπορίας ἀφθόνους | θεωρημάτων ἀναφαίνουσα.

Τὴν μὲν οὖν ἰδιότητα τῶν πορισμάτων τοιαύτην εἶναι λεκτέον. διαιρετέον δὲ αὐτὰ πρῶτον μὲν κατὰ τὰς ἐπιστήμας — ἐστὶ γὰρ τὰ μὲν γεωμετρικὰ τὰ δὲ ἀριθμητικὰ τῶν πορισμάτων. τὸ μὲν γὰρ προκείμενον πόρισμα γεωμετρικόν ἐστι, τὸ δὲ ἐπὶ τέλει τοῦ δευτέρου θεωρήματος τοῦ $\overline{\zeta}$ βιβλίου τῶν ἀριθμητικῶν — ἔπειτα δὲ κατὰ τὰ προηγουμένα ζητήματα — τὰ μὲν

1—2 *καὶ πάλιν . . . . ὀρθαῖς ἴσας* om. *G.* 5 *τοῦ ἄλλου G.* 10 *μαθηματικά G.* ‖ *κατὰ ταύτην G, κατ' αὐτὴν C.* 12 *ἐπὶ G, περὶ C.* 13 *τοιαῦτά ἐστιν C.* 18 *τοιαῦτα G, τοιαύτην C.* 20—21 *M* in margine: *τὰ πορίσματα*

τὰ μὲν γεωμετρικά — *τὰ δὲ ἀριθμητικά.*

23 *ἑβδόμου G, ζ C.* 24 *δὲ κατὰ] δέκα τὰ G.*

γὰρ προβλήμασιν ἕπεται, τὰ δὲ θεωρήμασι· τοῦτο μὲν γὰρ θεωρήματός ἐστι, τὸ δὲ ἐν τῷ δευτέρῳ βιβλίῳ κείμενον προβλήματος — τρίτον δὲ αὖ κατὰ τὰς δείξεις — τὰ μὲν γὰρ ταῖς δεικτικαῖς ἐφόδοις, τὰ δὲ ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς συγκατασκευάζεται· τὸ μὲν προκείμενον τῇ ἐπ' εὐθείᾳ δείξει, τὸ δὲ τῷ πρώτῳ τοῦ τρίτου βιβλίου συναποδεδειγμένον τῇ εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῇ συνανεφάνη. πολλαχῶς δὲ καὶ ἄλλως τὰ πορίσματα διαιρεῖν δυνατόν· ἀλλ' ἡμῖν γε ἀρκέσει καὶ ταῦτα πρὸς τὸ παρόν.

Τοῦτο δὲ τὸ πόρισμα, περὶ οὗ πρόκειται λέγειν, διδάσκον ἡμᾶς ὅτι ὁ περὶ ἓν σημεῖον τόπος εἰς τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας γωνίας διανέμεται, παρέσχεν ἀφορμὴν κἀκείνῳ τῷ παραδόξῳ θεωρήματι τῷ δεικνύντι μόνα τρία ταῦτα πολύγωνα πληροῦν δυνάμενα τὸν περὶ ἓν σημεῖον ὅλον τόπον, τὸ ἰσόπλευρον τρίγωνον καὶ τὸ τετράγωνον καὶ τὸ ἑξάγωνον τὸ ἰσόπλευρον καὶ ἰσογώνιον. ἀλλὰ τὸ μὲν ἰσόπλευρον τρίγωνον ἑξάκις παραληφθέν — ἓξ γὰρ δίμοιρα ποιήσει τὰς τέσσαρας ὀρθάς — τὸ δὲ ἑξάγωνον τρὶς γενόμενον — ἑκάστη γὰρ ἑξαγωνικὴ γωνία ἴση ἐστὶ μιᾷ ὀρθῇ καὶ τρίτῳ — τὸ δὲ τετράγωνον τετράκις — ἑκάστη γὰρ τετραγωνικὴ γωνία ὀρθή ἐστιν. ἓξ οὖν ἰσόπλευρα τρίγωνα συννεύσαντα κατὰ τὰς γωνίας τὰς τέσσαρας ὀρθὰς συμπληροῖ || καὶ τρία ἑξάγωνα καὶ τετράγωνα τέσσαρα. καὶ ἕκαστον δὲ τῶν ἄλλων πολυγώνων ὁπωσοῦν ἐπισυντιθέμενον κατὰ τὰς γωνίας ἢ ἐλλείπει τῶν τεσ-

1 *γὰρ* ante *προβλήμασιν* om. *G*. 15 *ταῦτα τὰ τρία* H_2 p. 256, *τρία* H_2 p. 271. || *πληροῦν δυνάμενα*] *πληρούμενα G*, *πληροῦν δυνατὸν C*. 16 Post *τρίγωνον G* addit *καὶ τετράγωνον*. 20 *τρεῖς M*, *G*, 'ter' *B*, *Z*. 20—24 *τέσσαρας . . . γωνίας τὰς* om. B_3.

σάρων ὀρθῶν ἢ πλεονάζει· μόνα δὲ ταῦτα κατὰ τοὺς εἰρημένους ἀριθμοὺς ἐξισοῦται ταῖς τέτρασιν ὀρθαῖς. καί ἐστι τὸ θεώρημα τοῦτο Πυθαγόρειον.

Διὰ τοῦτο δὲ τὸ πόρισμα κἂν πλείους εὐθεῖαι τῶν δυεῖν δι' ἑνὸς σημείου τέμνωσιν ἀλλήλας, οἷον τρεῖς ἢ τέτταρες ἢ ὁποσαιοῦν, αἱ γινόμεναι γωνίαι πᾶσαι τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι δείκνυνται· μερίζονται γὰρ τὸν τεσσάρων τόπον. δῆλον δὲ ὅτι διπλασίους ἀεὶ γενήσονται τῶν εὐθειῶν αἱ γωνίαι· καὶ οὕτω δύο μὲν εὐθειῶν τεμνουσῶν ἀλλήλας ἔσονται γωνίαι τέσσαρες ἴσαι τέτρασιν ὀρθαῖς, τριῶν δὲ ἓξ γωνίαι, τεσσάρων δὲ ὀκτώ· καὶ ἐπ' ἄπειρον ὁμοίως. ἀεὶ γὰρ διπλασιάζεται μὲν τὸ πλῆθος τῶν εὐθειῶν. αἱ δὲ γωνίαι κατὰ μὲν τὸ πλῆθος αὔξονται, κατὰ δὲ τὸ μέγεθος ἐλασσοῦνται, διότι τὸ διαιρούμενον ἀεὶ ταὐτόν ἐστιν, αἱ τέσσαρες ὀρθαί.

Prop. XVI, theor. VIIII. *Παντὸς τριγώνου μιᾶς πλευρᾶς προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστίν.*

Ταύτην τὴν πρότασιν οἱ μὲν ἐλλειπῶς προενεγκάμενοι χωρὶς τοῦ μιᾶς πλευρᾶς προσεκβληθείσης ἀφορμὴν παρέσχον ἴσως μὲν καὶ ἄλλοις τισίν, αὐτὰρ καὶ Φιλίππῳ, καθάπερ φησὶν ὁ μηχανικὸς Ἥρων, διαβολῆς. οὐ γὰρ πάντως, ᾗ τρίγωνόν ἐστιν, καὶ ἐκτὸς ἔχει γωνίαν. ὅσοι δὲ περιγράφειν τὴν αἰτίασιν ταύ-

4—5 πληθὺς εὐθεῖαι τὰ ἐν δυεῖν M, C. 8 τὸν τῶν τεσσάρων τόπον G. 17 M in margine ιϛ. 20 μεῖζον M. 26 ἔχοι M.

την ἠθέλησαν, μετὰ τῆς ἐκκειμένης προσθήκης ταύτην παραδεδώκασιν συνήθους οὔσης τῷ γεωμέτρῃ. καὶ γὰρ ἐν τῷ πέμπτῳ θεωρήματι τὰς ὑπὸ τὴν βάσιν τῶν ἰσοσκελῶν γωνίας ἴσας ἀποδεῖξαι βουλόμενος προσέθηκεν ὅτι καὶ προσεκβληθεισῶν ἴσων εὐθειῶν αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι εἰσίν. καὶ εἰ παρ' ἄλλοις οὖν ἐλλειπὴς ἦν, ἀλλὰ παρὰ τῷ στοιχειωτῇ τὸ πλῆρες ἔχουσα γέγραπται.

Τί δ' οὖν φησιν ἡ πρότασις ὅτι παντὸς τριγώνου εἰ μίαν τινὰ τῶν πλευρῶν προσεκβάλοις τὴν ἐκτὸς αὐτοῦ συνισταμένην γωνίαν εὑρήσεις μείζονα τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἑκατέρας; ἀμφοτέραις μὲν γὰρ ἴση δειχθήσεται μικρὸν ὕστερον, ἑκατέρας δὲ μείζων ἐκ τούτου δείκνυται. καὶ ἀναγκαίως πρὸς τὰς ἀπεναντίον αὐτὴν ‖ συνέκρινεν ἀλλ' οὐ πρὸς τὴν ἐφεξῆς. αὕτη μὲν γὰρ καὶ ἴση δύναται εἶναι καὶ ἐλάσσων αὐτῆς, ἐκείνων δὲ ἑκατέρας μείζων [ἡ ἐκτὸς] ἐκ παντός. ἐὰν γοῦν ὀρθογώνιον ᾖ τὸ τρίγωνον καὶ νοήσῃς ἐκβαλλομένην μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ ἐκτὸς ἴση ἔσται τῇ ἐφεξῆς· ἐὰν δὲ ἀμβλυγώνιον ᾖ, ἔσται δυνατὸν τὴν ἐντὸς μείζονα εἶναι τῆς ἐκτός. ἀλλὰ πρὸς τὰς ἀπεναντίον — τῶν γὰρ ἐντὸς τοῦ τριγώνου μία μέν ἐστιν ἡ ἐφεξῆς αὐτῇ, δύο δὲ ἀπεναντίον — τούτων οὖν ἑκατέρας μείζων ἡ ἐκτός, ἀλλ' οὐ τῆς ἐφεξῆς αὐτῇ κειμένης.

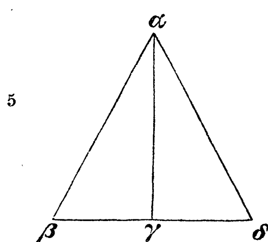
4 ἴσας om. *M*, *G*, add. *Kn. II.* 9 τί δὴ *G*, τί δὲ *C*. 12 ἀμφότεραι *M*. 17 ἐκείνων] ἐκεῖναι *M*, B_3, *C*, ἐκείνη *G*, 'illorum' *B*, 'ille' *Z*. ‖ ἡ ἐκτὸς, quod ego addidi, om. *M*, B_3, *G*, *B*, *Z*. 18 οὖν *G*. ‖ νοήσεις *G*. 19 μίαν ἐκβαλλομένην *G*. 22 ἐκτὸς τοῦ τριγώνου *M*, B_3, *G*, 'intra Triangulum' *B*, 'extra triangulum' *Z*. 23 ἡ ante ἐφεξῆς om. *G*, add. *C*. ‖ αὔτη *M*, B_3, *C*, αὕτῃ (sic) *G*, om. *Z*. 'ipsi' *B*. ‖ ὑπεναντίον *G*, ἀπεναντίον *C*.

Ἤδη δέ τινες συνάπτοντες τὰ δύο θεωρήματα τοῦτό τε καὶ τὸ ἑξῆς ἀποδεικνύμενον οὕτω προφέρονται τὴν πρότασιν· Παντὸς τριγώνου μιᾶς πλευρᾶς προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς τοῦ τριγώνου | γωνία ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων ἐστί, καὶ δύο ὁποιαιοῦν τῶν ἐντὸς γωνιῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσιν. ἔχουσι δὲ ἀφορμὴν τῆς συμπλοκῆς τῶν θεωρημάτων, ἐπειδὴ καὶ αὐτὸς ὁ γεωμέτρης ἑξῆς ἐπὶ τῶν ἴσων οὕτως ἐποίησε· Παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία δύο ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση, καὶ αἱ τρεῖς τοῦ τριγώνου γωνίαι δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. κἀνταῦθα τοίνυν ἀξιοῦσιν ἐν τοῖς ὁμοίοις συμπλέκειν τὰ ζητούμενα καὶ ποιεῖν τὴν πρότασιν σύνθετον. καὶ δῆλον ὅτι τὸ μὲν προκείμενον εἰς ἀπόδειξιν ἔσται σύνθετον, τὸ δὲ δεδομένον, εἰ μὲν μετὰ τῆς εἰρημένης προσθήκης ἐκφέροιτο, καὶ αὐτὸ σύνθετον — δεῖ γὰρ δύο νοεῖν, τρίγωνον ὑποκείμενον καὶ μίαν πλευρὰν ἐκβεβλημένην — εἰ δὲ ἄνευ ταύτης [?], δυνάμει μὲν σύνθετον, κατ' ἐνέργειαν δὲ ἁπλοῦν. πάντως γάρ, κἂν μὴ προσκέηται, δεῖ συμπαραλαμβάνειν καὶ τοῦτο ὡς δεδομένον. αὐτῷ γὰρ τῷ τὴν ἐκτὸς ὑποθέσθαι γωνίαν ὡς οὖσαν τὴν πλευρὰν ὡς ἐκβεβλημένην παρείληφεν.

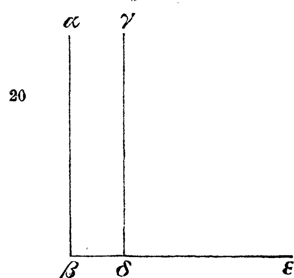
Τοσαῦτα περὶ τούτων· λάβοιμεν δ' ἂν ἀπὸ τοῦ προκειμένου θεωρήματος ὅτι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου

2 τοῦτό τε] τὸ, τε παρὸν G, τῆς τότε C. 4 προεκβληθείσης G. 8 ἐπειδὴ δὲ G, ἐπειδὴ καὶ C. 16 δὲ ante δεδομένον om. M. ‖ εἰ μὴ G. 19 ἄνευ ταύτης] ἐν ταύτῃ M, B_3, G, 'sine hac' B, 'in hac' Z. 21 κἂν μὴ προσκέηται om. G, add. C. 22 αὐτὸ γὰρ τῷ G, αὐτὸ γὰρ τὸ C. 23 ὡς ante ἐκβεβλημένον om. G. 24 προείληφε G, παρείληφε C.

τρεῖς εὐθείας ἴσας ἐπὶ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν προσπίπτειν ἀδύνατον. ἔστωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς σημείου τρεῖς αἱ αβ αγ αδ ἴσαι ἐπὶ τὴν βδ εὐθεῖαν ἠγμέναι. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ αβ τῇ αγ, ἴσαι εἰσὶν αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι, ἡ ἄρα ὑπὸ αβγ ἴση τῇ ὑπὸ αγβ. ‖ πάλιν ἐπεὶ ἴση ἡ αβ τῇ αδ, ἴση ἡ ὑπὸ αβδ τῇ ὑπὸ αδβ. ἦν δὲ τῇ ὑπὸ αβγ ἴση ἡ ὑπὸ αγβ γωνία· ἡ ἄρα ὑπὸ αγβ ἴση τῇ ὑπὸ αδβ, ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου τρεῖς εὐθεῖαι ἴσαι ἐπὶ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν ἀχθήσονται.



Διὰ τοῦδε δὲ τοῦ θεωρήματος κἀκεῖνο ἀποδείξομεν ὅτι, ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν ἴσην ποιῇ τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, οὐ ποιήσουσι τρίγωνον αἱ εὐθεῖαι οὐδὲ συμπεσοῦνται, ἐπεὶ ἔσται αὐτὴ καὶ μείζων καὶ ἴση ὅπερ ἀδύνατον. οἷον ἔστωσαν αἱ αβ γδ εὐθεῖαι καὶ εἰς αὐτὰς ἡ βε ἐμπεσοῦσα ποιείτω ἴσας τὰς ὑπὸ αβδ γδε. οὐ συμπεσοῦνται δὴ αἱ αβ γδ. εἰ γὰρ συμπε-



9—11 ἦν δὲ . . . ὑπὸ αδβ om. *G*. 14 δὲ om. *G*. ‖ ἐκεῖνο *G*, κἀκεῖνο *C*. 16 ποιεῖ τὴν *C*. 17 ποιήσωσι *M*. ‖ αἱ om. *M*. 18 αὐτῇ *M*. 22 τὰς ὑπὸ αβ γδ *G*, corr. *C*.

σοῦνται μενουσῶν τῶν ἴσων γωνιῶν ἔσται ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\delta\varepsilon}$, τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\delta}$ ἴση, ἐκτὸς οὖσα καὶ μείζων τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. ἀνάγκη ἄρα, εἰ συμπίπτουσιν, μηκέτι μένειν ἴσας τὰς γωνίας, ἀλλὰ ἐκ παντὸς αὔξεσθαι τὴν πρὸς τῷ $\overline{\delta}$. εἴτε γὰρ μενούσης ἀκινήτου τῆς $\overline{\alpha\beta}$ νοήσειας κινουμένην ἐπ' αὐτὴν τὴν $\overline{\gamma\delta}$, ἵνα συμπέσωσι, πλείονα ποιεῖς διάστασιν κατὰ τὴν $\overline{\gamma\delta\varepsilon}$ γωνίαν — ὅσῳ γὰρ πρόσεισιν ἡ $\overline{\gamma\delta}$ τῇ $\overline{\alpha\beta}$, τοσούτῳ μᾶλλον ἀφίσταται τῆς $\overline{\delta\varepsilon}$ — εἴτε μενούσης τῆς $\overline{\gamma\delta}$ νοήσειας κινουμένην ἐπ' αὐτὴν τὴν $\overline{\alpha\beta}$, ἐλάττονα ποιήσεις τὴν $\overline{\alpha\beta\delta}$ γωνίαν — ἅμα γὰρ ἐπὶ τὴν $\overline{\gamma\delta}$ φέρεται καὶ ἐπὶ τὴν $\overline{\beta\delta}$ — εἴτε καὶ ἄμφω κινουμένας ποιήσειας πρὸς ἀλλήλας, τὴν μὲν $\overline{\alpha\beta}$ εὑρήσεις ὡς ἐπὶ τὴν $\overline{\beta\delta}$ φερομένην καὶ συνάγουσαν τὴν γωνίαν, τὴν δὲ $\overline{\gamma\delta}$ τῆς $\overline{\delta\varepsilon}$ ἀφισταμένην διὰ τὴν ἐπὶ τὴν $\overline{\alpha\beta}$ κίνησιν καὶ αὔξουσαν τὴν ὑπὸ $\overline{\gamma\delta\varepsilon}$ γωνίαν. ἐξ ἀνάγκης ἄρα εἴ γε τρίγωνον ἔσται καὶ συμπεσοῦνται αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ μείζων ἡ ἐκτὸς ἔσται γωνία τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον· ἢ γὰρ τῆς ἐντὸς μενούσης αὔξεται ἡ ἐκτός, ἢ τῆς ἐκτὸς μενούσης

3 οὐ G, εἰ C. 5 νοήσηις M, νοήσεις G. 6 συμπίπτωσι G, συμπεσῶσι C. 7 τὴν $\overline{\gamma\delta}$ G, τὴν $\overline{\gamma\delta\varepsilon}$ C. 8 πρόεισιν G. ‖ τοσοῦτον G. 9—11 εἴτε μενούσης .... ἐπὶ τὴν $\overline{\beta\delta}$ om. G. 16 εἴ γε] εἴτε M. 18 ἢ εἰ γὰρ M. 19 usque ad p. 310 1 αὔξεται ἡ ἐκτὸς ἢ τῆς ἐκτὸς μενούσης ἐλασσοῦται ἡ ἐντός] ἐλασσοῦται ἡ ἐκτός M (Z), αὔξεται ἢ ἐκτὸς B_3, G, αὔξεται ἡ ἐκτὸς C, 'externus augetur aut externo manente internus minuitur' B.

ἐλασσοῦται ἡ ἐντός, ἤ, εἰ (?) *καὶ ἡ ἐντὸς συνάγεται, καὶ ἡ ἐκτὸς ἐπὶ πλέον διίσταται. αἰτία δὲ τούτων ἡ κίνησις τῶν εὐθειῶν, τῆς μὲν ἐφ' ἃ ποιεῖ τὴν ἐντὸς γωνίαν κινουμένης ἐπὶ ταῦτα, τῆς δὲ ἐφ' ἃ ποιεῖ τὴν ἐκτὸς γωνίαν ἀπὸ τούτων φερομένης. καὶ ἔχεις ἐκ τούτων ‖ συλλογίζεσθαι, πῶς αἱ γενέσεις τῶν πραγμάτων ὑπ' ὄψιν ἡμῖν τὰς ἀληθινὰς ἄγουσι τῶν ζητουμένων αἰτίας.*

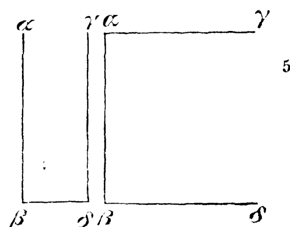
Prop. XVII, theor. X. *Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.*

Νῦν μὲν ἀορίστως δείκνυνται δύο ὁποιαιοῦν τοῦ τριγώνου γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάττονες· ἐν δὲ τοῖς ἐφεξῆς καὶ ἀφορισθήσεται, πόσῳ ἐλάττους, ὅτι τῇ λοιπῇ τοῦ τριγώνου γωνίᾳ. αἱ γὰρ τρεῖς ἴσαι ταῖς δυσὶν ὀρθαῖς εἰσιν, ὥστε αἱ δύο τῇ λοιπῇ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλαττοῦνται. καὶ ἡ μὲν τοῦ στοιχειωτοῦ δεῖξις φανερὰν ἔχει τὴν ὁδόν. χρῆται γὰρ τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι. δεῖ δὲ καθάπερ ἐν τῷ πρόσθεν εἰς τὴν γένεσιν ἀπιδόντα τῶν τριγώνων τὴν αἰτίαν εὑρεῖν

1 *εἰ καὶ ἐντὸς* omisso *ἡ* *M.* ‖ *εἰ* om. *B*, quod probes. 4—5 *κινουμένης . . . . ἐκτὸς γωνίαν* om. B_3, *G*, add. *C.* ‖ *τὴν ἐκτὸς γωνίαν*] *τὴν ἐντὸς γωνίαν* *M* (*Z*), *B* in contextu liberius: 'altera quidem ad eas partes, ubi internum diminuit Angulum, altera vero ad eas, ubi externum auget tendente' et in margine: 'Altera quidem ad eas partes in quibus internum facit Angulum tendente: altera vero ab iis partibus, in quibus externum facit Angulum sese movente'. 6 *τούτου* *G.*

9 *M* in margine $\overline{\iota\zeta}$. 12 *δείκνυται* *G.* ‖ *δύο* post *δείκνυται* om. *G.* 13 *ἐν δὲ τῆς ἐφεξῆς* *G.* 15 Inter *γωνίᾳ* et *αἱ γὰρ* leguntur in *G*: *αἱ τρεῖς ἴσαι ταῖς δυσὶν ὀρθαῖς εἰσὶν, ὥστε αἱ δύο τῇ λοιπῇ τοῦ τριγώνου γωνίᾳ.* 20 *ἀποδίδοντα* *C.*

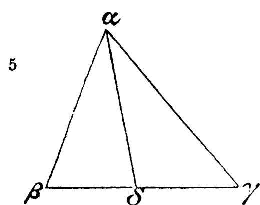
τοῦ προκειμένου συμπτώματος. ἔστωσαν οὖν αἱ $\overline{\alpha\beta}$ πάλιν καὶ $\overline{\gamma\delta}$ τῇ $\overline{\beta\delta}$ πρὸς ὀρθάς. εἰ οὖν μέλλοι τρίγωνον ἔσεσθαι, δεῖ συνεῦσαι τὰς $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$ πρὸς ἀλλήλας. ἡ δὲ σύνευσις αὐτῶν ἐλαττοῖ τὰς ἐντὸς γωνίας, ὥστε ἐλάττους γίνονται δυεῖν ὀρθῶν. εἰσὶ γὰρ ὀρθαὶ πρὸ τῆς συνεύσεως. ὁμοίως δὲ κἂν ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\beta\delta}$ νοήσωμεν ἑστώσας ὀρθάς, τὰ αὐτὰ συμβήσεται κατὰ τὴν σύνευσιν τῶν εὐθειῶν καὶ ἔσονται αἱ πρὸς τῇ $\overline{\alpha\beta}$ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες· καὶ ἐπὶ τῆς λοιπῆς πλευρᾶς ὡσαύτως.



Τοῦτο οὖν τὸ αἴτιόν ἐστιν, ἀλλ' οὐχὶ τὸ μείζονα εἶναι τὴν ἐκτὸς ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον γωνιῶν. ἐκβεβλῆσθαι μὲν γὰρ τὴν πλευρὰν οὐκ ἀναγκαῖον, οὐδὲ ἔξω τινὰ συνεστάναι γωνίαν, τῶν δὲ ἐντὸς γωνιῶν $\overline{\beta}$ ὁποιασοῦν εἶναι [$\overline{\beta}$] ὀρθῶν ἐλάττους ἀναγκαῖον. τὸ δὲ μὴ ἀναγκαῖον τοῦ ἀναγκαίου πῶς ἂν αἴ|τιον εἴη; ἀλλ' ὅπερ εἶπον τὸ μὲν αἴτιόν ἐστι τὸ ῥηθέν, ἡ σύνευσις τῶν εὐθειῶν || ἐπὶ τὴν βάσιν ἐλαττοῦσα τὰς ὀρθάς.

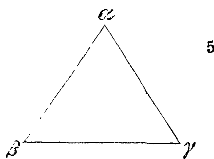
3—10 Priori figurae *B* triangulum abd inscripsit. In altera figura, quam *B* omisit, in *M* et *Z* litterae *α β* sunt permutatae. 9 *καὶ G, κἂν C.* 10 $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\beta\delta}$] $\overline{\alpha\delta}$ *M*, B_3, *G* (*Z*); *B* utrumque omisit. 18 *συστάναι G, συνεστᾶναι C.* 19 $\overline{\beta}$] *δύο G.* alter. $\overline{\beta}$ om. *M*, *G*. 23 *ἐλαττούσας M, C, ἐλαττοῦσας* B_3, *ἐλαττουσῶν G*, 'diminuentium' *B*, 'quod ... coitio .... restringit' *Z*.

Τοῦ δὲ στοιχειωτοῦ διὰ τῆς ἐκτὸς γωνίας δείξαντος τὸ ζητούμενον φέρε καὶ μὴ προσεκβάλλοντές τινα τῶν πλευρῶν τὸ αὐτὸ κατασκευάσωμεν. ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ, καὶ εἰλήφθω τυχὸν σημεῖον ἐπὶ τῆς βγ τὸ δ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ αβδ μία [πλευρὰ] προσεκβέβληται ἡ βδ, ἡ ἐκτὸς γωνία ἡ ὑπὸ αδγ μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς τῆς ὑπὸ αβδ. πάλιν ἐπεὶ τριγώνου τοῦ αδγ μία πλευρὰ προσεκβέβληται ἡ δγ, ἡ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ αδβ μείζων τῆς ἐντὸς τῆς ὑπὸ αγδ. ἀλλὰ μὴν αἱ περὶ τὴν αδ γωνίαι δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι διὰ τὸ τρισκαιδέκατον. αἱ ἄρα ὑπὸ αβγ αγβ γωνίαι δύο ὀρθῶν εἰσιν ἐλάττους. ὁμοίως δείξομεν ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ βαγ βγα γωνίαι δύο ὀρθῶν εἰσιν ἐλάττους ἐπὶ τῆς αγ σημεῖον λαβόντες καὶ ἐπιζεύξαντες ἀπὸ τοῦ β [εὐθεῖαν] ἐπὶ τὸ ληφθὲν σημεῖον. καὶ πάλιν τὰς ὑπὸ γαβ αβγ δύο ὀρθῶν ἐλάσσους ἀποφανοῦμεν ἐπὶ τῆς αβ σημεῖον λαβόντες καὶ ἐπιζεύξαντες ἀπὸ τοῦ γ εὐθεῖαν ἐπὶ τοῦτο τὸ σημεῖον. δέδεικται ἄρα τὸ προκείμενον διὰ τοῦ αὐτοῦ θεωρήματος μὴ προσεκβληθείσης τινὸς τῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν.



2 μὴ om. *G*, add. *C*. 3 κατασκευάσομεν B_3, *G*, 'ostendamus' *B*, 'struemus' *Z;* in *M* litterae σω evanuerunt. 7 πλευρὰ om. *M*, *G*. 9 ἐστὶ om. *G*. 12 αγδ] αβγ *M*. 13 δεκατρίτον *G*, τρισκαιδέκατον *C*. 17 εὐθεῖαν om. *M*, *G*.

Διὰ τούτου τοίνυν δυνατὸν κἀκεῖνο δεικνύναι, ὅτι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐπὶ μίαν εὐθεῖαν δύο κάθετοι οὐκ ἀχθήσονται. ἔστωσαν γὰρ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha}$ σημείου ἐπὶ τὴν $\overline{\beta\gamma}$ δύο κάθετοι αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$. ὀρθαὶ ἄρα εἰσὶν αἱ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ γωνίαι. ἀλλ' ἐπεὶ τρίγωνόν ἐστι τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, δύο ὁποιαιοῦν γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσους εἰσίν.



αἱ ἄρα ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ γωνίαι δύο ὀρθῶν ἐλάσσους εἰσίν. ἀλλὰ καὶ ἴσαι δυσὶν ὀρθαῖς διὰ τὰς καθέτους· ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου δύο κάθετοι ἐπὶ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν ἀχθήσονται.

Prop. XVIII, theor. XI. *Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.*

‖ *Ὅτι μὲν ἡ τῶν πλευρῶν ἰσότης ἐφ' ἑκάστου τῶν τριγώνων ἴσας ἀποτελεῖ τὰς ὑπὸ τούτων ὑποτεινομένας γωνίας καὶ ἡ τῶν γωνιῶν ἰσότης ὡσαύτως τὰς ὑποτεινούσας αὐτὰς πλευρὰς ἴσας ἀποφαίνει μεμαθήκαμεν διά τε τοῦ πέμπτου καὶ ἕκτου θεωρήματος· ὅτι δὲ καὶ ταῖς ἀνισότησι τῶν πλευρῶν ἡ τῶν ὑποτεινομένων γωνιῶν ἀνισότης ἀκολουθεῖ καὶ ἀνάπαλιν διὰ τούτων διδασκόμεθα τῶν θεωρημάτων τοῦ τε ὀκτωκαιδεκάτου λέγω καὶ τοῦ ἐννεακαιδεκάτου. τὸ μὲν γὰρ*

3 *ἀναχθήσονται G.* 4—8 Figuram om. *B;* sed invenitur ea in *M* et *Z.* 9 *αἱ ἄρα . . . ἐλάσσους εἰσίν* om. *G,* add. *C.* 13 In *M* in margine $\overline{\iota\eta}$. 19 *τε* om. *G.* 22 $\overline{\iota\eta}$ *G, ὀκτωκαιδεκάτου C.* 23 $\overline{\iota\vartheta}$ *G, ἐννεακαιδεκάτου C.*

δείκνυσι τὴν μείζονα πλευρὰν ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν, τὸ δὲ ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν τὴν μείζονα πλευράν, ἀντιστρέφοντα μὲν ἀλλήλοις, ἐπὶ δὲ τῶν ἐναντίων πραγμάτων τὰ αὐτὰ θεωροῦντα συμπτώματα τῷ τε πέμπτῳ καὶ τῷ ἕκτῳ θεωρήματι. φανερὸν δὲ ὅτι τὴν μείζονα καὶ τὴν ἐλάσσονα πλευρὰν ἀνάλογον ληψόμεθα καὶ διαιρήσομεν τὴν μεγίστην καὶ μέσην καὶ ἐλαχίστην, καὶ τὰς γωνίας ὡσαύτως ἐπὶ τῶν σκαληνῶν τριγώνων. ἐπὶ δὲ τῶν ἰσοσκελῶν ἀρκέσει τὸ μεῖζον ἁπλῶς καὶ ἔλασσον. μία γάρ ἐστιν ἡ ταῖς δυσὶν ἄνισος, ἤτοι μείζων οὖσα ἢ ἐλάττων, ὡς ἐπί γε τῶν ἰσοπλεύρων οὐκ ἔχει ταῦτα τὰ θεωρήματα χώραν. καὶ ὁρᾷς ὅπως τὰ μὲν τῆς ἰσότητος τῶν γωνιῶν ἢ πλευρῶν δεικτικὰ τοῖς ἰσοπλεύροις καὶ ἰσοσκελέσιν ἐφήρμοττεν, τὰ δὲ τῆς ἀνισότητος τοῖς σκαληνοῖς καὶ τοῖς ἰσοσκελέσιν. αἴτιον δὲ ὅτι τὰ μὲν τῶν τριγώνων ἰσότητός ἐστι μόνης ἔκγονα, τὰ δὲ ἀνισότητος μόνης, τὰ δὲ ἀμφοτέρων, ὡδὶ μὲν διὰ τῆς ἰσότητος, ὡδὶ δὲ διὰ τῆς ἀνισότητος ὑφιστάμενα· καὶ τὰ μὲν ὄντα τῷ πέρατι συγγενῆ, τὰ δὲ τῇ ἀπειρίᾳ, τὰ δὲ κατὰ τὴν μῖξιν ἀμφοτέρων ἀπογεννώμενα, ὥστε διὰ πάντων ἡ τριὰς αὕτη πεφοίτηκεν, οἷον γραμμῶν, γωνιῶν, σχημάτων, καὶ ἐν τοῖς σχήμασι τριπλεύρων, τετραπλεύρων, ἑξῆς ἁπάντων. ἀλλὰ καὶ τὸ πέρας οὗ μὲν διὰ τῆς ὁμοιότητος, οὗ δὲ διὰ τῆς ἰσότητος ἐμφαντάζεται τοῖς γεωμετρικοῖς εἴδεσι, καὶ τὸ ἄπειρον οὗ μὲν διὰ τῆς

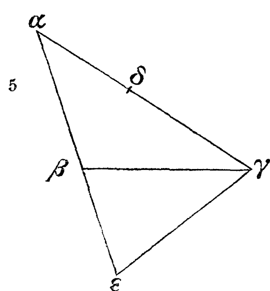
1 *τὴν μείζονα γωνίαν ὑπὸ τὴν μείζονα πλευρὰν G*, corr. *C*. 13 *τῆς* om. *G*. 17 *τὰ δὲ ἀνισότητος μόνης* om. H_2 p. 266. 21 *διὰ παντὸς* H_2 p. 266. 22 *αὐτὴ M, G*, H_2. 23 *τρίπλευρον M, τριπλεύρον G*, corr. *C*. || *τετράπλευρον M*. 24 *οὐ μὲν G, οὗ μὲν C*. 25 *οὗ δὲ διὰ τῆς ἰσότητος* om. *G*, add. *C*. || *ἐμφαντάζετο G, ἐφαντάζετο C*.

ἀνομοιότητος, οὗ δὲ διὰ τῆς ἀνισότητος, καὶ τὸ μικτὸν ὅτε μὲν ἐξ ὁμοιοτήτων, ὅτε δὲ ἐξ ἰσοτήτων. αἴτιον δὲ καὶ τούτων ὅτι τὰ εἴδη τὰ γεωμετρικὰ τῷ ποσῷ προσήκει καὶ τῷ ποιῷ. διότι τῶν δύο τούτων ἐπισημαινομένων δῆλον (?) καὶ ὅτι παντὸς τριγώνου λέγων ὁ στοιχειωτὴς οὐχὶ καὶ τοῦ ἰσοπλεύρου λέγει, ἀλλὰ τοῦ ἔχοντος μείζω καὶ ἐλάττω πλευράν. δεῖ γὰρ τὸ δεδομένον ἡγούμενον νομίζειν, ἑπόμενον δὲ (?) τὸ ζητούμενον. ὃ δ' ἂν μείζονα πλευρὰν ἔχῃ καὶ ἐλάσσονα, τοῦτο ὑπὸ τὴν μείζονα πλευρὰν τὴν μείζονα γωνίαν [ἕξει].

Ἐπειδὴ δὲ ὁ ‖ γεωμέτρης ἐν τῇ κατασκευῇ λαβὼν τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ τρίγωνον καὶ μείζονα τὴν $\overline{\alpha\gamma}$ τῆς $\overline{\alpha\beta}$, ἵνα δείξῃ τῆς πρὸς τῷ $\overline{\gamma}$ γωνίας τὴν πρὸς τῷ $\overline{\beta}$ μείζονα, ἀφεῖλεν ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\gamma}$ τῇ $\overline{\alpha\beta}$ ἴσην τὴν $\overline{\alpha\delta}$, φαίη δ' ἄν τις ὅτι πρὸς τῷ $\overline{\gamma}$ δεῖ γενέσθαι τὴν ἀφαίρεσιν, φέρε καὶ ἐπὶ ταύτης τῆς ὑποθέσεως δείξωμεν τὸ προκείμε-

1 τὸ μικτικὸν, ὁ γὲ μὲν G. 2 ὁμοιοτήτων ... ἰσοτήτων] 'ex similitudinibus et dissimilitudinibus ... ex aequalitatibus et inaequalitatibus' B, cui adstipulatur Kn. II. 3 τῷ ποσῷ τόπῳ ὧ προσήκει καὶ τῷ ποιῷ M, τῷ τόπῳ ᾧ προσήκει καὶ τῷ ποιῷ * B_3, G, 'ad Quantitatem, ad Qualitatemque spectant' B, 'loco quo satis sit et qualitate fiunt' Z. 5 δῆλον ex coniectura scripsi; ἡμῶν M, B_3, C, ἡμῖν G, 'eo quia nos haec duo annotare debemus' Z; B liberius: Haec itaque assignavimus, quoniam haec duo nobis assignantibus, manifestum nobis erit'. 8—9 ἑπόμενον· ὅ δ' ἂν τὸ ζητούμενον M, ἑπόμενον, ὁ (C. ὅτι) δ' ἂν τὸ ζητούμενον B_3, G, 'quod datum antecedens: consequens sit. si vero quaesitum' Z, 'Dato praecedenti Quaesitum consequens existimare: quod autem' B. 9 τούτῳ G, τοῦτο M, B_3, C, 'huic' B, 'hoc est' Z. 10 ἕξει ex coniectura dedi; M, B_3, G, Z verbum omittunt; 'esse' B. 13 πρὸς τὸ $\overline{\gamma}$ M, G. 13—15 Figuram ab Euclide descriptam addit B. 15 πρὸς τῷ $\overline{\gamma\delta}$ M, 'ad signum cd' Z, 'ad Signum c' B. 16 δείξομεν M, B_3, G, δείξωμεν C, 'ostendamus' B, 'demonstrabimus' Z.

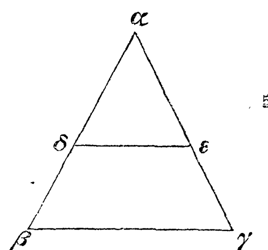
νον, ὡς Πορφύριος. ἔστω γὰρ ἡ $\overline{\delta\gamma}$ ἴση τῇ $\overline{\alpha\beta}$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{\alpha\beta}$ ἐπὶ τὸ $\bar{\varepsilon}$ καὶ κείσθω ἡ $\overline{\beta\varepsilon}$ τῇ $\overline{\delta\alpha}$ ἴση. ὅλη ἄρα ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$ ἴση τῇ $\overline{\alpha\gamma}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\varepsilon\gamma}$. ἐπεὶ οὖν ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ | ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\varepsilon}$ διὰ τὸ πέμπτον. ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$ μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\beta}$. ἐστὶν δὲ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$. τοῦ γὰρ $\overline{\gamma\beta\varepsilon}$ μία πλευρὰ ἐκβέβληται ἡ $\overline{\varepsilon\beta}$, καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ ἐκτὸς οὖσα τῆς ἀπεναντίον καὶ ἐντὸς μείζων ἐστί. πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\beta}$, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.



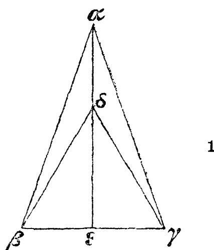
Αἱ μὲν οὖν γεωμετρικαὶ δείξεις τοιαῦται. δῆλον δὲ ὅτι τὸ αἴτιον τούτου τοῦ συμπτώματός ἐστιν ἡ τῆς πλευρᾶς αὐτῆς τῆς ὑποτεινούσης τὴν γωνίαν ὑπεροχὴ κατὰ τὸ μέγεθος ἢ ἐλάττωσις· μείζων μὲν γὰρ οὖσα διΐστησιν ἐπὶ πλέον τὴν γωνίαν, ἐλαττουμένη δὲ συνελαττοῖ κἀκείνην καὶ ἐπὶ μεῖον συνάγει. τοῦτο δὲ διὰ τὴν ἐπ' ἄκρον τάσιν τῆς εὐθείας. ἐπ' ἄκρον γὰρ αὐτὴ τεταμένη καὶ τῶν γωνιῶν τὰ μεγέθη κατὰ τὴν ἑαυτῆς αὔξησιν καὶ μείωσιν συμμετατίθησιν. καὶ ταῦτα λέγομεν ἐφ' ἑνὸς τριγώνου, ἐπεὶ δυνατὸν καὶ τὴν αὐτὴν γωνίαν ὑπὸ μείζονος καὶ ἐλάσσονος εὐθείας ὑποτείνεσθαι καὶ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν μείζω καὶ ἐλάττω

11 ἡ $\overline{\varepsilon\gamma}$ *M*. 15 τοῦτο *M*, *C*. ‖ ἡ] ἢ *G*. 19 μεῖον] μᾶλλον *M*, *G*. 21 τεταγμένη *G*. 24 εὐθείας om. *G*, add. *C*.

γωνίαν ὑποτείνειν. ἔστω γὰρ εἰ τύχοι τρίγωνον ἰσοσκελὲς τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, καὶ εἰλήφθω ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ τὸ $\overline{\delta}$ σημεῖον, καὶ ἴση ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$ τῇ $\overline{\alpha\delta}$ [ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\gamma}$] καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\delta\varepsilon}$. τὴν οὖν πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ γωνίαν ὑποτείνουσιν αἱ $\overline{\delta\varepsilon}$ $\overline{\beta\gamma}$, ὧν ἡ μὲν μείζων ἡ δὲ ἐλάσσων, καὶ μυρίας ὅσας ‖ λαβεῖν δυνατὸν κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον τὴν $\overline{\alpha}$ γωνίαν ὑποτεινούσας μείζους καὶ ἐλάσσους εὐθείας.



πάλιν ἔστω τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ ἰσοσκελές, καὶ ἐλάσσων ἡ $\overline{\beta\gamma}$ τῶν $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$, καὶ ἰσόπλευρον τρίγωνον ἐπὶ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ τὸ $\overline{\beta\delta\gamma}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\alpha\delta}$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὸ $\overline{\varepsilon}$. ἐπεὶ οὖν τοῦ $\overline{\alpha\beta\delta}$ τριγώνου ἐκτός ἐστιν ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\delta\varepsilon}$ γωνία, μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\delta}$, κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\delta\varepsilon}$ μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\delta}$. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\delta\gamma}$ μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ καὶ ὑποτείνει ἀμφοτέρας ἡ αὐτὴ εὐθεῖα μείζονα καὶ ἐλάσσονα γωνίαν. δέδεικται δὲ ὅτι τὴν αὐτὴν γωνίαν μείζους εὐθεῖαι καὶ ἐλάσσους ὑποτείνουσιν. ἀλλ' ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ τριγώνου



3 ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\gamma}$ addendum esse puto; om. *M*, B_3, *G*, *B*, *Z*. 14 ἐπὶ τὸ $\overline{\varepsilon}$ om. *M*. 15 $\overline{\alpha\beta\gamma}$ *M*. 16—18 τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\delta}$ .... μείζων om. *G*, add. *C*. 21 εὐθείας *M*, *C*.

μία εὐθεῖα μίαν ὑποτείνει γωνίαν καὶ ἡ μὲν μείζων τὴν μείζονα ἐκ παντός, ἡ δὲ ἐλάσσων τὴν ἐλάσσονα· καὶ τὸ αἴτιον ἐθεωρήσαμεν.

Prop. XIX, theor. XII. *Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.*

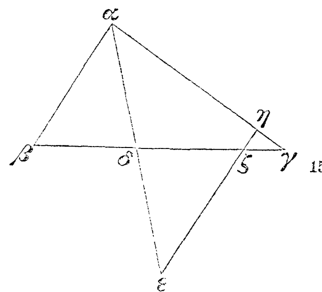
Τοῦτό ἐστι τὸ ἀντίστροφον τῷ εἰρημένῳ θεωρήματι. καί ἐστιν ἁπλοῦν ἐν ἑκατέρῳ τό τε διδόμενον καὶ τὸ ζητούμενον. καὶ τὸ ἐκεῖ συμπέρασμα ὑπόθεσίς ἐστιν ἐνταῦθα, ἡ δὲ ἐκεῖ ὑπόθεσις τούτου συμπέρασμα. προτέτακται δ' ἐκεῖνο, διότι δεδομένην ἔχει τὴν ἀνισότητα τῶν πλευρῶν, ἕπεται δὲ τοῦτο τὰς γωνίας ἀνίσους ὑποθέμενον. δοκοῦσι γὰρ αἱ μὲν πλευραὶ τὰ εὐθύγραμμα περιέχειν, αἱ δὲ γωνίαι περιέχεσθαι. καὶ ὁ τρόπος δὲ τῆς ἀποδείξεως ἐπ' ἐκείνου μὲν δεικτικός, ἐπὶ δὲ τούτου διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς.

Ὁ μὲν οὖν γεωμέτρης ἐκ διαιρέσεως τὸ ἀδύνατον συλλογίζεται. τῶν γὰρ γωνιῶν οὐσῶν ἀνίσων λέγω, φησίν, ὅτι καὶ αἱ ὑποτείνουσαι πλευραὶ ἄνισοι, καὶ ‖ ἡ μείζων ὑποτείνει τὴν δεδομένην μείζονα γωνίαν. εἰ γὰρ μή ἐστιν ἡ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνουσα μείζων, ἴση ἐστὶν ἢ ἐλάττων. ἀλλ' εἰ μὲν ἴση, καὶ αἱ γωνίαι, ἃς ὑποτείνουσιν, ἴσαι διὰ τὸ ε̅, εἰ δὲ ἐλάττων, καὶ ἡ γωνία, ἣν ὑποτείνει, ἐλάττων διὰ τὸ πρὸ τούτου. δέδεικται γὰρ ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνουσα καὶ ὑπὸ τὴν ἐλάσσονα ἡ ἐλάσσων.

1 *μίαν* om. *G*, add. *C*. 4 In *M* in margine: *ιθ̅*. 7 *δεδομένον G*. 20 *ὑποτείνουσα* om. *M*. 21 *μείζων, ἴση ἐστὶν*] *ἢ μείζων ἐστὶ ἢ ἴση G*, corr. *C*. 22 *ε̅*] *πέμπτον G*. 23 *ὑποτείνει*] *ὑπὸ τὴν M*.

ἔχουσι δὲ ἀνάπαλιν αἱ γωνίαι· μείζων ἄρα ἡ πλευρὰ τῆς πλευρᾶς. δυνατὸν δὲ καὶ ἄνευ ταύτης τῆς διαιρέσεως δεῖξαι τὸ προκείμενον προαποδείξαντες λημμάτιόν τι τοιοῦτον·

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ καὶ ἡ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα ἐπὶ τὴν βάσιν ἀχθεῖσα εἰς ἄνισα αὐτὴν διαιρῇ, αἱ τὴν γωνίαν περιέχουσαι πλευραὶ ἄνισοι ἔσονται, καὶ μείζων μὲν ἡ τῷ μείζονι τμήματι τῆς βάσεως συμπίπτουσα, ἐλάσσων δὲ ἡ ἐλάσσονι.

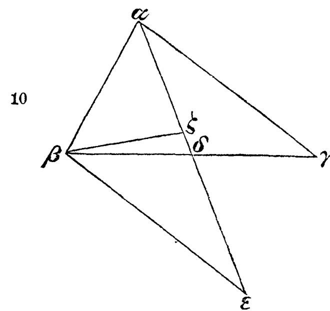


Ἔστω τρίγωνον τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ καὶ τετμήσθω δίχα ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ γωνία, καὶ ἡ $\overline{\alpha\delta}$ εἰς ἄνισα τεμνέτω τὴν $\overline{\beta\gamma}$, καὶ μείζων ἡ $\overline{\gamma\delta}$ τῆς $\overline{\beta\delta}$. λέγω ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ τῆς $\overline{\alpha\beta}$. ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{\alpha\delta}$ καὶ κείσθω ἴση ἡ $\overline{\delta\varepsilon}$ τῇ $\overline{\alpha\delta}$. καὶ ἐπεὶ μείζων ἡ $\overline{\delta\gamma}$ τῆς $\overline{\delta\beta}$, κείσθω ἴση τῇ $\overline{\beta\delta}$ ἡ $\overline{\delta\zeta}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\varepsilon\zeta}$ καὶ ἐκβεβλήσθω ὡς ἐπὶ τὸ $\overline{\eta}$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\overline{\alpha\delta}$ τῇ $\overline{\delta\varepsilon}$ καὶ ἡ $\overline{\beta\delta}$ τῇ $\overline{\delta\zeta}$, δύο δυσὶν ἴσαι, καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι τὰς κατὰ κορυφήν· βάσις ἄρα ἡ $\overline{\beta\alpha}$ βάσει τῇ $\overline{\varepsilon\zeta}$ ἴση καὶ

19 Post τῇ $\overline{\alpha\delta}$ addunt M, B_3, G (Z): καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\beta\varepsilon}$, quae linea etiam in figuris in M et Z ducta est. B, cum supervacanea sint, iure et verba et lineam omisit; nisi forte Proclum superflua quoque addidisse malis credere.

πάντα πᾶσιν, ὥστε καὶ γωνία ἡ ὑπὸ δεζ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ δαβ ἴση ἐστίν. ἀλλὰ αὕτη τῇ ὑπὸ δαη ἴση ἐστίν, ὥστε καὶ πλευρὰ ἡ αη τῇ εη ἴση διὰ τὸ ἕκτον. μείζων ἄρα ἡ αγ τῆς εζ. ἡ δὲ εζ τῇ αβ ἴση. μείζων ἄρα ἡ αγ τῆς αβ, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

Τούτου προληφθέντος δείξομεν ὅτι ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει. ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ μείζονα ἔχον τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν τῆς πρὸς τῷ γ. λέγω ὅτι ἡ αγ τῆς αβ μείζων ἐστίν. τετμήσθω δίχα ἡ βγ κατὰ τὸ δ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ, καὶ ἤχθω ἡ δε ἴση τῇ αδ, | καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βε. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ βδ τῇ δγ καὶ ἡ αδ τῇ δε, δύο δυσὶν ἴσαι, καὶ γωνίας ἴσας τὰς κατὰ κορυφὴν περιέχουσιν. ἴση ἄρα καὶ ἡ βάσις ἡ βε τῇ αγ, καὶ πάντα ‖ πᾶσιν, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ δβε γωνία ἴση τῇ



1 *πάντα ἄρα πᾶσιν G.* 2 *τῇ ὑπὸ δαη M,* in quo *ἴση ἐστίν. ἀλλὰ αὕτη τῇ ὑπὸ δαη ἴση ἐστίν* omissa sunt. 3 *τῇ εζ M.* 4—5 *τῆς εζ . . . . ἡ αγ* om. *G,* add. *C.* 13—15 *καὶ ἐπεζεύχθω . . . τῇ αδ* om. *M, C.* 18 *περιέχουσι τὰς κατὰ κορυφὴν G.* ‖ *ἡ* ante *βάσις* om. *G.*

πρὸς τῷ γ. ἐλάσσων δὲ [ἡ πρὸς τῷ γ] τῆς ὑπὸ αβδ. ἡ ἄρα ὑπὸ δβε ἐλάσσων τῆς ὑπὸ αβδ. τετμήσθω οὖν δίχα ἡ ὑπὸ αβε τῇ βζ εὐθείᾳ· μείζων ἄρα ἡ εζ τῆς ζα. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ αβε ἡ πρὸς τῷ β γωνία δίχα ἐτμήθη τῇ βζ καὶ μείζων ἡ εζ τῆς αζ, διὰ τὸ προδειχθὲν μείζων ἡ βε τῆς βα. ἡ δὲ βε τῇ αγ δέδεικται ἴση. μείζων ἄρα ἡ γα τῆς αβ. δέδεικται ἄρα τὸ ζητούμενον.

Καὶ φανερὸν ὅτι τὴν ποικιλίαν τῆς ἀποδείξεως παραιτούμενος ὁ στοιχειωτὴς τὸν τρόπον τοῦτον ἐφυλάξατο καὶ τῇ ἐκ διαιρέσεως εἰς τὸ ἀδύνατον ἀγούσῃ δείξει προεχρήσατο βουλόμενος τὸ ἀντίστροφον ποιῆσαι τῷ προηγουμένῳ μηδενὸς μεταξὺ παρεμπίπτοντος, ἐπεὶ καὶ τὸ ὄγδοον ἀντιστρέφον πρὸς τὸ τέταρτον πολλὴν ἐνεποίησε ταραχὴν δυσεπίγνωστον ποιῆσαν τὴν ἀντιστροφήν. αἱρετώτερον γὰρ τὸ δι' ἀδυνάτου δεικνύναι τὰ ἀντιστρέφοντα μετὰ τοῦ τὴν συνέχειαν φυλάττειν ἢ τὸ διακόπτειν τὴν συνέχειαν μετὰ τῆς προηγουμένης ἀποδείξεως. διὸ δὴ τὰ ἀντίστροφα πάντα σχεδὸν δι' ἀδυνάτου δεικνῦσι.

1 ἡ πρὸς τῷ γ ex coniectura addidi. $B_3 = M$, G.
1—2 τῆς ὑπὸ αβδ .... ἐλάσσων om. G, B, Z. 10 ἐφυλάττετο G, ἐφυλάξατο C. 15 ἐποίησε G, ἐνεποίησε C. 19 ἀντιστρόφια M. 20 πάντα] ταῦτα G, corr. C.

Prop. XX, theor. XIII. *Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.*

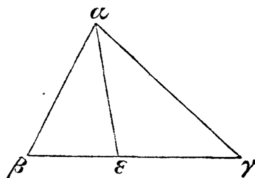
Τοῦτο τὸ θεώρημα διασύρειν μὲν εἰώθασιν οἱ Ἐπικούρειοι καὶ ὄνῳ λέγοντες αὐτὸ δῆλον εἶναι καὶ μηδεμιᾶς δεῖσθαι κατασκευῆς· ὁμοίως δ' ἀνεπιστήμονος ἔργον εἶναι τά τε ἐμφανῆ παραμυθίας ἀξιοῦν καὶ τοῖς ἀδήλοις αὐτόθεν πιστεύειν. ὁ γὰρ ταῦτα συγχέων φανερός ἐστι τό τε ἀναπόδεικτον καὶ τὸ ἀποδεικτὸν ἀγνοῶν. ὅτι δὲ καὶ ὄνῳ τὸ προκείμενον θεώρημα γνώριμον κατασκευάζουσιν ἐκ τοῦ τεθέντος χόρτου κατὰ τὸ ἕτερον πέρας τῶν πλευρῶν τὸν ὄνον τὴν μίαν ὁδεύειν πλευρὰν ἀλλὰ μὴ τὰς δύο τροφῆς ὀρεγόμενον.

Πρὸς δὲ ταῦτα λεκτέον ὅτι σαφὲς μὲν κατὰ τὴν αἴσθησιν ἔστω τὸ θεώρημα, οὔπω δὲ σαφὲς κατὰ τὸν ἐπιστημονικὸν λόγον. πολλὰ γὰρ τοῦτο πέπονθε τῶν πραγμάτων, ‖ οἷον θερμαίνει τὸ πῦρ· καὶ τοῦτο τῇ αἰσθήσει σαφές, ἀλλὰ πῶς θερμαίνει τῆς ἐπιστήμης ἔργον ἑλεῖν, πότερον ἀσωμάτῳ δυνάμει ἢ σωματικαῖς τομαῖς, σφαιρικοῖς μορίοις ἢ πυραμοειδέσι. πάλιν ὅτι κινούμεθα τῇ αἰσθήσει δῆλον, πῶς δὲ κινούμεθα, παραστῆσαι τῷ λόγῳ χαλεπόν, πότερον κατὰ ἀμερές, ἢ κατὰ διάστημα· πῶς δὲ ἄπειρα διΐμεν. εἰς ἄπειρον γὰρ διαιρετὸν πᾶν μέγεθος. ἔστω τοίνυν καὶ τοῦ

1 In *M* in margine: *κ̄. ση. δια τὸν επικουρον ωρ.*
4 *οἱ οὖν ἐπικούρειοι G.* 7 *εἶναι ἔργον G.* ‖ *τε* om. *G*, add. *C.* 9 *καὶ τὸ ἀποδεικτὸν* om. *G*, *καὶ τὸ ἀποδεικτικὸν C.*
15 *δὴ G, δὲ C.* 16 *ἔστι G, ἔστω C.*

τριγώνου τὸ μείζους εἶναι τὰς δύο τῆς μιᾶς τῇ αἰσθήσει καταφανές, ἀλλὰ πῶς τοῦτο γίνεται τῆς ἐπιστήμης ἔργον εἰπεῖν.

Ἀλλὰ πρὸς μὲν τοὺς Ἐπικουρείους καὶ ταῦτα ἀρκούντως ἀντειρήσθω· δεῖ δὲ καὶ τὰς ἄλλας ἀποδείξεις τοῦ προκειμένου θεωρήματος συντόμως ἱστορῆσαι, ὅσας οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πορφύριον ἀνέγραψαν τῆς εὐθείας μὴ προσεκβαλλομένης, ὃ πεποίηκεν ὁ στοιχειωτής. ἔστω τρίγωνον τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$. δεῖ δὴ δεῖξαι τὰς $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ μείζους. τετμήσθω δίχα ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ γωνία. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $\overline{\alpha\beta\varepsilon}$ γωνία ἐκτὸς

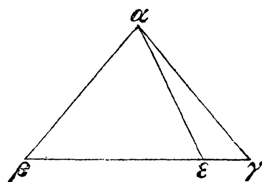


ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$, μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\varepsilon}$· ἀλλ' ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\varepsilon}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\alpha\gamma}$ ἴση· ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$ μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{\varepsilon\alpha\gamma}$, ὥστε καὶ ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ πλευρὰ τῆς $\overline{\gamma\varepsilon}$ μείζων. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῆς $\overline{\beta\varepsilon}$ μείζων. τριγώνου γὰρ τοῦ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\beta}$ καὶ μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\varepsilon}$, τουτέστιν τῆς ὑπὸ $\overline{\varepsilon\alpha\beta}$, ὥστε καὶ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῆς $\overline{\beta\varepsilon}$ μείζων. αἱ ἄρα $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ ὅλης μείζους. ὁμοίως δείξομεν καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Πάλιν ἔστω τρίγωνον τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$· εἰ μὲν οὖν ἰσόπλευρόν ἐστι τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, πάντως αἱ δύο μείζους τῆς λοιπῆς — τριῶν γὰρ ἴσων δύο ὁποιαοῦν διπλάσια τοῦ ἑνός

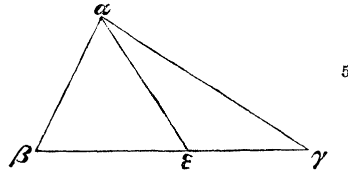
4 μὲν et καὶ om. *G*, add. *C*. 11 τῆς $\overline{\beta\gamma}$ om. *G*, add. *C*. 16 τὰ αὐτὰ] ταῦτα *G*. 24 οὐσῶν *G*, ἴσων *C*.

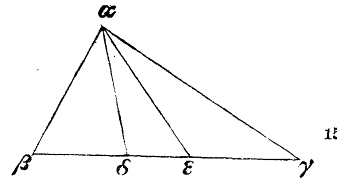
— εἰ δὲ ἰσοσκελές, ἤτοι ἐλάσσονα ἔχει τῶν ἴσων ἑκατέρας τὴν βάσιν ἢ μείζονα. εἰ μὲν οὖν ἐλάσσων ἡ βάσις, πάλιν αἱ δύο μείζους τῆς λοιπῆς· εἰ δὲ μείζων ἡ βάσις, ἔστω ἡ $\overline{\beta\gamma}$ μείζων, καὶ ἀφῃρήσθω ἴση ἑκατέρᾳ ἐκείνων ἡ $\overline{\beta\varepsilon}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $\overline{\alpha\varepsilon\beta}$ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$ γωνία, μείζων ἐστὶ τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\varepsilon}$. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\beta}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\varepsilon}$ μείζων. αἱ ἄρα περὶ τὴν $\overline{\alpha\varepsilon}$ γωνίαι μείζους ὅλης τῆς πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$, ὧν ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\varepsilon\alpha}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\varepsilon}$, ἐπεὶ καὶ ‖ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\beta\varepsilon}$ ἴση. λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\gamma}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\varepsilon}$ μείζων, ὥστε καὶ ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ τῆς $\overline{\gamma\varepsilon}$ μείζων. ἦν δὲ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\beta\varepsilon}$ ἴση. αἱ ἄρα $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ μείζους τῆς $\overline{\beta\gamma}$. εἰ δὲ σκαληνὸν τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ἔστω μεγίστη ἡ $\overline{\alpha\beta}$, μέση ἡ $\overline{\alpha\gamma}$, ἐλαχίστη ἡ $\overline{\beta\gamma}$. ἡ μὲν οὖν μεγίστη μεθ᾽ ἑκατέρας ληφθεῖσα πάντως μείζων τῆς λοιπῆς· καὶ γὰρ καθ᾽ αὑτὴν ἑκατέρας μείζων. εἰ δὲ τὴν $\overline{\alpha\gamma}$ καὶ $\overline{\beta\gamma}$ δεῖξαι ζητοῖμεν τῆς $\overline{\alpha\beta}$ μεγίστης οὔσης μείζονας, ὡς ἐπὶ τοῦ ἰσοσκελοῦς ποιήσομεν ἀπὸ τῆς μεγίστης ἀφελόντες τῇ ἑτέρᾳ ἴσην, καὶ ἐπιζεύξαντες ἀπὸ τοῦ $\overline{\gamma}$, καὶ ἀποχρησάμενοι ταῖς ἐκτὸς τῶν τριγώνων γωνίαις.



2 ἑκατέραν *M, G.* 3 πάλαι *G.* 5 ἑκατέρα *M, G.* 11 περὶ τὴν $\overline{\alpha}$ καὶ $\overline{\varepsilon}$ *G.* 14 ἦν δὲ καὶ *G.* 17 μεθ᾽ ἑκατέραν λειφθεῖσα *G.* 18 καθετὴν *M*, καθ᾽ ἑαυτὴν *G.* ‖ ἑτέρας *G*, ἑκατέρας *C.* 19 Figura, quam *B* addit, omissa est in *M*, neque est necessaria. 20 μείζονα *M*, 21 ἑκατέρᾳ *G.*

Πάλιν ἔστω τρίγωνον τυχὸν | τὸ $\overline{αβγ}$. λέγω ὅτι αἱ $\overline{αβ}$ $\overline{αγ}$ μείζους εἰσὶ τῆς $\overline{βγ}$. εἰ γὰρ μή, ἤτοι ἴσαι εἰσίν, ἢ ἐλάσσους, ἔστωσαν ἴσαι, καὶ ἀφῃρήσθω τῇ $\overline{αβ}$ ἴση ἡ $\overline{βε}$. λοιπὴ ἄρα ἡ $\overline{εγ}$ τῇ $\overline{αγ}$ ἴση. ἐπεὶ οὖν ἡ $\overline{αβ}$ τῇ $\overline{βε}$ ἴση, γωνίας ἴσας ὑποτείνουσιν. ὁμοίως δὴ καί, ἐπεὶ ἡ $\overline{αγ}$ τῇ $\overline{γε}$ ἴση, γωνίας ἴσας ὑποτείνουσιν. αἱ ἄρα πρὸς τῷ $\overline{ε}$ γωνίαι ἴσαι καὶ αἱ πρὸς τῷ $\overline{α}$, ὅπερ ἀδύνατον. πάλιν δὴ ἔστωσαν ἐλάσσους αἱ $\overline{αβ}$ $\overline{αγ}$ τῆς $\overline{βγ}$, καὶ ἀφῃρήσθω τῇ μὲν $\overline{αβ}$ ἴση ἡ $\overline{βδ}$, τῇ δὲ $\overline{αγ}$ ἡ $\overline{γε}$. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\overline{αβ}$ τῇ $\overline{βδ}$, ἴση ἡ ὑπὸ $\overline{βδα}$ τῇ ὑπὸ $\overline{βαδ}$, καὶ ἐπεὶ ἴση ἡ $\overline{αγ}$ τῇ $\overline{γε}$, ἴση ἡ ὑπὸ $\overline{γεα}$ τῇ ὑπὸ $\overline{εαγ}$· δύο ἄρα αἱ ὑπὸ $\overline{βδα}$ $\overline{γεα}$ ἴσαι δυσὶν ταῖς ὑπὸ $\overline{βαδ}$ καὶ $\overline{εαγ}$. πάλιν ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $\overline{αδγ}$ || ἐκτὸς ἡ ὑπὸ $\overline{βδα}$, μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{εαγ}$, καὶ γὰρ τῆς ὑπὸ $\overline{δαγ}$. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ καί, ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $\overline{αβε}$ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ $\overline{γεα}$, μείζων τῆς ὑπὸ $\overline{βαδ}$, καὶ





9—10 ὁμοίως ... ὑποτείνουσιν om. *G*. 10 πρὸς τὸ $\overline{αε}$ *M*, πρὸς τῇ $\overline{εγ}$ *C*, 'ad e Signum' *B*, 'ad $\overline{ε}$' *Z*. 19 τῇ ὑπὸ $\overline{βαδ}$ *M*, *G*. 20—21 ἐκτὸς ... ὑπὸ $\overline{δαγ}$ om. *G*, add. *C*, sed praeposito $\overline{γεα}$ ante μείζων. 21 καὶ ἐπὶ *G*.

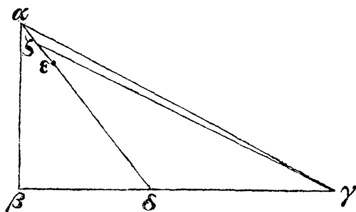
γὰρ τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\varepsilon}$ μείζων. αἱ ὑπὸ $\overline{\beta\delta\alpha}$ $\overline{\gamma\varepsilon\alpha}$ μείζους ἐκεῖ δύο τῶν ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\delta}$ $\overline{\varepsilon\alpha\gamma}$. ἦσαν δὲ καὶ ἴσαι αὐταῖς· ὅπερ ἀδύνατον. αἱ ἄρα $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ οὔτε ἴσαι εἰσὶν τῇ $\overline{\beta\gamma}$, οὔτε ἐλάσσους, ἀλλὰ μείζους. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων.

Prop. XXI, theor. XIIII. *Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν δύο εὐθεῖαι συσταθῶσιν ἐντὸς ἀπὸ τῶν περάτων ἀρξάμεναι, αἱ συσταθεῖσαι τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου πλευρῶν ἐλάττους μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.*

Τὸ μὲν δηλούμενον ὑπὸ τῆς προτάσεως φανερὸν καὶ ἡ ἀπόδειξις ἡ παρὰ τῷ στοιχειωτῇ τὸ ἐναργὲς ἔχει καὶ ταῖς πρώταις ἀρχαῖς ἑπόμενον τὸ θεώρημα. ἐκ γὰρ δύο θεωρημάτων ἤρτηται τοῦ τε πρὸ τούτου δειχθέντος καὶ τοῦ ἑκκαιδεκάτου. πρὸς μὲν γὰρ τὸ δεῖξαι τὰς συσταθείσας ἐντὸς ἐλάσσονας τῶν ἐκτὸς ἐκείνου δεῖται τοῦ θεωρήματος, παντὸς τριγώνου αἱ δύο μείζους εἰσὶ τῆς λοιπῆς, πρὸς δὲ τὸ τὴν ὑπ' αὐτῶν περιεχομένην γωνίαν ἀποφῆναι μείζονα τῆς ὑπὸ τῶν ἐκτὸς περιεχομένης, ἐκεῖνο αὐτῷ συντελεῖ, τὸ παντὸς τριγώνου τὴν ἐκτὸς γωνίαν μείζονα εἶναι τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. λάβοις δ' ἂν ἅμα τῆς γεωμετρικῆς ἀκριβείας πίστιν καὶ τῶν ἐν τοῖς μαθήμασι παραδόξων ὑπόμνησιν, εἰ δείξαιμεν ὅτι δυνατὸν ἐντὸς

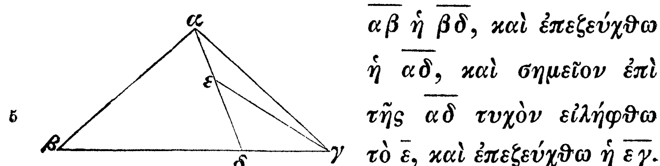
4 οὔτε μείζους *M*, B_3, *G*, 'sed maiora' *B*, 'maiora igitur' *Z*. 6 In *M* in margine $\overline{\kappa\alpha}$. 7 σταθῶσιν *G*, συσταθῶσιν *C*. 12 παρὰ] ἐπὶ *G*, corr. *C*. 14 εἴρηται *G*, ἤρτηται *C*. 15 $\overline{\iota\varsigma}$ *G*, ἑκκαιδεκάτου *C*.

τριγώνου τινὸς ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν οὐχ ὅλης ἀλλὰ μέρους αὐτῆς συστῆναι δύο εὐθείας μείζους τῶν ἐκτός, καὶ πάλιν μείονα (?) γωνίαν περιεχούσας τῆς ὑπὸ τῶν ἐκτὸς περιεχομένης. τούτου γὰρ δειχθέντος ἅμα μὲν δῆλον ὅτι ἀναγκαίως ὁ στοιχειωτὴς προσέθηκεν τὸ ἀπὸ τῶν περάτων ἄρχεσθαι δεῖν τῆς κοινῆς βάσεως τὰς ἐντὸς συνισταμένας καὶ τὸ ἐπὶ μιᾶς ὅλης συνίστασθαι, ἀλλὰ οὐκ ἐπὶ μέρους τῆς ὅλης. ἅμα δὲ καὶ ὅπερ εἴπομεν ἕν τι τῶν ἐν γεωμετρίᾳ παραδόξων ἀναφανήσεται. πῶς γὰρ οὐ παράδοξον, εἰ αἱ μὲν ἐπὶ τῆς ὅλης ‖ συνιστάμεναι τῶν ἐκτὸς ἐλάσσους εἰσίν, αἱ δὲ ἐπὶ μέρους μείζονες; ἔστω δὴ οὖν ὀρθογώνιον τρίγωνον τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$, ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ $\overline{\beta}$ γωνίαν καὶ εἰλήφθω σημεῖον τυχὸν τὸ $\overline{\delta}$ ἐπὶ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\alpha\delta}$. μείζων ἄρα ἡ $\overline{\alpha\delta}$ τῆς $\overline{\alpha\beta}$. ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha\delta}$ ἴση τῇ $\overline{\alpha\beta}$ ἡ $\overline{\delta\varepsilon}$, καὶ ἡ $\overline{\varepsilon\alpha}$ διῃρήσθω δίχα κατὰ τὸ $\overline{\zeta}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\gamma\zeta}$. ἐπεὶ οὖν τρίγωνόν ἐστι τὸ $\overline{\alpha\gamma\zeta}$ αἱ $\overline{\alpha\zeta}$ $\overline{\zeta\gamma}$ μείζους εἰσὶ τῆς $\overline{\alpha\gamma}$. ἀλλ' ἡ $\overline{\alpha\zeta}$ ἴση τῇ $\overline{\zeta\varepsilon}$. αἱ ἄρα $\overline{\zeta\varepsilon}$ $\overline{\zeta\gamma}$ μείζους τῆς $\overline{\alpha\gamma}$. ἴση δὲ ἡ $\overline{\delta\varepsilon}$ τῇ $\overline{\alpha\beta}$· αἱ ἄρα $\overline{\zeta\gamma}$ $\overline{\zeta\delta}$ μείζους τῶν $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$, καί εἰσιν ἐντός. πάλιν ἔστω τρίγωνον



3 μείζονα M, B_3, G, 'maiorem' Z, 'minorem' B. Cum infra ἐλάσσονα scriptum sit, hoc quoque loco ἐλάσσονα erit restituendum. ‖ τῆς ὑπὸ τῆς G, corr. C.

ἰσοσκελὲς τὸ αβγ μείζονα τὴν βάσιν ἔχον τὴν βγ ἑκατέρας τῶν ἴσων, καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ τῆς βγ ἴση τῇ αβ ἡ βδ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ, καὶ σημεῖον ἐπὶ τῆς αδ τυχὸν εἰλήφθω τὸ ε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ.

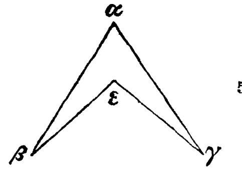


ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ αβ τῇ βδ, ἴση καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βαδ τῇ ὑπὸ βδα, καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ εδγ ἐκτός ἐστιν ἡ ὑπὸ βδα, μείζων ἐστὶ τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον τῆς ὑπὸ δεγ, ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ βαδ μείζων τῆς ὑπὸ δεγ. πολλῷ ἄρα μείζων ἡ ὑπὸ βαγ τῆς ὑπὸ δεγ. καὶ περιέχεται ἡ μὲν ὑπὸ βαγ ὑπὸ τῶν ἐκτός, ἡ δὲ ὑπὸ δεγ ὑπὸ τῶν ἐντός. συνεστάθησαν ἄρα ἐντὸς τοῦ τριγώνου αἱ δε εγ γωνίαν περιέχουσαι ἐλάσσονα τῶν ἐκτός, καὶ δέδεικται τὸ προκείμενον οὐ προσχρησαμένων ἡμῶν ταῖς παραλλήλοις τῶν ἐξηγητῶν. ἀναγκαῖον ἄρα τὰς συνεσταμένας εὐθείας ἀπὸ τῶν περάτων ἄρχεσθαι τῆς βάσεως. αἱ γὰρ ἐπὶ μέρους αὐτῆς συνιστάμεναι καὶ μείζους δείκνυνταί ποτε τῶν ἐκτὸς καὶ ἐλάσσονα περιέχουσαι γωνίαν.

Οὕτω δὲ καὶ συνισταμένων ἀπὸ τῶν περάτων ἀναφαίνεται καὶ τὸ εἶδος τῶν καλουμένων ἀκιδοειδῶν τριγώνων, ἓν καὶ τοῦτο τῶν ἐν γεωμετρίᾳ || παρα-

9 *καὶ μείζων ἐστὶ G.* 11 *πολλῷ . . . ὑπὸ δεγ* om. *G*, add. *C*. 12 *τῆς ὑπὸ τῶν ἐκτὸς M.* 13 *συνεστάτωσαν M*, *συνέστησαν* B_3, *G*, constitutae sunt *B*, *Z*. 17 *συνισταμένας G.* 22 *καλουμένων* om. *G*.

δόξων τρίγωνον τετράπλευρον εὑρεῖν οἷον τὸ $\overline{βαγ}$. περιέχεται μὲν γὰρ ὑπὸ τεττάρων πλευρῶν τῶν $\overline{βα}$ $\overline{αγ}$ $\overline{γε}$ $\overline{εβ}$, τρεῖς δὲ ἔχει γωνίας, μίαν μὲν τὴν πρὸς τῷ $\overline{β}$, ἑτέραν δὲ τὴν πρὸς τῷ $\overline{α}$, λοιπὴν δὲ τὴν πρὸς τῷ $\overline{γ}$. τετράπλευρον ἄρα ἐστὶ τρίγωνον τὸ προκείμενον σχῆμα.



Prop. XXII, probl. VIII. *Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις ἴσαι, τρίγωνον | συστήσασθαι. δεῖ δὲ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζους εἶναι πάντῃ μεταλαμβανομένας.*

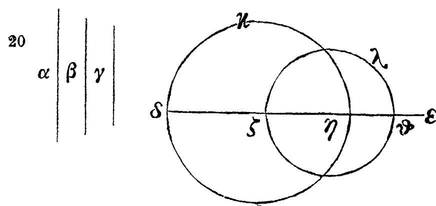
Ἐπὶ τὰ προβλήματα μετεληλύθαμεν αὖθις· καὶ παρακελεύεται τριῶν ἐκκειμένων εὐθειῶν, ὧν αἱ δύο μείζους τῆς λοιπῆς, συστήσασθαι τρίγωνον ἐξ ἴσων πλευρῶν ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, πρῶτον μὲν τοῦτο συνιδών, ἐξ αὐτῶν ἐκείνων θέσιν ἤδη λαβουσῶν εἰρημένην συστῆναι τρίγωνον ἀδύνατον, ἀλλ' ἐκ τῶν ἴσων αὐταῖς δυνατόν, ἔπειθ' ὅτι δεῖ τὰς εὐθείας τὰς συμπληροῦν μελλούσας τὸ τρίγωνον τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζους ἔχειν πάντῃ μεταλαμβανομένας — παντὸς γὰρ τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ μείζους εἰσὶ τῆς λοιπῆς, ὡς δέδεικται — καὶ διὰ ταύτην τὴν αἰτίαν προσθείς, ὡς ἄρα ἀναγκαῖον καὶ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν

8 *M* in margine $\overline{κβ}$. 9 ἴσαι om. *M*. 13 παρακελεύεται] 'iubet Euclides' *B*. 16 συνιδόντων *M*, *G*. || λαμβανουσῶν *G*, λαβουσῶν *C*. 20 ἔχειν] εἶναι *G*. 20—21 πάντῃ .... τῆς λοιπῆς om. *G*.

τὰς δύο μείζους εἶναι τῆς λοιπῆς κατὰ πᾶσαν λῆψιν, ἢ οὐκ ἔσται τρίγωνον ἐκ τῶν ἴσων αὐταῖς εὐθειῶν, πρὸς δὲ τούτοις καὶ τὰς ἐνστάσεις ἁπάσας ἀνελὼν τὰς πρὸς τὴν κατασκευὴν φερομένας, διὰ τῆς προσθήκης ταύτης μόνης κἀκείνας λύεσθαι δυναμένας.

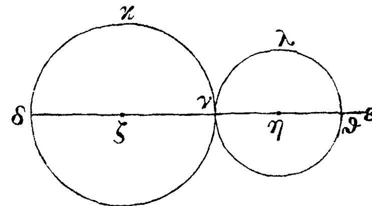
Ἔστιν οὖν τὸ πρόβλημα τῶν διωρισμένων, ἀλλ' οὐ τῶν ἀδιορίστων. καὶ γὰρ τῶν προβλημάτων ὥσπερ τῶν θεωρημάτων τὰ μέν ἐστιν ἀδιόριστα, τὰ δὲ διωρισμένα. ἐὰν μὲν γὰρ εἴπωμεν ἁπλῶς οὕτως ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων τρισὶ ταῖς δοθείσαις συστήσασθαι τρίγωνον, ἀδιόριστον καὶ ἀδύνατον, ἐὰν δὲ προσθῶμεν, ὧν αἱ δύο μείζους εἰσὶ τῆς λοιπῆς πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, διωρισμένον τε καὶ δυνατόν. γίνεται γὰρ αὖ καὶ τοῦτο· ὥσπερ ‖ τῶν θεωρημάτων κατὰ τὸ ἀληθὲς καὶ ψεῦδος ἡ διαίρεσις, οὕτω καὶ τῶν προβλημάτων κατὰ τὸ δυνατὸν ἀποφανθέν [καὶ τὸ ἀδύνατον].

Ὅτι δὲ καὶ αἱ πρὸς τὴν κατασκευὴν ἐνστάσεις ἐντεῦθεν λύονται, μάθοιμεν ἂν σμικρὸν εἰς αὐτὴν ἐπιβλέψαντες. ἐπακολουθήσομεν γὰρ τοῖς τοῦ γεωμέτρου ῥήμασιν. ἔστωσαν τρεῖς εὐθεῖαι $\overline{α}$ $\overline{β}$ $\overline{γ}$, ὧν αἱ δύο μείζους τῆς



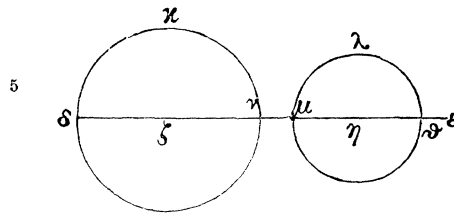
1—2 τὰς δύο ... εὐθειῶν om. *G*, add. *C*. 3 πρὸς δὲ τοῦτο *M*. 5 κἀκείνης *G*, κἀκεῖνα *C*. 13—14 δυνατὸν γίνεται. καὶ γὰρ αὖ καὶ τοῦτο *M*, δυνατόν. γίγνεται γὰρ καὶ αὖ τοῦτο B_3, *G*, 'fit ... possibile. Id etiam scire expedit' *Z*, 'Possibile. fit enim hoc quoque'. *B*. 16 καὶ τὸ ἀδύνατον om. *M*, B_3, *G*; 'sic problematicum enuntiatum iuxta possibilitatem spectatur' *Z*, 'iuxta Possibile enuntiatum atque Impossibile' *B*. 18 μικρὸν *G*. 19—25 Figuram om. *M*.

λοιπῆς πάντῃ μεταλαμβανόμεναι, καὶ δέον ἔστω ποιῆσαι τὸ προσταχθέν. ἐκκείσθω τις εὐθεῖα ἡ δε ἐπὶ θάτερα μὲν πεπερασμένη, οἷον κατὰ τὸ δ, ἐπὶ θάτερα δὲ ἄπειρος, καὶ κείσθω τῇ μὲν α ἴση ἡ δζ, τῇ δὲ β ἴση ἡ ζη, τῇ δὲ γ ἴση ἡ ηθ. καὶ κέντρῳ τῷ ζ, διαστήματι δὲ τῷ ζδ κύκλος γεγράφθω ὁ κ, καὶ πάλιν κέντρῳ τῷ η, διαστήματι δὲ τῷ ηθ κύκλος γεγράφθω ὁ λ, καὶ τεμνέτωσαν ἀλλήλους οἱ κύκλοι. τοῦτο γὰρ ἔλαβεν ὁ στοιχειωτής. πόθεν οὖν τοῦτο; φησίν τις. μήποτε γὰρ ἢ ἐφάπτονται μόνον ἀλλήλων, ἢ οὐδὲ ἐφάπτονται; τῶν γὰρ τριῶν ἕν τι πάσχειν αὐτοὺς ἀναγκαῖον, ἢ τέμνειν ἀλλήλους, ἢ ἐφάπτεσθαι, ἢ διεστάναι ἀπ' ἀλλήλων. λέγω δὴ οὖν ὅτι τέμνουσιν ἐξ ἀνάγκης ἀλλήλους. ἐφαπτέσθωσαν γὰρ πρότερον ἀλλήλων. ἐπεὶ τοίνυν τὸ ζ κέντρον ἐστὶ τοῦ κ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ δζ τῇ ζν, καὶ ἐπεὶ τὸ η κέντρον ἐστὶ τοῦ λ κύκλου, ἴση ἐστὶν ἡ θη τῇ ην· δύο δὴ αἱ δζ ηθ ἴσαι μιᾷ τῇ ζη. ἔκειντο δὲ μείζους αὐτῆς, ὥσπερ καὶ ἡ α μετὰ τῆς γ τῆς β μείζων· ἴσαι γὰρ ἐκείναις. ‖ πάλιν,



1 ἔστι *G*, ἔστω *C*. 4. 5 Alterum et tertium ἴση om. *G*, add. *C*. 9 ἔλαχεν *G*, 'sortitus est' et in margine 'assumpsit' *B*. 13 ὅτι οὐ τέμνουσιν *G*. 23 ἐκείνοις *G*, ἐκείναις *C*. ‖ Post ἐκείναις addit *B*: 'Aequales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt,

εἰ δυνατόν, διεστάτωσαν ἀλλήλων αἱ κύκλοι, ὡς οἱ κ λ. ἐπεὶ οὖν τὸ ζ τοῦ κ κέντρον, ἴση ἡ δζ τῇ ζν,



καὶ ἐπεὶ τὸ η τοῦ λ κέντρον ἡ ϑη ἴση τῇ ημ. μείζων ἄρα ὅλη ἡ ζη τῶν δζ ϑη. ὑπερέχει γὰρ ἡ ζη τῇ νμ τῶν δζ ηϑ. ἔκειτο δὲ τὰς δζ ϑη μείζους εἶναι τῆς ζη, ὥσπερ καὶ τὰς α γ τῆς β. ἴση γὰρ ἡ μὲν δζ τῇ α, ἡ δὲ ζη τῇ β, ἡ δὲ ϑη τῇ γ. ἀνάγκη ἄρα τοὺς κ λ κύκλους τέμνειν ἀλλήλους, ὥστε ὁ στοιχειωτὴς ὀρθῶς τέμνοντας ἔλαβεν ἀλλήλους τοὺς κύκλους, ἐπειδὴ καὶ τῶν τριῶν εὐθειῶν ὑπέθετο τὰς δύο μείζους τῆς λοιπῆς πάντῃ μεταλαμβανομένας καὶ οὔτε ἴσας οὔτε ἐλάττους τῆς μιᾶς. ἀνάγκη δὲ ἐφαπτομένων μὲν ἴσας εἶναι, διεστώτων δὲ ἐλάσσους τὰς δύο τῆς λοιπῆς.

quod fieri non potest'. 9 ἐκεῖ δὲ G, ἔκειτο δὲ C. 14 ἐπεὶ G, ἐπειδὴ C. 16—17 τῆς μιᾶς . . . ἐλάσσους om. G, add. C.

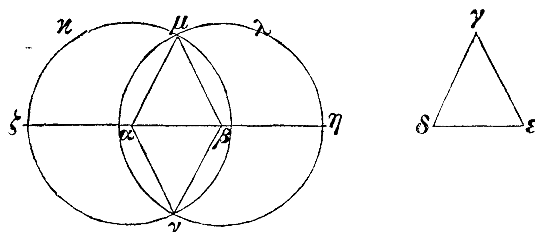
Prop. XXIII, probl. VIIII. *Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.*

Πρόβλημα καὶ τοῦτο, Οἰνοπίδου μὲν εὕρημα μᾶλλον, ὥς φησιν Εὔδημος, γωνίας δὲ σύστασιν ἀπαιτοῦν ἴσης ἄλλῃ τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ δοθέντι σημείῳ. τὸ μὲν οὖν τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον ἀναγκαίως εἶναι προσέθηκεν, ἐπειδὴ καὶ ἀδύνατον πάσῃ γωνίᾳ ἴσην γωνίαν πρὸς εὐθείᾳ συστήσασθαι. δέδεικται γὰρ ὅτι τῶν περιφερογράμμων γωνιῶν δύο μόνον εἰσὶν εὐθυγράμμοις ἴσαι, ἥ τε τοῦ πελέκεως πάσῃ εὐθυγράμμῳ ἴση δεικνυμένη καὶ ἡ τοῦ μηνοειδοῦς σχήματος διμοίρῳ ὀρθῆς ἴση οὖσα. ‖ γίνεται δὲ τὸ μηνοειδὲς τοῦτο δύο κύκλων διὰ τῶν κέντρων τεμνόντων ἀλλήλους. τὸ δὲ πρὸς εὐθείᾳ τινὶ γίνεσθαι τὴν σύστασιν τῆς γωνίας ὡρισμένην ποιεῖ τὴν συνισταμένην καὶ οὐκ ἀδιάφορον κατὰ τὸ εἶδος, ἀλλ' ἤτοι εὐθύγραμμον ἢ μικτήν. οὐδεμιᾶς δὲ μικτῆς

1 *M* in margine *πρ.* $\overline{\beta}$ $\overline{\kappa\gamma}$. 5 *καὶ* om. *G*. 7 *ἴσας G*, *ἴσης C*. 11 *πρὸς εὐθεῖαν G*. 13 *ἥ τε τοῦ μηνοείδους G*, *ἥ τε μηνοειδής C*, qui tamen in margine adnotavit: 'erat etiam imutatus (?) *γωνία* tamen non apparebat, quid scriptum esset'. 'angulus bipennis' *Z*, 'Angulus scilicet Figurae Lunularis' *B*. Supra (p. 189, 12—190, 23) legitur vox *μηνοειδής*, quam hoc loco Proclus certae tantum huiusmodi angulorum speciei tribuit. 14 *ἤδη δεδεικνυμένη G*, *ἴση δεικνυμένη C*. ‖ *ἡ τοῦ πελεκοειδοῦς G*, *ἡ τοῦ μηνοειδοῦς C*, 'angulus lunullaris figurae' *Z*, 'Angulus Figurae illius, quae Securi similis est' *B*. — Demonstrationem, eiusmodi angulum duabus Recti tertiis esse aequalem, quam Proclus omisit, addidit Taylor in pag. 126. Proclus huius anguli mentionem fecit in pag. 301, 10—13. 18 *στᾶσιν G*. 20 *μικτὸν G*, *μικτὴν C*.

ἴσης εἶναι δυναμένης εὐθυγράμμῳ πρόδηλον ὅτι καὶ αὐτὴ πάντως εὐθύγραμμός ἐστιν.

Ὁ μὲν οὖν στοιχειωτὴς ἁπλῶς προσχρησάμενος τῷ πρὸ τούτου προβλήματι καὶ ἐκ τριῶν εὐθειῶν ἴσων τρισὶ ταῖς δοθείσαις συστήσας τρίγωνον ἐποίησεν τὸ προσταχθέν, λάβοις δ' ἂν τὴν σύστασιν τοῦ | τριγώνου διδασκαλικώτερον τὸν τρόπον τοῦτον. ἔστω

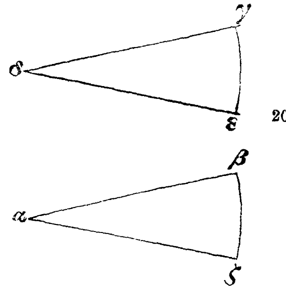


εὐθεῖα ἡ αβ, τὸ δὲ πρὸς αὐτῇ δοθὲν σημεῖον τὸ α, ἡ δὲ δοθεῖσα εὐθύγραμμος ἡ ὑπὸ γδε. δεῖ δὴ ποιῆσαι τὸ προσταχθέν. ἐπεζεύχθω ἡ γε καὶ ἐκβεβλήσθω ἐφ' ἑκάτερα ἡ αβ, ὡς ἐπὶ τὰ ζ η, καὶ κείσθω τῇ μὲν γδ ἴση ζα, τῇ δὲ δε ἴση ἡ αβ, τῇ δὲ γε ἡ βη, καὶ κέντρῳ τῷ α, διαστήματι δὲ τῷ ζα κύκλος γεγράφθω ὁ κ, καὶ πάλιν ὥσπερ ἐπὶ τοῦ πρὸ τούτου κέντρῳ τῷ β, διαστήματι δὲ τῷ βη κύκλος γεγράφθω ὁ λ. τέμνουσιν ἄρα ἀλλήλους οἱ κύκλοι ὡς προδέδεικται. τεμνέτωσαν κατὰ τὰ μ ν σημεῖα, καὶ ἀπὸ τοῦ μ ἐπιζεύ-

2 αὔτη *G*. 6 προσταθέν *M*, προτεθέν B_3, *G*, 'Propositum' *B*, *Z*. 9 ὑπὸ γδ. ἔδει *M*. 14 ὡς *G*, ὥσπερ *C*. 17 μ] ν *G*, 'n' *B*, 'm' *Z*.

χθωσαν ἐπὶ τὰ κέντρα, καὶ ἀπὸ τοῦ $\overline{\nu}$ ὡσαύτως. ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\overline{\zeta\alpha}$ τῇ $\overline{\alpha\mu}$ καὶ τῇ $\overline{\alpha\nu}$, ἡ δὲ $\overline{\zeta\alpha}$ ἴση τῇ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ ἡ $\overline{\alpha\mu}$ καὶ ἡ $\overline{\alpha\nu}$ ἴσαι τῇ $\overline{\gamma\delta}$. πάλιν ἐπεὶ ἴση ἡ $\overline{\eta\beta}$ τῇ $\overline{\beta\mu}$ καὶ τῇ $\overline{\beta\nu}$, ἡ δὲ $\overline{\eta\beta}$ ἴση τῇ $\overline{\gamma\varepsilon}$, ἡ ἄρα $\overline{\beta\mu}$ καὶ ἡ $\overline{\beta\nu}$ ἴσαι τῇ $\overline{\gamma\varepsilon}$. ἀλλὰ καὶ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ ἴση τῇ $\overline{\delta\varepsilon}$. δύο ἄρα αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\mu}$ ἴσαι ταῖς $\overline{\delta\varepsilon}$ $\overline{\delta\gamma}$ καὶ βάσις ἡ $\overline{\beta\mu}$ ἴση τῇ $\overline{\gamma\varepsilon}$, γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\mu\alpha\beta}$ ἴση τῇ πρὸς τῷ $\overline{\delta}$. καὶ πάλιν δύο αἱ $\overline{\nu\alpha}$ $\overline{\alpha\beta}$ ἴσαι δυσὶν ταῖς $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\delta\varepsilon}$, καὶ βάσις ἡ $\overline{\nu\beta}$ βάσει τῇ $\overline{\gamma\varepsilon}$ ἴση, καὶ γωνία ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\nu\alpha\beta}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\gamma\delta\varepsilon}$. καὶ γέγονεν τὸ προσταχθὲν διπλασίως. οὐ γὰρ μίαν μόνον, ἀλλὰ δύο συνεστησάμεθα γωνίας ἴσας τῇ δοθείσῃ ἐφ' ἑκάτερα τῆς $\overline{\alpha\beta}$ εὐθείας, ‖ ἵνα καὶ ἐν τοῖς ἑξῆς, ἐφ' ὁπότερα ἂν βουλώμεθα ποιεῖσθαι τὴν σύστασιν, ἀναμφισβήτητον εἴη καὶ μή τις ἀντιλέγῃ.

Ταῦτα μὲν οὖν πρὸς τὴν τοῦ στοιχειωτοῦ κατασκευὴν συμβαλλόμεθα, τὴν δὲ Ἀπολλωνίου δεῖξιν οὐκ ἐπαινοῦμεν, ὡς δεομένην τῶν ἐν τῷ τρίτῳ βιβλίῳ δεικνυμένων. λαβὼν γὰρ ἐκεῖνος γωνίαν τυχοῦσαν τὴν ὑπὸ $\overline{\gamma\delta\varepsilon}$ καὶ εὐθεῖαν τὴν $\overline{\alpha\beta}$ κέντρῳ τῷ $\overline{\delta}$, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{\gamma\delta}$ γράφει τὴν $\overline{\gamma\varepsilon}$ περιφέρειαν, καὶ ὡσαύτως κέντρῳ τῷ $\overline{\alpha}$, διαστή-



1 $\overline{\nu}$] $\overline{\mu}$ *G*, 'm' *B*, 'n' *Z*. 13 ἐν τοῖς ἐφεξῆς *G*. 14 ἀναμφίσβητον *G*. 16 συμβαλλώμεθα *G*.

ματι δὲ τῷ $\overline{\alpha\beta}$ τὴν $\overline{\zeta\beta}$, καὶ ἀπολαβὼν τῇ $\overline{\gamma\varepsilon}$ ἴσην τὴν $\overline{\zeta\beta}$ ἐπιζεύγνυσι τὴν $\overline{\alpha\zeta}$. καὶ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυίας τὰς $\overline{\alpha}$ $\overline{\delta}$ γωνίας ἴσας ἀποφαίνει. δεῖ δὲ προλαβεῖν καὶ ὅτι ἡ $\overline{\alpha\beta}$ ἴση τῇ $\overline{\gamma\delta}$, ἵνα καὶ οἱ κύκλοι ἴσοι ὦσι. τὴν οὖν τοιαύτην κατασκευὴν ὡς τοῖς ὕστερον προσχρωμένην ἀλλοτρίαν εἶναι τῆς στοιχειώσεως νομίζομεν, τὴν δὲ τοῦ γεωμέτρου προτίθεμεν ὡς ταῖς ἀρχαῖς ἑπομένην.

Prop. XXIIII, theor. XV. *Ἐὰν δύο τρίγωνα δύο πλευρὰς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.*

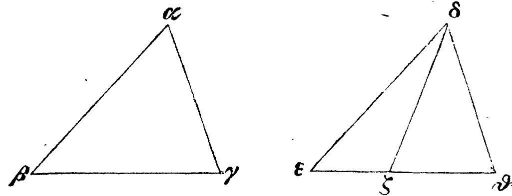
Πάλιν ἐπὶ τὰ θεωρήματα μεταβέβηκε καὶ τοὺς ὁμοίους ἀποδίδωσι περὶ τῆς ἀνισότητος λόγους ἐπὶ δύο τριγώνων, οὓς καὶ ἐπὶ τῆς ἰσότητος. δύο γὰρ ὑποθέμενος τρίγωνα δύο πλευρὰς ἴσας ἔχοντα, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ γωνίαν ὅτε μὲν ἴσην ἐν ἀμφοτέροις τίθεται, ὅτε δὲ ἄνισον, καὶ τῇ μὲν ἰσότητι ταύτης ἑπομένην ἔδειξεν τὴν ἰσότητα τῶν βάσεων καὶ τῇ τούτων ἰσότητι δείκνυσιν ἐπακολουθοῦσαν τὴν τῶν γωνιῶν τῶν πρὸς ταῖς κορυφαῖς

1 *τὴν $\overline{\beta\zeta}$ περιφέρειαν G, τὴν $\overline{\zeta\beta}$ C.* 9 In *M* in margine $\overline{\kappa\delta}$. 15 *περὶ τῆς ἀνισότητος* om. *G*, add. *C*. 16 *της* ante *ἰσότητος* om. *G*. 19 In *M* in margine: *ἀπὸ τῶν $\overline{\delta}$ καὶ $\overline{\eta}$ δῆλον τὸ θεώρημα.* 20 *ταύτῃ G, ταύτης C.* 21 *τούτων*] in *M* in margine: *τούτων, τινῶν δῆλον ὅτι τῶν βάσεων καὶ γὰρ ἀντιστρέφει.* 22 *τῶν* ante *πρὸς ταῖς* om. *G*.

ἰσότητα, καὶ τῇ ἀνισότητι τὴν ἀνισότητα. τοῦτο τοίνυν ‖ τὸ θεώρημα τὸ νῦν προτεινόμενον ἀντίκειται μὲν τῷ τετάρτῳ — ἐκεῖνο μὲν γὰρ ἴσας ὑπέθετο τὰς πρὸς ταῖς κορυφαῖς τῶν τριγώνων γωνίας, τοῦτο δὲ ἀνίσους. κἀκεῖνο μὲν ἴσας αὐτῶν ἀπεδείκνυ τὰς βάσεις τοῦτο δὲ ὡσαύτως ταῖς γωνίαις ἀνίσους — προηγεῖται δὲ τοῦ ἐφεξῆς θεωρήματος. ἐκεῖνο μὲν γὰρ ἀπὸ τῶν βάσεων ἐπὶ τὰς γωνίας, καθ' ἃς ὑποτείνουσιν αἱ βάσεις, μετάγει τὸν τῆς ἀνισότητος λόγον, τοῦτο δὲ ἀνάπαλιν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ τὰς βάσεις τὰς ὑπ' αὐτάς. ὥσπερ αὖ τὸ ἐφεξῆς ἀντίστροφον μέν ἐστι πρὸς τοῦτο κατὰ τὸν εἰρημένον τρόπον, ἀντικείμενον δὲ τῷ ὀγδόῳ θεωρήματι. τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ τῆς ἰσότητος τῶν βάσεων ἴσας ἀποδείκνυσι τὰς πρὸς ταῖς κορυφαῖς γωνίας, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἀνισότητος τῶν βάσεων κἀκείνας ἀνίσους ἀποφαίνει. κοινὸν δὲ τοῖς τέτρασιν, ὧν δύο μὲν περὶ τὸ ἴσον στρέφεται, τὸ $\overline{\delta}$ καὶ τὸ $\overline{\eta}$, δύο δὲ περὶ τὸ ἄνισον, τοῦτό τε καὶ τὸ ἑξῆς, καὶ δύο μὲν ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἄρχεται, τὸ τέταρτον καὶ ὃ νυνὶ προεθέμεθα ζητεῖν, δύο δὲ ἀπὸ τῶν βάσεων, τό τε ὄγδοον καὶ τὸ ἐφεξῆς τεταγμένον — δεῖ (?) οὖν τούτοις τέτρασι τῷ $\overline{\delta}$ καὶ $\overline{\eta}$ καὶ $\overline{\kappa\delta}$ καὶ $\overline{\kappa\varepsilon}$ τοῖς ἅπασι τὸ τὰς δύο πλευρὰς ἴσας ἔχειν ταῖς δύο πλευραῖς ἑκατέραν ἑκατέρᾳ. τούτων γὰρ ἀνίσων οὐσῶν περιττὴ πᾶσα ζήτησις καὶ ἀπάτης οὐκ ἀπηλλαγμένη.

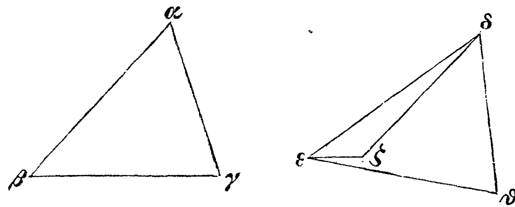
1 τὴν ἀνισότητα τῇ ἀνισότητι *G.* ‖ τοίνυν] οὖν *G.* 5 ἀποδείκνυσι *G*, ἀπεδείκνυσι *C.* 11 αὐτὸ *G.* ‖ ἀντιστρόφιον *M*, in quo in margine legitur: σημ. τί ἐστιν ἀντίστροφον καὶ τί ἀντικείμενον. 16 ἀποφαίνον *G*, ἀποφαίνει *C.* ‖ In *M* in margine: ὡρόλον singulis litteris compendio ὡρ suppositis. 21 τεταμένον *G*, τεταγμένον *C.*

Τοσαῦτα καθόλου περὶ τῶν προκειμένων εἰρήσθω. φέρε δὲ καὶ τὴν τοῦ στοιχειωτοῦ κατασκευὴν τοῦδε τοῦ θεωρήματος ἀνασκεψώμεθα, καὶ τὸ ἐλλεῖπον αὐτῇ προσθῶμεν. λαβὼν γὰρ δύο τρίγωνα τὰ $\overline{αβγ}$ $\overline{δεζ}$ ἴσας ἔχοντα τὰς $\overline{αβ}$ $\overline{αγ}$ ταῖς $\overline{δε}$ $\overline{δζ}$ ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν πρὸς τῷ $\overline{α}$ γωνίαν τῆς πρὸς τῷ $\overline{δ}$ μείζονα, δεῖξαί τε βουλόμενος τὴν $\overline{βγ}$ τῆς $\overline{εζ}$ μείζονα πρὸς τῇ $\overline{εδ}$ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ $\overline{δ}$ συνίστησιν ἴσην | γωνίαν τῇ πρὸς τῷ $\overline{α}$ τὴν ὑπὸ $\overline{εδθ}$ — μείζων γὰρ ἡ πρὸς τῷ $\overline{α}$ τῆς πρὸς τῷ $\overline{δ}$ — καὶ ἀφεῖλεν ἴσην τῇ $\overline{αγ}$ τὴν $\overline{δθ}$. τῆς οὖν $\overline{εζ}$ εὐθείας ἐκβαλλομένης τὸ $\overline{θ}$ σημεῖον ἢ ἀνωτέρω πίπτει τῆς εὐθείας, ἢ ἐπ' αὐτῆς, ἢ ὑπ' αὐτήν. ὁ μὲν δὴ στοιχειωτὴς ὡς ἀνωτέρω κείμενον ἔλαβεν. ἔστω δὲ ἐπ' αὐτῆς || τῆς εὐθείας. πάλιν οὖν αὐτόθεν δείξομεν. δύο γὰρ αἱ $\overline{αβ}$ $\overline{αγ}$ δύο ταῖς $\overline{δε}$ $\overline{δθ}$ ἴσαι καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι. καὶ ἡ



2 καὶ] κατὰ *M*, *C*. 8 πρὸς αὐτῆς σημείῳ $\overline{δ}$ *G*, πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ δ *C*. 10 ἀφεῖλεν] ἐπιζεύγνυσιν B_3, *G*, 'aufert' *Z*, 'connectit' *B*. 12 ἐπ' αὐτὴν *G*, ὑπ' αὐτὴν *C*.

$\overline{\beta\gamma}$ ἄρα βάσις τῇ $\overline{\varepsilon\vartheta}$ ἴση. ἀλλ' ἡ $\overline{\varepsilon\vartheta}$ τῆς $\overline{\varepsilon\zeta}$ μείζων, ὥστε καὶ ἡ $\overline{\beta\gamma}$ τῆς $\overline{\varepsilon\zeta}$ μείζων. ἀλλὰ δὴ ἔστω τῆς $\overline{\varepsilon\zeta}$ κατωτέρω κείμενον. ἐπιζεύξαντες οὖν τὴν $\overline{\varepsilon\vartheta}$ ἐροῦμεν

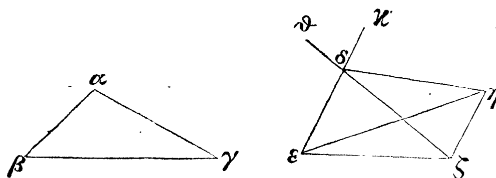


ὡς, ὅτι αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ ταῖς $\overline{\delta\varepsilon}$ $\overline{\delta\vartheta}$ ἴσαι καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι, καὶ ἡ $\overline{\beta\gamma}$ ἄρα ἴση τῇ $\overline{\varepsilon\vartheta}$. ἐπεὶ οὖν τριγώνου τοῦ $\overline{\delta\varepsilon\vartheta}$ ἐντὸς συνέστησαν αἱ $\overline{\delta\zeta}$ $\overline{\zeta\varepsilon}$ ἐπὶ τῆς $\overline{\delta\varepsilon}$, ἐλάσσους εἰσὶ τῶν ἐκτός. ἴση δὲ ἡ $\overline{\delta\vartheta}$ τῇ $\overline{\delta\zeta}$ — καὶ γὰρ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ — μείζων ἄρα ἡ $\overline{\vartheta\varepsilon}$ τῆς $\overline{\varepsilon\zeta}$. ἀλλ' ἡ $\overline{\vartheta\varepsilon}$ τῇ $\overline{\beta\gamma}$ ἐστὶν ἴση, μείζων ἄρα ἡ $\overline{\beta\gamma}$ τῆς $\overline{\varepsilon\zeta}$. κατὰ πᾶσαν ἄρα θέσιν δέδεικται τὸ θεώρημα.

Διὰ τί δὴ οὖν οὐχ, ὥσπερ ἐπὶ τοῦ τετάρτου θεωρήματος προσαπέδειξεν ὅτι καὶ τὰ ἐμβαδὰ τῶν τριγώνων ἴσα ἐστίν, οὕτω καὶ ἐν τούτῳ προσέθηκεν, ὅτι πρὸς τῇ ἀνισότητι τῶν βάσεων καὶ τὰ ἐμβαδὰ ἄνισα; πρὸς δὲ ταύτην τὴν ἀπορίαν λεγέσθω ὅτι οὐχὶ ὁ αὐτὸς λόγος ἐπί τε τῶν ἴσων γωνιῶν καὶ βάσεων καὶ τῶν ἀνίσων. ἴσαις μὲν γὰρ οὔσαις ταῖς γωνίαις καὶ ταῖς βάσεσιν ἕπεται καὶ ἡ τῶν τριγώνων ἰσότης.

1 μείζων τῆς $\overline{\varepsilon\zeta}$ *G.* 3 κειμένη *G.* 11 δὴ om. *G.* 13 οὕτω] τοῦ *G*, corr. *C.* 14 ἄνισα om. *M.* 15 δὴ *G*, δὲ *C.*

ἀνίσοις δὲ ἄρα οὔσαις οὐκ ἀνάγκη τὴν ἀνισότητα τῶν ἐμβαδῶν ἀκολουθεῖν, ἀλλὰ γὰρ δύναται καὶ ἴσα εἶναι τὰ τρίγωνα καὶ ἄνισα, καὶ μεῖζον τὸ ἔχον τὴν μείζονα γωνίαν καὶ βάσιν καὶ αὖ ἔλασσον. διὰ τοῦτο οὖν ὁ στοιχειωτὴς παρέλειπεν τὴν τῶν τριγώνων σύγκρισιν, ἅμα δὲ καὶ ὅτι ἡ περὶ τούτων θεωρία τῆς τῶν παραλλήλων δεῖται πραγματείας. εἰ δὲ δεῖ προλαβόντας ἡμᾶς τὰ μέλλοντα δείκνυσθαι καὶ νῦν ποιήσασθαι τὴν τῶν ἐμβαδῶν παράθεσιν, λέγομεν ὅτι δύο ὀρθαῖς ἴσων οὐσῶν τῶν $\overline{\alpha}$ $\overline{\delta}$ γωνιῶν — γινέσθω δὲ ὁ λόγος ἐπὶ τῆς ἐν τῷ στοιχείῳ καταγραφῆς — ἴσα δείκνυται τὰ τρίγωνα, ‖ μειζόνων δὲ δυεῖν ὀρθῶν ἔλασσον τὸ ἔχον τὴν μείζονα γωνίαν, ἐλασσόνων δὲ οὐσῶν, μεῖζον.



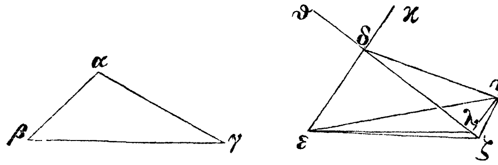
ἔστω γὰρ τὰ ἐν τῷ στοιχείῳ κατεσκευασμένα καὶ ἐκβεβλήσθωσαν αἱ $\overline{\varepsilon\delta}$ $\overline{\zeta\delta}$, καὶ ὑποκείσθωσαν αἱ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ $\overline{\varepsilon\delta\zeta}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι. ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\eta}$, αἱ ἄρα ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\eta}$ $\overline{\varepsilon\delta\zeta}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰσὶ δὲ καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\eta}$ $\overline{\kappa\delta\eta}$ δυεῖν ὀρθαῖς ἴσαι. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\eta}$, λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\zeta}$

5 τὴν τριγώνου G, τὴν τῶν τριγώνων C. 8 τὰ μένοντα G, corr. C. 14 στοιχειωτη M, C.

τῇ ὑπὸ $\overline{\eta\delta\kappa}$ ἴσῃ. ἀλλ' ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\zeta}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\vartheta\delta\kappa}$ — κατὰ κορυφὴν γάρ — καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\eta\delta\kappa}$ ἄρα. καὶ ἐπεὶ τριγώνου τοῦ $\overline{\eta\delta\zeta}$ ἐκτός ἐστιν ἡ ὑπὸ $\overline{\eta\delta\vartheta}$, ἴση ἐστὶ ταῖς δύο ἀπεναντίον ταῖς πρὸς τῷ $\overline{\eta}$ καὶ $\overline{\zeta}$. ἀλλὰ αὗται ἴσαι ἀλλήλαις· καὶ γὰρ ἡ $\overline{\delta\eta}$ τῇ $\overline{\delta\zeta}$· ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{\eta\delta\vartheta}$ διπλῆ τῆς πρὸς τῷ $\overline{\eta}$ γωνίας. ἴση ἄρα ἡ πρὸς τῷ $\overline{\eta}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\kappa\delta\eta}$, καί εἰσιν ἐναλλάξ· παράλληλος ἄρα ἡ $\overline{\delta\varepsilon}$ τῇ $\overline{\zeta\eta}$. τὰ ἄρα $\overline{\eta\delta\varepsilon}$ $\overline{\zeta\delta\varepsilon}$ τρίγωνα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεώς ἐστιν τῆς $\overline{\delta\varepsilon}$ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς $\overline{\delta\varepsilon}$ καὶ $\overline{\eta\zeta}$· ἴσα ἄρα ἐστίν· ἀλλὰ τὸ $\overline{\eta\delta\varepsilon}$ τῷ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ ἴσον, καὶ τὸ $\overline{\delta\varepsilon\zeta}$ ἄρα τῷ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ ἴσον. καὶ ὁρᾷς ὅτι τριῶν ἐδεήθημεν θεωρημάτων, ἃ τῆς τῶν παραλλήλων ἐστὶ πραγματείας, ἑνὸς μὲν ὅτι παντὸς τριγώνου ἡ ἐκτὸς γωνία δύο ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση, ἑτέρου δὲ ὅτι, ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ ἴσας ποιῇ, παράλληλοί εἰσιν αἱ εὐθεῖαι, τοῦ τρίτου δὲ ὅτι τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τρίγωνα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἐστίν· ἃ καὶ ὁ στοιχειωτὴς εἰδὼς παρῆκεν τὴν τῶν τριγώνων σύγκρισιν. ἀλλὰ δὴ ἔστωσαν αἱ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ $\overline{\varepsilon\delta\zeta}$ γωνίαι μείζους δυεῖν ὀρθῶν καὶ κατεσκευάσθω τὰ αὐτά. ἐπεὶ οὖν αἱ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ $\overline{\varepsilon\delta\zeta}$, τουτέστιν αἱ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\eta}$ $\overline{\varepsilon\delta\zeta}$ μεί-

4 ταῖς δύο ταῖς ἀπεναντίον *G*. 6 ταῖς πρὸς τῷ $\overline{\eta}$ καὶ $\overline{\zeta}$ γωνίαις *G*, corr. *C*. 11 Prius ἴσον om. *M*. 12 τῆς om. *G*, add. *C*. 21 δυεῖν] δύο *G*, δυοῖν *C*. ‖ προκατασκευάσθω *G*, κατασκευάσθω *C*. 22 αἱ ὑπὸ ante $\overline{\varepsilon\delta\eta}$ om. *G*, add. *C*.

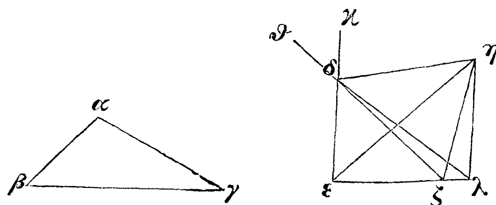
ζους δύο ὀρθῶν, αἱ δὲ ὑπὸ εδη ηδκ ἴσαι δύο ὀρθαῖς, κοινῆς ἀφαιρουμένης τῆς ὑπὸ εδη, μείζων ἡ ὑπὸ εδζ



τῆς ὑπὸ ηδκ, τουτέστιν ἡ ὑπὸ κδϑ μείζων || τῆς ὑπὸ ηδκ. μείζων ἄρα ἡ διπλῆ [τῆς ὑπὸ ηδϑ, τουτέστι διπλῆς] τῆς πρὸς τῷ η γωνίας. ἡ ἄρα ὑπὸ ηδκ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς πρὸς τῷ η. κείσθω ἴση τῇ ὑπὸ ηδκ ἡ ὑπὸ δηλ, καὶ ἐπεξεύχθω ἡ ελ. παράλληλος ἄρα ἡ ηλ τῇ δε. τὰ ἄρα ηδε λδε τρίγωνα ἴσα ἐστίν. ἀλλὰ τὸ λδε τοῦ ζδε ἔλασσον· τὸ ἄρα ηδε ἔλασσον τοῦ ζδε. ἴσον δὲ τὸ ηδε τῷ αβγ· τὸ ἄρα αβγ ἔλασσον τοῦ ζδε τὸ ἔχον τὴν μείζονα [γωνίαν]. τὸ δὴ τρίτον ἔστωσαν ἐλάσσους ὀρθῶν δυεῖν αἱ ἄνισοι γωνίαι, καὶ κατεσκευάσθω τὰ αὐτά. ἐπεὶ οὖν αἱ ὑπὸ εδη ηδκ

1 αἱ δὲ] τῆς *G*, αἱ δὲ *C*. 4 τῆς ὑπὸ ηδϑ, τουτέστι διπλῆς ex coniectura addidi. μείζων ἄρα ἡ διπλὴ *M*, μείζων ἐστὶν ἢ (ἡ B_3) διπλῆ τῆς ὑπὸ ηδκ ἡ διπλῆ B_3, *G*, 'maior igitur est duplo' *Z*, 'Angulus igitur gdh maior quam duplus est Anguli gdk, ipse nempe qui duplus est' *B*. 5 γωνίας om. *G*. 8 ἐστίν om. *G*. 10—11 ἴσον ... ζδε om. *G*, add. *C*. 11 γωνίαν om. *M*, B_3, *G*. In *M* additum est post μείζονα: τὸ ἄρα ηδε ἔλασσον τοῦ ζδε τὸ ἔχον τὴν μείζονα.

δυεῖν ὀρθαῖς ἴσαι, κοινῆς ἀφαιρουμένης τῆς ὑπὸ [$\overline{εδη}$ ἐλάσσων ἡ ὑπὸ $\overline{εδζ}$, τουτέστιν ἡ ὑπὸ $\overline{κδθ}$, τῆς



ὑπὸ $\overline{ηδκ}$. καὶ] ὅλη ἡ ὑπὸ $\overline{ηδθ}$ ἐλάσσων ἢ διπλῆ τῆς ὑπὸ $\overline{ηδκ}$. ἀλλὰ καὶ διπλῆ ἐστὶ τῆς πρὸς τῷ $\overline{η}$ γωνίας. ἡ ἄρα ὑπὸ $\overline{ηδκ}$ μείζων τῆς πρὸς τῷ $\overline{η}$. κείσθω τῇ ὑπὸ $\overline{ηδκ}$ ἴση ἡ ὑπὸ $\overline{δηλ}$, καὶ συμπιπτέτω ἡ $\overline{ηλ}$ τῇ $\overline{εζ}$ κατὰ τὸ $\overline{λ}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{δλ}$. παράλληλος ἄρα ἡ $\overline{ηλ}$ τῇ $\overline{δε}$· ἴσα ἄρα τὰ $\overline{ηδε}$ $\overline{δλε}$ τρίγωνα ἀλλήλοις. ἀλλὰ τὸ μὲν $\overline{λδε}$ μείζων τοῦ $\overline{ζδε}$, τὸ δὲ $\overline{ηδε}$ ἴσον τῷ $\overline{αβγ}$. τὸ ἄρα $\overline{αβγ}$ μεῖζον τοῦ | $\overline{δζε}$. δέδεικται ἄρα τὸ $\overline{αβγ}$ τῷ $\overline{δεζ}$ καὶ ἴσον καὶ μεῖζον καὶ ἔλασσον τῶν πρὸς τῷ $\overline{α}$ καὶ $\overline{δ}$ γωνιῶν ἢ δυεῖν ὀρθαῖς ἴσων οὐσῶν ἢ μειζόνων δυεῖν ὀρθῶν ἢ ἐλασσόνων. καὶ πᾶσαι αἱ ὑποθέσεις τὸ δυνατὸν ἔχουσι. τί γάρ, εἰ ἡ πρὸς τῷ

2—3 $\overline{εδη}$ . . . $\overline{ηδκ}$. καὶ addidi ex coniectura; in *M* legitur tantum $\overline{κδθ}$, in B_3, *G* $\overline{εδη}$. 'kdh' *Z*, 'edg' *B*. 4—5 γωνίας . . . . τῷ $\overline{η}$ om. *G*, add. *C*. 5 μείζων ἐστὶ *C*. 6 $\overline{ηλ}$ τῇ om. *M*.

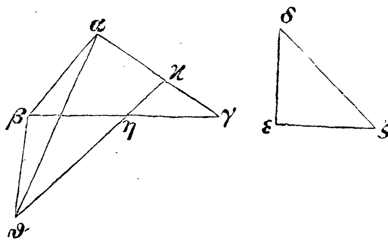
$\overline{\alpha}$ εἴη μιᾶς ἡμισείας ὀρθῆς, ἡ δὲ πρὸς τῷ $\overline{\delta}$ ἡμισείας; οὐχὶ δυσὶν ὀρθαῖς αἱ δύο ἴσαι; τί δέ, εἰ ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ μιᾶς ἡμισείας, ‖ ἡ δὲ πρὸς τῷ $\overline{\delta}$ μιᾶς; οὐχὶ μείζους δύο ὀρθῶν; τί δέ, εἰ ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ μιᾶς ἡμισείας, ἡ δὲ πρὸς τῷ $\overline{\delta}$ τρίτου; οὐχὶ ἐλάσσους δύο ὀρθῶν; καὶ ἀεὶ ἡ $\overline{\alpha}$ μείζων τῆς πρὸς τῷ $\overline{\delta}$. πᾶσαι οὖν διὰ τῆς τῶν παραλλήλων ἡμῖν γεγόνασι προσχρήσεως. ἀναγκαίως ἄρα παράκεινται τῷ στοιχειωτῇ.

Prop. XXV, theor. XVI. ‖ *Ἐὰν δύο τρίγωνα δύο πλευρὰς δύο πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ, καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.*

Τοῦτο τὸ θεώρημα ἀντίκειται μὲν τῷ ὀγδόῳ, ἀντιστρέφει δὲ τῷ πρὸ αὐτοῦ. κατὰ συζυγίαν γὰρ ὁ στοιχειωτὴς προήγαγεν τά τε ἐπὶ τῆς ἰσότητος τῶν γωνιῶν καὶ τῶν βάσεων καὶ τὰ ἐπὶ τῆς ἀνισότητος θεωρήματα καθ' ἑκατέραν τῶν συζυγιῶν τὰ μὲν προηγούμενα, τὰ δὲ ἀντίστροφα λαμβάνων καὶ ἐπὶ μὲν

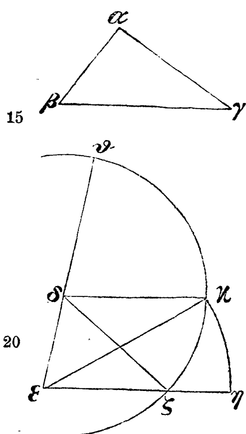
1 μιᾶς καὶ ἡμισείας *G*. 1—3 ἡμισείας; οὐχὶ . . . πρὸς τῷ $\overline{\delta}$ om. *G*, add. *C*. 2 οὐχὶ om. *C*. 3 μιᾶς καὶ ἡμισείας *C*. ‖ μιᾶς; οὐχὶ] μιᾶς οὔσης *M*, διμοίρου, οὐχὶ *G*, ἡμισείας οὐχὶ B_3, 'unius qui . . . sit' *Z*, 'binae unius Recti Tertiae, nonne' *B*. 4 μιᾶς καὶ ἡμισείας *G*. 6 οὖν om. *M*, $B_3 = G$, 'at (= autem?)' *Z*, 'itaque' *B*. 8 κεῖνται *G*. 9 Procli commentario hoc loco addunt *Z* et *B* (p. 198—200) incerti auctoris quod in fine additum est scholium et deinceps *B* (p. 200—207) alterum scholium a se compositum una cum corollario. 10 δύο πλευραῖς om. *M*. 14 In *M* in margine $\overline{\kappa\varepsilon}$. 16 τε om. *G*, add. *C*. 18 ἑτέραν *C*.

τῶν προηγουμένων ταῖς ἐπ' εὐθείας δείξεσι χρώμενος, ἐπὶ δὲ τῶν ἀντιστρόφων ταῖς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγαῖς. οὕτω δὲ καὶ ἐφ' ἑνὸς ἑκάστου πεποίηκεν τριγώνου· τότε μὲν τῇ ἰσότητι τῶν ἐν αὐτῷ πλευρῶν δείκνυσι τὴν ἰσότητα τῶν ὑποτεινομένων γωνιῶν ἀκολουθοῦσαν, τότε δὲ τῇ ἀνισότητι *καὶ αὖ πάλιν ἀντιστρόφως τῇ μὲν ἰσότητι τῶν γωνιῶν τὴν ἰσότητα τῶν ὑποτεινουσῶν πλευρῶν, τῇ δὲ ἀνισότητι τὴν ἀνισότητα ἀποφαίνων ἑπομένην. ἀλλ' ἐπὶ τὸ προκείμενον ἐλθόντες ὅπως μὲν ὁ γεωμέτρης ἔδειξεν τὸ θεώρημα πρόδηλον ὂν παρῶμεν ἐκ τῶν βιβλίων ἀναλέγεσθαι τοῖς φιλομαθέσιν, ἃς δὲ καὶ οἱ ἄλλοι κομίζουσιν ἀποδείξεις τοῦ αὐτοῦ, συντόμως ἱστορήσωμεν, καὶ πρῶτον ἣν Μενέλαος ὁ Ἀλεξανδρεὺς ἀνεῦρεν καὶ παρέδωκεν. ἔστω δύο τρίγωνα τὰ $\overline{αβγ}$ $\overline{δεζ}$, ἴσας ἔχοντα δύο τὰς $\overline{αβ}$ $\overline{αγ}$ δυσὶ ταῖς $\overline{δε}$ $\overline{δζ}$ καὶ τὴν $\overline{βγ}$ μείζονα τῆς $\overline{εζ}$. λέγω ὅτι ἡ πρὸς τῷ $\overline{α}$ τῆς πρὸς τῷ $\overline{δ}$ μείζων. ἀφῃρήσθω γὰρ ἀπὸ τῆς $\overline{βγ}$ τῇ $\overline{εζ}$ ἴση ἡ $\overline{βη}$, καὶ συνεστάτω πρὸς τῷ $\overline{β}$ σημείῳ τῇ ὑπὸ $\overline{δεζ}$ γωνίᾳ ἴση ἡ ὑπὸ $\overline{ηβθ}$, καὶ κείσθω ἴση τῇ $\overline{δε}$ ἡ $\overline{βθ}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{ηθ}$ καὶ ἐκβεβλήσθω



1 ἐπ' εὐθείαις M. 2 ἀντιστροφίων M, ἀντιστροφιῶν C. 7—8 τὴν ἰσότητα ... τῇ δὲ ἀνισότητι om. G, add. C. 9 Post ἑπομένην G addit: τῇ δὲ ἀνισότητι τὴν ἰσότητα.

ἐπὶ τὸ κ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αϑ. ἐπεὶ οὖν ‖ ἴση ἡ ηβ τῇ εζ, ἡ δὲ βϑ τῇ εδ, δύο δυσὶν ἴσαι καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσιν. ἡ ἄρα ηϑ ἴση τῇ δζ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ βϑη τῇ ὑπὸ εδζ ἴση. καὶ ἐπεὶ ἡ ηϑ ἴση τῇ δζ, ἡ δὲ δζ τῇ αγ, καὶ ἡ ϑη ἴση τῇ αγ. μείζων ἡ ϑκ τῆς αγ, ὥστε τῆς ακ πολλῷ μείζων. καὶ ἡ ὑπὸ καϑ ἄρα μείζων τῆς ὑπὸ κϑα. πάλιν ἐπεὶ ἴση τῇ αβ ἡ βϑ — καὶ γὰρ τῇ δε ἴση ἐστίν — ἡ ὑπὸ βϑα ἴση τῇ ὑπὸ βαϑ. ὅλη ἄρα ἡ ὑπὸ [βακ μείζων ὅλης τῆς ὑπὸ βϑκ, ὅλη δὲ ἡ ὑπὸ] βϑκ ἴση δέδεικται τῇ πρὸς τῷ δ. ἡ ἄρα ὑπὸ βαγ μείζων τῆς πρὸς τῷ δ γωνίας.



Τοιαύτη μὲν ἡ ἀπόδειξις ἡ Μενελάου, Ἥρων δὲ ὁ μηχανικὸς οὑτωσὶ οὐ δι' ἀδυνάτου τὸ αὐτὸ δείκνυσιν. ἔστω τρίγωνα τὰ αβγ δεζ καὶ αἱ ὑποθέσεις αἱ αὐταὶ ἔστωσαν. καὶ ἐπεὶ μείζων ἡ βγ τῆς εζ, ἐκβεβλήσθω ἡ εζ καὶ κείσθω τῇ βγ ἴση ἡ εη. καὶ ὁμοίως ἐκβεβλήσθω ἡ δε καὶ κείσθω τῇ δζ ἴση ἡ δϑ. ὁ δὴ κέντρῳ τῷ δ, διαστήματι δὲ τῷ δζ κύκλος γρα-

9—10 βακ .... ἡ ὑπὸ om. *M*, B_3, *G*, *Z*, 'Totus igitur bhk Angulus toto hoc Angulo est minor' *B*. 14 οὐ om. *M*, B_3, *G*, *Z*. 'non' *B*. 22 διαστήματι δὲ] καὶ διαστήματι *G*.

φόμενος ἥξει καὶ διὰ τοῦ $\overline{\vartheta}$. γεγράφθω ὡς $\overline{\varepsilon\zeta\varkappa\vartheta}$. καὶ ἐπεὶ αἱ $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\beta}$ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ μείζους, αὗται δὲ ἴσαι τῇ $\overline{\varepsilon\vartheta}$ καὶ ἡ $\overline{\beta\gamma}$ τῇ $\overline{\eta\varepsilon}$, ὁ κέντρῳ τῷ $\overline{\varepsilon}$ γραφόμενος κύκλος, διαστήματι δὲ τῷ $\overline{\varepsilon\eta}$, τέμνει τὴν $\overline{\varepsilon\vartheta}$. τεμνέτω ὁ $\overline{\eta\varkappa}$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων ἀπὸ τῆς κοινῆς τομῆς αἱ $\overline{\varkappa\delta}$ $\overline{\varkappa\varepsilon}$. ἐπεὶ οὖν τὸ $\overline{\delta}$ κέντρον τοῦ $\overline{\vartheta\varkappa\zeta}$, ‖ ἴση τῇ $\overline{\vartheta\delta}$ ἡ $\overline{\delta\varkappa}$, τουτέστιν τῇ $\overline{\delta\zeta}$ καὶ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$. πάλιν ἐπειδὴ κέντρον τὸ $\overline{\varepsilon}$ τοῦ $\overline{\eta\varkappa}$, ἴση ἡ $\overline{\varepsilon\varkappa}$ τῇ $\overline{\varepsilon\eta}$ τουτέστι τῇ $\overline{\beta\gamma}$. ἐπεὶ οὖν δύο αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\gamma}$ δύο ταῖς $\overline{\delta\varepsilon}$ $\overline{\delta\varkappa}$ ἴσαι καὶ ἡ $\overline{\beta\gamma}$ τῇ $\overline{\varepsilon\varkappa}$, καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ γωνίᾳ τῇ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\delta\varkappa}$ ἴσῃ. μείζων ἄρα τῆς ὑπὸ $\overline{\zeta\delta\varepsilon}$ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$.

Prop. XXVI, theor. XVII. *Ἐὰν δύο τρίγωνα δύο γωνίας δύο γωνίαις ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἔχῃ δὲ καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν, καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας ἕξει καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει.*

Τὸν τὰ τρίγωνα καὶ τὰς πλευρὰς καὶ τὰς γωνίας καὶ τὰ ἐμβαδὰ συγκρίνειν βουλόμενον ἀναγκαῖον ἢ μόνας τὰς πλευρὰς λαβόντα ἴσας ζητεῖν τὴν ἰσότητα

1 ὡς ὁ $\overline{\zeta\varkappa\vartheta}$ G, C. 4 τῇ $\overline{\varepsilon\eta}$ M. ‖ ὡς $\overline{\eta\varkappa}$ G. 7 καὶ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$] καὶ ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ M, ἡ $\overline{\alpha\gamma}$ B_3, G. 8 ἐπεὶ G, ἐπειδὴ C. 12 In M in margine $\overline{\varkappa\varsigma}$.

| τῶν γωνιῶν, ἢ μόνας τὰς γωνίας ἴσας ζητεῖν τὴν ἰσότητα τῶν πλευρῶν, ἢ μίξαντα γωνίας καὶ πλευράς. μόνας μὲν οὖν γωνίας ἴσας λαβὼν οὐκ ἠδύνατο δεικνύναι καὶ τὰς πλευρὰς τῶν τριγώνων ἴσας. ἐστὶν γὰρ ἰσογώνια τρίγωνα καὶ τὰ σμικρότατα τοῖς μεγίστοις, καὶ ταῖς πλευραῖς καὶ τοῖς περιεχομένοις χωρίοις λειπόμενα τῶν ἑτέρων, τὰς δὲ γωνίας ἴσας ἔχοντα ἐκείνοις κατὰ μίαν. μόνας δὲ τὰς πλευρὰς ἴσας ὑποθέμενος πάντα ἔδειξεν ἴσα κατὰ τὸ ὄγδοον θεώρημα, ἐν ᾧ δύο τρίγωνά ἐστιν ἔχοντα δύο πλευρὰς ἴσας δυσὶν ἑκατέραν ἑκατέρᾳ καὶ τὴν βάσιν ἴσην τῇ βάσει. καὶ δείκνυται ἰσογώνια ταῦτα καὶ ἴσων περιληπτικὰ χωρίων. καὶ ὁ στοιχειωτὴς τὴν προσθήκην ταύτην ἀφεῖλεν ὡς ἑπομένην ἐξ ἀνάγκης καὶ ἀποδείξεως οὐ δεομένην, καθάπερ διὰ τὸ τέταρτον. πλευρὰς δὲ καὶ γωνίας λαμβάνων ἢ μίαν πλευρὰν ὤφειλεν λαβεῖν μιᾷ ἴσην καὶ μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ, ἢ μίαν πλευρὰν καὶ τὰς δύο γωνίας τῶν τριγώνων ἴσας, ἢ ἀνάπαλιν μίαν γωνίαν καὶ δύο πλευράς, ἢ μίαν γωνίαν καὶ τρεῖς πλευράς, ἢ μίαν πλευρὰν καὶ τὰς τρεῖς γωνίας, ἢ καὶ πλείους μιᾶς πλευρὰς λαμβάνειν καὶ πλείους μιᾶς γωνίας. ἀλλὰ μίαν γωνίαν καὶ μίαν πλευρὰν λαβὼν οὐκ ἐδείκνυ τὸ προκείμενον τῶν ἄλλων τὴν ἰσότητα. δυνατὸν γοῦν δύο τρίγωνα κατὰ μίαν μόνην πλευρὰν ἴσα ὄντα καὶ μίαν γωνίαν πᾶσιν ἄνισα τοῖς λοιποῖς

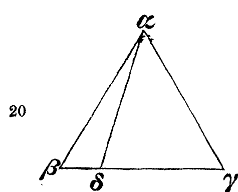
5 ἰσόγωνα *G*, ἰσογώνια *C*. 8 ἴσας ante ὑποθέμενος om. *G*, add. *C*. 11 ἑκατέραν ἑκατέρᾳ] ἑκατέρας *M*, ἑκατέρας ἑκατέραις *G*. 12 ἰσόγωνα *G*, ἰσογώνια *C*. 15 καθάπερ om. *G*. 18 Post ἀνάπαλιν addit *G* τῶν τριγώνων ἴσας, del. not. C. 20 τὰς om. *G*, add. *C*. 21 πλείω μιᾶς πλευρᾶς *G*, πλείονας μιᾶς πλευρᾶς *C*. 23 ἐδείκνυτο *M*, *G*, ἐδείκνυτο τὸ *C*. 24 μόνην μίαν *G*. 25 παντάπασιν ἄνισα *G*, πᾶσιν ἄνισαι *C*.

ὑπάρχειν. ἔστω γὰρ εὐθεῖα ἡ αβ ἑστῶσα ὀρθὴ ἐπὶ τὴν γδ, μείζων δὲ τῆς βγ ἡ βδ, καὶ ἐπεζεύχθωσαν ‖ αἱ αγ αδ. οὐκοῦν τοῖς τριγώνοις τούτοις μία μὲν κοινὴ πλευρὰ καὶ μία γωνία μιᾷ ἴση, τὰ δὲ ἄλλα ἄνισα πάντα. μίαν δὲ πλευρὰν καὶ δύο γωνίας λαβεῖν ἐξῆν καὶ δεῖξαι τὰ λοιπὰ ἴσα. καὶ τοῦτο ποιεῖ διὰ τοῦδε τοῦ θεωρήματος, μίαν δὲ πλευρὰν καὶ τρεῖς γωνίας ἴσας ἔτι ὑποτίθεσθαι περιττόν, εἴπερ καὶ δύο μόνων ἴσων οὐσῶν δέδεικται ἡ τῶν λοιπῶν ἰσότης. πάλιν μίαν γωνίαν καὶ δύο πλευρὰς λαβὼν ἔδειξεν τὰ ἄλλα ἴσα ἐν τῷ τετάρτῳ θεωρήματι. μίαν δὲ γωνίαν καὶ τρεῖς πλευρὰς ἴσας λαβεῖν περίεργον ἦν, καὶ γὰρ αἱ δύο μόνον ἴσαι ληφθεῖσαι συνῆγον τὴν ἰσότητα τῶν ἄλλων. καὶ μὴν καὶ τὸ δύο πλευρὰς καὶ δύο γωνίας ἴσας λαμβάνειν, ἢ δύο πλευρὰς καὶ τρεῖς γωνίας ἴσας, ἢ δύο γωνίας καὶ τρεῖς πλευράς, πάντα ταῦτα περιττά. τὰ γὰρ ταῖς ἐλάττοσιν ὑποθέσεσιν ἑπόμενα πάντως ἀκολουθεῖ καὶ ταῖς πλείοσι μόνον μετὰ τῶν δεόντων προσδιορισμῶν λαμβανομένων τῶν ὑποθέσεων. τρεῖς οὖν ἡμῖν ἀνεφάνησαν ὑποθέσεις ἀποδείξεως δεόμεναι, ἥ τε μόνας λαμβάνουσα τὰς τρεῖς πλευρὰς καὶ ἡ τὰς δύο πλευρὰς καὶ τὴν μίαν γωνίαν καὶ ἡ ἀντίθετος πρὸς ταύτην ἡ τὴν μίαν πλευρὰν καὶ τὰς δύο γωνίας, ἣν νῦν ὁ γεωμέτρης προστίθησιν. καὶ

10 ἥπερ *C*. 21 δοθέντων *G*, δεόντων B_3, *C*. 'datis' et in margine 'decentibus' *B*. ‖ προσδιορισμὸν *M*. $B_3 = M$. 22 ἀνέφυσαν *G*, ἀνεφάνησαν *C*. 24 καὶ ἡ τὰς δύο πλευρὰς om. *M*, B_3, *G*, *Z*; *B* etiam καὶ τὴν μίαν γωνίαν omisit et καὶ ἡ ἀντίθετος πρὸς ταύτην post προστίθησιν addit.

διὰ τοῦτο ταῦτα τρία μόνα θεωρήματα περὶ τῆς ἰσότητος τῶν τριγώνων ἔχομεν τῆς ἐν ταῖς πλευραῖς καὶ ταῖς γωνίαις τῶν ἄλλων πασῶν ὑποθέσεων ἢ ἀδυνάτων οὐσῶν δεῖξαι τὸ ζητούμενον ἢ δυνατῶν μέν, ἀλλὰ περιττῶν τῷ δι' ἐλλαττόνων ὑποθέσεων τὰ αὐτὰ πεφηνέναι.

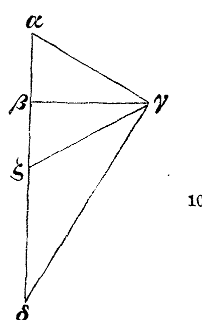
Ὥσπερ οὖν, ὅτε δύο πλευρὰς ἐλάμβανεν ἴσας δυσὶν καὶ γωνίᾳ μιᾷ μίαν ἴσην, οὐ τὴν τυχοῦσαν ἐλάμβανεν γωνίαν, ἀλλ', ὡς αὐτοῦ προσετίθει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, οὕτω καὶ δύο γωνίας δυσὶ λαμβάνων ἴσας καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ, οὐ τὴν τυχοῦσαν λαμβάνει ταύτην, ἀλλ' ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις ἢ τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν. οὔτε γὰρ γωνίαν ἐπὶ τοῦ τετάρτου ληφθεῖσαν ἴσην τὴν τυχοῦσαν οὔτε πλευρὰν ἐπὶ τοῦδε τοῦ θεωρήματος οἵαν ποτὲ δεικνύναι τὰ λοιπὰ ἴσα δυνατόν· λέγω δὲ οἷον ὄντος ἰσοπλεύρου τριγώνου



τοῦ αβγ διῃρήσθω ἡ βγ εἰς ἄνισα τῇ αδ. γίνεται ἄρα δύο || τρίγωνα τὰς αβ αδ ταῖς αγ αδ ἴσας ἔχοντα καὶ μίαν γωνίαν τὴν πρὸς τῷ β τῇ πρὸς τῷ γ ἴσην· ἀλλ' οὐκέτι τὰ λοιπὰ ἴσα, οἷον ἡ βδ τῇ δγ· ἄνισοι γάρ· ἀλλ' οὐδὲ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ἴσαι. τὸ δὲ αἴτιον ὅτι γωνίᾳ γωνίαν ἴσην ἐλάβομεν οὐ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων

1 μόνα τὰ τρία G. 3 πασῶν ὑποθέμενων G, πάντων ὑποθέσεων C. || In M in margine ση. ὅλον. 6 πέφηνεν M, πεφυκέναι G, πεφηνέναι C. 10 Post γωνίας G add. περισσὴν, quod del. not. C. 12 ἤτοι] ἣν G, corr. C. 24 γωνίαι om. G, add. C.

πλευρῶν περιεχομένην. κατὰ ταὐτὰ δὴ καὶ τοῦτο τὸ θεώρημα φανήσεται διαπίπτον, εἰ μὴ λάβοιμεν κατὰ τὸν εἰρημένον διορισμὸν ἴσην τὴν πλευρὰν τὴν ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν ἢ τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις. ἔστω γὰρ ὀρθογώνιον τὸ αβγ, ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ β γωνίαν καὶ μείζονα τὴν βγ τῆς βα, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ αβ, καὶ συνεστάτω τῇ ὑπὸ βαγ γωνίᾳ ἴση πρὸς τῇ βγ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ γ ἡ ὑπὸ βγδ καὶ συμπιπτέτωσαν αἱ αβ γδ ἐκβαλλόμεναι κατὰ τὸ δ. δύο οὖν τρίγωνά ἐστι τὰ αβγ βγδ ἔχοντα μίαν πλευρὰν κοινὴν τὴν βγ καὶ δύο γωνίας ἴσας, τὴν μὲν ὑπὸ αβγ τῇ ὑπὸ γβδ — ὀρθαὶ γάρ — τὴν δὲ ὑπὸ βαγ τῇ ὑπὸ βγδ — οὕτως γὰρ συνέστησαν — ἴσα ἄρα, ὡς ἔοικεν, ἐστὶ τὰ τρίγωνα. καίτοι δείκνυται τὸ βδγ μεῖζον τοῦ αβγ. αἴτιον | δὲ ὅτι τὴν βγ κοινὴν ἐλάβομεν ἐν μὲν τῷ αβγ ὑποτείνουσαν τὴν μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν τὴν πρὸς τῷ α, ἐν δὲ τῷ βγδ πρὸς ταῖς ἴσαις οὖσαν γωνίαις. ἔδει δὲ ἄρα ἐν ἀμφοῖν ἢ μίαν ὑποτείνειν τῶν ἴσων γωνιῶν ἢ προς ταῖς ἴσαις κεῖσθαι γωνίαις. τοῦτο δὲ μὴ φυλάττοντες ἴσον ἀποφαίνομεν



1 *κατὰ ταῦτα M, G.* 'Eodem sane modo' *B.* 3 *τὴν* ante *ὑποτείνουσαν* om. *G.* 11 *αἱ βδ γδ G, αἱ αβ γδ C.* 15 *ὀρθαὶ γὰρ* om. *G.* 19 *μίαν*] *μὲν G,* corr. *C.*

τὸ τρίγωνον, ὅ ἐστι μεῖζον ἐξ ἀνάγκης. πῶς γὰρ οὐ μεῖζον τὸ $\overline{\beta\gamma\delta}$ τοῦ $\overline{\alpha\beta\gamma}$; συνεστάτω γὰρ πρὸς τῇ $\overline{\beta\gamma}$ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ τῷ ‖ $\overline{\gamma}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ ἴση ἡ ὑπὸ $\overline{\zeta\gamma\beta}$· μείζων γὰρ τῆς ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\beta}$ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\gamma\delta}$, ὥσπερ καὶ ἡ πρὸς τῷ $\overline{\alpha}$ γωνία. ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστι τὰ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ $\overline{\beta\gamma\zeta}$ δύο γωνίας ἔχοντα τὰς ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ $\overline{\beta\gamma\alpha}$ δυσὶν ἴσας ταῖς ὑπὸ $\overline{\gamma\beta\zeta}$ $\overline{\beta\gamma\zeta}$, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν κοινὴν τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις τὴν $\overline{\beta\gamma}$, ἴσα ἐστὶ τὰ τρίγωνα. μεῖζον δὲ τὸ $\overline{\beta\gamma\delta}$ τοῦ $\overline{\beta\gamma\zeta}$· μεῖζον ἄρα ἐστὶν καὶ τοῦ $\overline{\alpha\beta\gamma}$. πρότερον δὲ ἴσον ἐδείκνυτο διὰ τὴν λῆψιν τῆς τυχούσης πλευρᾶς.

Τοσαῦτα καὶ πρὸς τὴν τῶν προκειμένων ἀκρίβειαν ὁ Πορφύριος ἡμῖν συμβάλλεται, Εὔδημος δὲ ἐν ταῖς γεωμετρικαῖς ἱστορίαις εἰς Θαλῆν τοῦτο ἀνάγει τὸ θεώρημα. τὴν γὰρ τῶν ἐν θαλάττῃ πλοίων ἀπόστασιν δι' οὗ τρόπου φασὶν αὐτὸν δεικνύναι τούτῳ προσχρῆσθαί φησιν ἀναγκαῖον.

Ἐκ δὲ τῆς προειρημένης διαιρέσεως συνοπτικῶς ληψόμεθα πᾶσαν τὴν περὶ τῆς ἰσότητος τῶν τριγώνων θεωρίαν, καὶ τῶν παραλελειμμένων τὰς αἰτίας ἕξομεν λέγειν ὡς ψευδεῖς τὰς ὑποθέσεις ἢ ὡς περιττὰς ἐλέγχοντες. καὶ μέχρι τούτου πέρας ἔχειν θησόμεθα τῷ στοιχειώτῃ τὸ πρῶτον τμῆμα τάς τε συστάσεις τῶν τριγώνων καὶ τὰς συγκρίσεις κατὰ τὸ ἴσον καὶ τὸ

14 *M* in margine manu postera: Θαυμάσειεν ἄν τις τὸν φιλόσοφον πρόκλον τῆς εὐγνωμοσύνης. οὐ γὰρ ὡς οἰκεῖα ἀλλ' ὡς περὶ πορφύριον διδαχθεὶς διωμολόγει τὰ λεχθέντα.

ἄνισον πεποιημένῳ καὶ διὰ μὲν τῆς συστάσεως τὴν οὐσίαν αὐτῶν παραδεδωκότι, διὰ δὲ τῆς [συγκρίσεως τὴν] ἰσότητα [καὶ] τὴν ἑτερότητα. τρία γὰρ τὰ περὶ τὴν ὕπαρξιν, [τὸ ὄν,] τὸ ταὐτὸν καὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἐν ποσοῖς καὶ ἐν ποιοῖς κατὰ τὴν ἰδιότητα τῶν ὑποκειμένων. δείκνυται οὖν ἐκ τούτων ὡς εἰκόνων ὅτι καὶ ἕκαστον ἑαυτῷ ταὐτόν ἐστι καὶ ἑαυτοῦ ἕτερον διὰ τὸ ἐν αὐτῷ πλῆθος καὶ πάντα ταὐτὰ ἀλλήλοις καὶ ἕτερα ἀλλήλων. καὶ γὰρ ἐφ' ἑνὸς ἑκάστου τῶν τριγώνων εὕρηται τὸ ἴσον καὶ ἄνισον καὶ ἐπὶ πλειόνων ἑνός.

2. 3 *συγκρίσεως τὴν* et *καὶ* addidi, et *ἰσότητος*, quod in *M*, B_3, *G* (et Z) legitur, in *ἰσότητα* mutavi secundum *B* scribentem 'per Comparationem vero Identitatem atque Diversitatem'. 4 *τὸ ὂν* om. *M*, B_3, *G*, *Z*, 'Essentia' *B*. 8 *ἐν αὐτῷ*] *ἑαυτοῦ* *C*. ‖ *ταῦτα* *M*. 11 *G* addit in fine: *Τέλος τοῦ τρίτου.*

PROPOSITIONUM PARS POSTERIOR.

| || *Περὶ μὲν τῆς τῶν τριγώνων γενέσεώς τε καὶ ἰσότητος ἢ ἀνισότητος ὅσα δυνατὸν ὡς ἐν στοιχειώσει λέγειν ἐκ τῶν εἰρημένων μεμαθήκαμεν, περὶ δὲ τῶν τετραπλεύρων ἐφεξῆς ὁ Εὐκλείδης διέξεισι προηγουμένως μὲν περὶ τῶν παραλληλογράμμων ἡμᾶς διδάσκων, τῇ δὲ τούτων θεωρίᾳ συνεισφέρων καὶ τὴν περὶ τῶν τραπεζίων διδασκαλίαν. διῄρηται γάρ, ὥς που καὶ πρότερον ἐν ταῖς ὑποθέσεσιν εἴπομεν, τὸ τετράπλευρον εἴς τε τὸ παραλληλόγραμμον καὶ τὸ τραπέζιον, καὶ τὸ παραλληλόγραμμον εἰς ἕτερα ἄττα εἴδη καὶ τὸ τραπέζιον ὡσαύτως. ἀλλ' ἐπεὶ τὸ μὲν παραλληλόγραμμον διὰ τὴν τῆς ἰσότητος μετουσίαν τεταγμένον ἐστί, τὸ δὲ τραπέζιον οὐ τὴν αὐτὴν οὐδὲ ὁμοίαν ἔχει τὴν τάξιν, προηγουμένως μὲν εἰκότως αὐτῷ [τὰ?] τῶν παραλληλογράμμων ὁ λόγος ἀπεργάζεται, συνθεωρεῖ δὲ τούτοις καὶ τὸ τραπέζιον. ἀναφανήσεται γὰρ ἐκ τῆς τῶν παραλληλογράμμων τομῆς ἡ τῶν τραπεζίων γέννησις, ὡς ἔσται προϊοῦσιν ἡμῖν γνώριμον.*

πρόκλου πλατωνικοῦ διαδόχου εἰς τὸ πρῶτον εὐκλείδου στοιχεῖον· λ° ϛ, *M*, at in margine δ. *ΠΡΟΚΛΟΥ ΔΙΑΔΟΧΟΥ ΕΙΣ ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΤΩΝ ΕΥΚΛΕΙΔΟΥΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ. G.*

4 *διέξεσι G, διέξησι C.* 8 *που*] p. 169, 10 ss. 14 *τάσιν M, G, τάξιν C.* || *τὰ* ego addidi. *C τὴν* pro *τῶν* scripsit; 'de parallelogrammis' *B, Z.* $B_3 = M, G$. 18 *γένεσις C.*

Ἀλλ' ἐπειδήπερ πάλιν ἀδύνατον εἰπεῖν τι περὶ τῆς τῶν παραλληλογράμμων ἢ συστάσεως ἢ ἰσότητος ἄνευ τῆς τῶν παραλλήλων θεωρίας — ὡς γὰρ καὶ ἐκ τοῦ ὀνόματος δῆλον, παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ὑπὸ παραλλήλων τῶν ἀπεναντίον κειμένων εὐθειῶν περιγραφόμενον — ἐντεῦθεν ἀναγκαίως ἀπὸ τῶν παραλλήλων ποιεῖται τὴν ἀρχὴν τῆς διδασκαλίας καὶ κατὰ βραχὺ προϊὼν ἀπὸ τούτων εἰς τὴν τῶν παραλληλογράμμων εἰσβάλλει θεωρίαν ἑνὶ μέσῳ χρησάμενος θεωρήματι τῆς τε τούτων καὶ τῆς ἐκείνων στοιχειώσεως, ὃ δοκεῖ μὲν σύμπτωμά τι ταῖς παραλλήλοις ὑπάρχον θεωρεῖν, γένεσιν δὲ πρώτην παραλληλογράμμου παραδίδωσι. τοιοῦτον γάρ ἐστι τὸ αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν. ἐν γὰρ τούτῳ θεωρεῖται μέν ‖ τι ταῖς ἴσαις καὶ παραλλήλοις συμβεβηκός, ἐκ δὲ τῆς ἐπιζεύξεως ἀναφαίνεται τὸ παραλληλόγραμμον τὸ ἴσας ἔχον καὶ παραλλήλους τὰς ἀπεναντίον κειμένας πλευράς.

Ὅτι μὲν οὖν ἀναγκαίως ὁ περὶ τῶν παραλλήλων λόγος προείληπται, δῆλον ἐκ τούτων. τρία δέ ἐστιν ἀναλαμβάνειν ταῖς παραλλήλοις ὑπάρχοντα καθ' αὑτό καὶ ᾗ αὐτὸ χαρακτηριστικά τε αὐτῶν καὶ ἀντιστρέφοντα πρὸς αὐτάς, οὐ μόνον τὰ τρία ἅμα, ἀλλὰ καὶ ἕκαστον ἀποδιαληφθὲν τῶν λοιπῶν, ὧν τὸ μέν ἐστιν εὐθείας τεμνούσης τὰς παραλλήλους ἴσας εἶναι τὰς ἐναλλάξ, τὸ δὲ εὐθείας τεμνούσης τὰς παραλλήλους

7 *καὶ κατὰ*] *καὶ τὰ M*, *κατὰ G*. 9 *θεωρίαν* om. *G*, add. *C*. 11 *συμπτώματι M, G*, *σύμπτωμά τι* in *G* in margine postera manu. 12 *παραλληλογράμμων G*, *παραλληλογράμμου C*. 13 *αἱ τὰς*] *αὐτὰς G*, *τὰς C*. 15 *αὗται M, G*. 16 *τι*] *τοι C*. 20 *περὶ* om. *G*. 23 *ᾗ* om. *G*, *ἡ M*, *ᾗ C*.

ἴσας εἶναι τὰς ἐντὸς δύο ὀρθαῖς, τὸ δὲ λοιπὸν εὐθείας τεμνούσης τὰς παραλλήλους ἴσην εἶναι τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. ἕκαστον γὰρ τῶν συμπτωμάτων τούτων ἱκανὸν ἀποδειχθὲν παραλλήλους ἀποφῆναι τὰς εὐθείας.

Τοῦτον δὲ τὸν τρόπον εἰώθασι καὶ οἱ ἄλλοι μαθηματικοὶ διαλέγεσθαι περὶ τῶν γραμμῶν, ἑκάστου εἴδους τὸ σύμπτωμα παραδιδόντες. καὶ γὰρ Ἀπολλώνιος ἐφ' ἑκάστης τῶν κωνικῶν γραμμῶν, τί τὸ σύμπτωμα δείκνυσι, καὶ ὁ Νικομήδης ἐπὶ τῶν κογχοειδῶν, καὶ ὁ Ἱππίας ἐπὶ τῶν τετραγωνιζουσῶν, καὶ ὁ Περσεὺς ἐπὶ τῶν σπειρικῶν. μετὰ γὰρ τὴν γένεσιν τὸ καθ' αὑτὸ καὶ ᾗ αὐτὸ ὑπάρχον ληφθὲν ἀφορίζει τὸ συστὰν ἡμῖν εἶδος ἀπὸ τῶν ἄλλων ἁπάντων. κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὖν καὶ ὁ στοιχειωτὴς τὰ συμπτώματα τῶν παραλλήλων ἀνευρίσκει πρῶτον.

Prop. XXVII, theor. XVIII. *Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.*

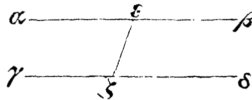
Ἐπὶ τοῦ ὁμολογουμένου προείληπται τὸ εἶναι τὰς εὐθείας ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ, μᾶλλον δὲ ἐπὶ πάντων τῶν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ θεωρημάτων. τοῦτο δὲ προσέθεμεν διὸ τὸ μὴ πάντως τῶν ἐναλλὰξ ἴσων οὐσῶν παραλλήλους εἶναι τὰς εὐθείας, εἰ μὴ καὶ ἐν τῷ αὐτῷ εἶεν

4 *ὑποδειχθέν C.* 10 *Νικόδημος M, B_3, G, Νεικόδημος C,* 'Nicodemus' *Z*, 'Nicomedes', at in margine 'Nicodemus' *B*.

17 In *M* in margine $\overline{\kappa\zeta}$. 18 *ἴσας* om. *M, G.* 19 *ἀλλήλοις M, G, ἀλλήλαις C.* 20 *αἱ* om. *M, G.* 23 *προσέθηκεν G.*

ἐπιπέδῳ. κωλύει γὰρ οὐδὲν οἷον χιαστὶ τῶν εὐθειῶν κειμένων, τῆς μὲν ἐν ἄλλῳ, τῆς δὲ ἐν ἄλλῳ ἐπιπέδῳ, ἐμπίπτουσαν εἰς αὐτὰς εὐθεῖαν ἴσας ποιεῖν τὰς ἐναλλάξ, ἀλλ' οὐ παράλληλοι αἱ οὕτως ‖ κείμεναι. προείληπται οὖν ὅτι πάντα, ὅσα καταγράφομεν ἐν τῇ ἐπιπέδῳ πραγματείᾳ, περὶ ἓν καὶ ταὐτὸν ἐπίπεδον φανταζόμεθα. διόπερ οὐκ ἐδεήθη καὶ ταύτης τῆς προσθήκης.

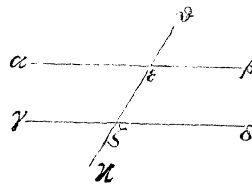
Αὐτὸ δὲ δὴ τὸ ἐναλλὰξ ἰστέον ὅτι διχῶς ὁ γεωμέτρης παραλαμβάνει, ποτὲ μὲν κατὰ τὴν τοιάνδε θέσιν, ποτὲ δὲ κατὰ τὴν τοιάνδε τῶν λόγων ἀκολουθίαν. καὶ κατὰ μὲν τοῦτο τὸ σημαινόμενον ἐν τῷ πέμπτῳ καὶ ἐν τοῖς ἀριθμητικοῖς χρῆται τῷ ἐναλλάξ, κατὰ δὲ τὸ ἕτερον ἔν τε τούτῳ καὶ ἐν τοῖς ἄλλοις ἅπασι βιβλίοις ἐπὶ τῶν παραλλήλων εὐθειῶν καὶ τῆς εἰς ταύτας ἐμπιπτούσης. | τὰς γὰρ γωνίας τὰς μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ γιγνομένας, μηδὲ ἐφεξῆς ἀλλήλαις κειμένας, ἀλλὰ διειργομένας μὲν ὑπὸ τῆς ἐμπιπτούσης, ἐντὸς δὲ ἄμφω τῶν παραλλήλων, διαφερούσας δὲ τῷ τὴν μὲν ἄνω κεῖσθαι, τὴν δὲ κάτω, τὰς ἐναλλὰξ προσαγορεύει. λέγω δὲ οἷον εὐθειῶν οὐσῶν τῶν $\overline{αβ}$ καὶ $\overline{γδ}$ καὶ ἐμπιπτούσης εἰς αὐτὰς τῆς $\overline{εζ}$ ἐναλλὰξ εἶναί φησι τὰς ὑπὸ $\overline{αεζ}$ καὶ $\overline{δζε}$ καὶ πάλιν τὰς ὑπὸ $\overline{γζε}$ καὶ $\overline{βεζ}$ ὡς ἐνηλλαγμένως ἐχούσας κατὰ τὴν θέσιν.



Δεῖ δὲ εἰδέναι ἐκεῖνο ὅτι τοιαύτης οὔσης θέσεως

5 ἐν om. *M*, *G*. 18 διηργμένας *G*, διηργομένας *C*. 19 τῶν *G*, τῷ *C*.

τῶν εὐθειῶν ἐκ διαιρέσεως ἓξ τὰ πάντα γίνεται συμπτώματα, ὧν τὰ τρία μόνον ὁ γεωμέτρης ἔλαβεν, τρία δὲ παρῆκεν. ἢ γὰρ ἐπὶ ταὐτὰ μέρη ληψόμεθα τὰς γωνίας ἢ οὐκ ἐπὶ τὰ αὐτά. καὶ εἰ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἢ ἀμφοτέρας ἐντὸς τῶν εὐθειῶν, ἃς ἀποδείκνυσιν ὁ λόγος παραλλήλους, ἢ ἄμφω ἐκτός, ἢ τὴν μὲν ἐκτός, τὴν δὲ ἐντός, καὶ εἰ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτά, πάλιν ὡσαύτως ἢ ἐκτὸς ἀμφοτέρας τῶν τεμνομένων εὐθειῶν ἀνάγκη λαμβάνειν, ἢ ἐντός, ἢ τὴν μὲν ἐντός, τὴν δὲ ἐκτός.



γιγνέσθω δὲ ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς σαφὲς τὸ λεγόμενον. καὶ ἔστωσαν εὐθεῖαί τινες αἱ αβ γδ καὶ ἐμπιπτέτω εἰς αὐτὰς ἡ εζ καὶ ἐκβεβλήσθω ἐπὶ τὰ θ κ. εἰ μὲν οὖν ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη λάβοις τὰς γωνίας ἢ ἐντὸς ἄμφω θήσεις, ὡς τὰς ὑπὸ βεζ καὶ εζδ, ἢ τὰς ὑπὸ αεζ καὶ εζγ, ἢ ἐκτὸς ἄμφω, ὡς τὰς ὑπὸ θεβ καὶ δζκ ἢ τὰς ὑπὸ θεα καὶ γζκ, ἢ τὴν μὲν ἐντός, τὴν δὲ ἐκτός, ὡς τὰς ὑπὸ θεβ καὶ εζδ, ἢ τὰς ὑπὸ κζδ καὶ ζεβ, ἢ τὰς ὑπὸ θεα καὶ εζγ, ἢ τὰς ὑπὸ κζγ καὶ αεζ. τετραχῶς γὰρ αὗται ληφθήσονται. εἰ δὲ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς γωνίας λαμβάνοις, ἢ ἐντὸς αὐτὰς θήσεις, ‖ ὡς τὰς ὑπὸ αεζ καὶ ὑπὸ εζδ, ἢ τὰς ὑπὸ γζε καὶ ζεβ, ἢ ἐκτὸς

3 *ταῦτα G, τὰ αὐτὰ C.* 4 *εἰ* om. *M, G,* add. *C.* 16 *λάβοι M, G, λάβοις C.* 20—21 *ἢ τὰς ὑπὸ κζδ ... εζγ* om. *G,* add. *C.*

ἀμφοτέρας, ὡς τὰς ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\vartheta}$ καὶ $\overline{\delta\zeta\kappa}$, ἢ τὰς ὑπὸ $\overline{\vartheta\varepsilon\beta}$ καὶ $\overline{\gamma\zeta\kappa}$, ἢ τὴν μὲν ἐντός, τὴν δὲ ἐκτός, καὶ τοῦτο τετραχῶς πάλιν, ἢ γὰρ τὰς ὑπὸ $\overline{\alpha\varepsilon\vartheta}$ καὶ $\overline{\varepsilon\zeta\delta}$, ἢ τὰς ὑπὸ $\overline{\vartheta\varepsilon\beta}$ καὶ $\overline{\varepsilon\zeta\gamma}$, ἢ τὰς ὑπὸ $\overline{\kappa\zeta\gamma}$ καὶ $\overline{\zeta\varepsilon\beta}$, ἢ τὰς ὑπὸ $\overline{\kappa\zeta\delta}$ καὶ $\overline{\zeta\varepsilon\alpha}$ θήσεις. καὶ παρὰ ταύτας ἄλλη λῆψις οὐκ ἔστιν.

Ἐξαχῶς οὖν λαμβανομένων τῶν γωνιῶν ὁ γεωμέτρης τρεῖς μόνας ἐκλέξατο καὶ ταῦτα εἰς τὰ ἑπόμενα συμπτώματα τῶν παραλλήλων ἀπέφηνεν ὄντα χαρακτηριστικά. τούτων δὲ τῶν τριῶν μία μέν ἐστιν ἐκ τῶν μὴ ἐπὶ τὰ αὐτά, ἐκ μὲν τῶν ἐντὸς ληφθεισῶν μόνον, ἃς καὶ ἐκάλεσεν ἐναλλάξ, ὡς παραλελεῖφθαι τὰς ἐκτὸς οὔσας ἀμφοτέρας καὶ τὴν μὲν ἐκτός, τὴν δὲ ἐντός, ἐκ δὲ τῶν ἐπὶ τὰ αὐτά, τῶν δὲ ἐντὸς ἀμφοτέρων, ἃς δυσὶν ὀρθαῖς εἶναί φησιν ἴσας, καὶ ὧν ἡ μέν ἐστιν ἐντός, ἡ δὲ ἐκτός, ἃς εἶπεν ἴσας εἶναι, ὑπολειπομένης δὲ μιᾶς λήψεως τῆς ἐκτὸς ἀμφοτέρας ὑποτιθεμένης.

Ἡμεῖς οὖν φαμεν ὅτι καὶ ταῖς παραληφθείσαις τρισὶν ὑποθέσεσιν τὰ αὐτὰ ἕπεται. ἔστωσαν γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἄμφω ἐκτὸς αἱ $\overline{\vartheta\varepsilon\beta}$ $\overline{\delta\zeta\kappa}$. λέγω ὅτι αὗται δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. εἰ γὰρ ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\varepsilon}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\vartheta\varepsilon\beta}$ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\varepsilon\zeta}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\kappa}$, εἰ δὲ αἱ ὑπὸ $\overline{\beta\varepsilon\zeta}$ $\overline{\varepsilon\zeta\delta}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι, καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\kappa}$ $\overline{\vartheta\varepsilon\beta}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι. πάλιν ἔστωσαν μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ

9 πέφηκεν G, πέφηνεν C. 22 λέγω δὲ G.

μέρη αἱ γωνίαι, ὧν ἡ μὲν ἐντός, ἡ δὲ ἐκτός, αἱ αεθ καὶ εζδ. λέγω ὅτι καὶ αὗται δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. εἰ γὰρ ἡ ὑπὸ αεθ ἴση τῇ ὑπὸ βεζ, αἱ δὲ ὑπὸ βεζ καὶ εζδ δύο ὀρθαί εἰσιν, καὶ αἱ ὑπὸ αεθ καὶ εζδ δύο ὀρθαῖς ἴσαι. πάλιν ἔστωσαν μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέν, ἄμφω δὲ ἐκτὸς τῶν εὐθειῶν, ὡς αἱ αεθ δζκ. λέγω ὅτι αὗται ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν. εἰ γὰρ αἱ ὑπὸ αεθ καὶ βεζ ἴσαι ἀλλήλαις, ἡ δὲ ὑπὸ δζκ τῇ ὑπὸ βεζ, ἡ ὑπὸ αεθ ἄρα ἴση τῇ ὑπὸ δζκ γωνίᾳ. ἐὰν ἄρα ληφθῇ τὰ ἐπὶ τῶν τριῶν ὑποθέσεων, ἃς ὁ γεωμέτρης ἔλαβεν, ἑπόμενα ὡς ἀληθῆ πάντα τὰ αὐτὰ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν τριῶν, πλὴν ὅτι, ἐφ' ὧν μὲν ὁ γεωμέτρης ἔλαβεν, κατὰ || δύο μὲν λήψεις ὑπόκεινται ἴσαι ἀλλήλαις αἱ γωνίαι, κατὰ μίαν δὲ δύο ὀρθαῖς αἱ γωνίαι, ἐπὶ δὲ τούτων ἀνάπαλιν κατὰ δύο μὲν δύο ὀρθαῖς ἴσαι, κατὰ μίαν δὲ ἀλλήλαις. ἓξ γὰρ οὐσῶν πασῶν τῶν λήψεων ἐκ μὲν τῶν τριῶν συμβαίνει δύο ὀρθαῖς ἴσας εἶναι τὰς γωνίας, ἐκ δὲ τῶν τριῶν ἴσας ἀλλήλαις, ὥστε εἰκότως αἱ παραλελειμμέναι ταῖς μνήμης ἠξιωμέναις λήψεσιν ἀνάπαλιν ἔχουσιν. ἔοικεν δὲ ὁ γεωμέτρης ταύτας ἐκλέξασθαι τῶν ὑποθέσεων, ὅσαι ἢ καταφατικὸν πλεονάζον ἔχουσιν, ἢ ἁπλούστεραί εἰσιν, καὶ διὰ τοῦτο λαβεῖν ἐκ μὲν τῶν μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μόνας τὰς ἐντός, ἃς δὴ κέκληκεν ἐναλλάξ, ἐκ δὲ τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ [τὰς ἐντὸς καὶ τὴν μὲν ἐντός, τὴν δὲ]

λέ 5 *αὐτὰ* om. *M*, *G*, add. *C*. 17 *λείψεων* *G*. 21 *ἐκγξασθαι* *C*. 23 *ἐκ μὲν* evanuerunt in *M*, *G* asteriscum posuit, *ἐκ μὲν* *C*. 25 *τὰς ἐντὸς . . . τὴν δὲ* om. *M*, *G* (*Z*); B_3 et *C* *τὰς* tantum addunt. ʻtum internos, tum unum quidem inter-

ἐκτός, τὰς δὲ ἄλλας δι' ἀποφάσεως μᾶλλον δηλουμένας ἢ ὡς ποικιλωτέρας φυλάξασθαι. ἀλλ' οὖν εἴτε ταύτην, εἴτε ἄλλην αἰτίαν ῥητέον, δῆλον ἐκ τούτων, πόσα ἐστὶ τὰ ἑπόμενα αὐτοῖς.

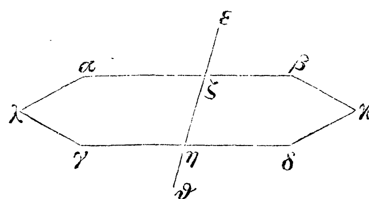
Prop. XXVIII, theor. XVIIII. *Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δύο ὀρθαῖς ἴσας, | παράλληλοι ἔσονται εὐθεῖαι.*

Τὸ μὲν πρὸ τούτου θεώρημα τὰς μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας λαμβάνον, ἐντὸς δὲ τῶν εὐθειῶν κειμένας, ἴσας ἀλλήλαις ἐδείκνυ παραλλήλους οὔσας τὰς εὐθείας, τοῦτο δὲ τὰς λοιπὰς δύο ὑποθέσεις προστίθησιν, ὧν ἡ μὲν τὰς γωνίας μερίζει κατὰ τὸ ἐντὸς καὶ ἐκτός, ἡ δὲ ἀμφοτέρας ἐντὸς ὑποτίθεται καὶ δείκνυσι τὸ αὐτὸ συμπέρασμα. δόξειεν δ' ἂν ἀτόπως ὁ στοιχειωτὴς τὰ θεωρήματα μερίσαι. δέον γὰρ ἦν ἢ τὰς τρεῖς ὑποθέσεις διαλαβεῖν καὶ ποιῆσαι τρία θεωρήματα, ἢ εἰς ἓν συνάγειν πάσας θεώρημα, ὥσπερ ἐποίησεν ὁ Ἱεραπολίτης Αἰγείας ὁ τὴν ἐπιτομὴν γράψας τῶν στοιχείων, ἢ διελεῖν εἰς δύο βουλόμενον εὔτακτον ποιήσασθαι τὴν διαίρεσιν καὶ χωρὶς μὲν λαβεῖν τὰς ὑποθέσεις, ἐφ' ὧν ἴσαι εἰσὶν αἱ γωνίαι, χωρὶς δὲ ἐκείνην, ἐφ' ἧς δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. νῦν

num, alterum vero externum' *B.* 4 *αὐτοῖς G, αὐτοὶς C.* 5 In *M* in margine *κη̅*. 13 *ἴσας* om. *G*, add. *C.* 18 *ἦν ἢ*] *ἦν ἐπὶ G*, corr. *C.* 20 *πάσης M.* 24 *καὶ αἱ γωνίαι M, C.* 25 *ἐφ' οἷς M, G, ἐφ' ἧς C.*

δὲ ἐν ἑνὶ μὲν θεωρήματι τὰς ἐναλλὰξ ἴσας ὑπέθετο, ἐν ἑνὶ δὲ τὴν ἐκτὸς [ἴσην τῇ ἐντὸς] καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δύο ὀρθαῖς ἴσας. τί οὖν τὸ αἴτιον τῆς τοιαύτης διαιρέσεως; εἰ οὖν πρὸς τὴν ἰσότητα τῶν γωνιῶν ἀπέβλεψεν τὴν πρὸς ἀλλήλας ἢ τὴν πρὸς τὰς δύο ὀρθάς, οὐδὲ ταύτῃ ‖ διέστησε τὰ προκείμενα θεωρήματα ἀπ' ἀλλήλων, ἀλλὰ πρὸς ἐκεῖνο τὸ τὰς γωνίας ἢ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη λαμβάνεσθαι ἢ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτά. τὸ μὲν γὰρ πρὸ τούτου τὰς μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ παρελάμβανε — τοιαῦται γὰρ αἱ ἐναλλάξ — τοῦτο δὲ τὰς ἐπὶ τὰ αὐτά, ὡς καὶ ἐκ τῆς προτάσεως δῆλον.

Ἀλλ' ὅπως μὲν ὁ στοιχειωτὴς δείκνυσιν ὅτι δύο ὀρθαῖς ἴσων οὐσῶν τῶν ἐντὸς αἱ εὐθεῖαι παράλληλοί εἰσι, φανερὸν ἐκ τῶν γεγραμμένων. Πτολεμαῖος δὲ ἐν οἷς ἀποδεῖξαι προέθετο τὰς ἀπ' ἐλαττόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομένας συμπίπτειν, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, τοῦτο πρὸ πάντων δεικνὺς τὸ θεώρημα τὸ δυεῖν ὀρθαῖς ἴσων ὑπαρχουσῶν τῶν ἐντὸς παραλλήλους εἶναι τὰς εὐθείας οὕτω πως δείκνυσιν. ἔστωσαν δύο εὐθεῖαι αἱ αβ γδ, καὶ τεμνέτω τις αὐτὰς εὐθεῖα ἡ εζηθ, ὥστε τὰς ὑπὸ βζη καὶ ὑπὸ ζηδ γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖν. λέγω ὅτι παράλληλοί εἰσιν αἱ εὐθεῖαι, τουτέστιν ἀσύμπτωτοί εἰσιν. εἰ γὰρ δυ-



2 ἴσην τῇ ἐντὸς om. *M*, *B*₃, *G* (*Z*), 'externum interno' *B*.
18 δυεῖν ὀρθῶν *M*, *G*. 23 ἡ ζη *C*.

νατόν, συμπιπτέτωσαν ἐκβαλλόμεναι αἱ $\overline{βζ}$ $\overline{ηδ}$ κατὰ τὸ $\overline{κ}$. ἐπεὶ οὖν εὐθεῖα ἡ $\overline{ηζ}$ ἐφέστηκεν ἐπὶ τὴν $\overline{αβ}$, δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ τὰς ὑπὸ $\overline{αζη}$ $\overline{βζη}$ γωνίας. ὁμοίως δέ, ἐπεὶ ἡ $\overline{ηζ}$ ἐφέστηκεν ἐπὶ τὴν $\overline{γδ}$, δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖ τὰς ὑπὸ $\overline{γηζ}$ $\overline{δηζ}$ γωνίας. αἱ τέσσαρες ἄρα αἱ ὑπὸ $\overline{αζη}$ $\overline{βζη}$ $\overline{γηζ}$ $\overline{δηζ}$ τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ὧν αἱ δύο αἱ ὑπὸ $\overline{βζη}$ $\overline{ζηδ}$ δύο ὀρθαῖς ὑπόκεινται ἴσαι. λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ $\overline{αζη}$ $\overline{γηζ}$ καὶ αὗται δύο ὀρθαῖς ἴσαι. εἰ οὖν αἱ $\overline{ζβ}$ $\overline{ηδ}$ δύο ὀρθαῖς ἴσων οὐσῶν τῶν ἐντὸς ἐκβαλλόμεναι συνέπεσον κατὰ τὸ $\overline{κ}$, καὶ αἱ $\overline{ζα}$ $\overline{ηγ}$ ἐκβαλλόμεναι συμπεσοῦνται. δύο γὰρ ὀρθαῖς καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{αζη}$ $\overline{γηζ}$ ἴσαι εἰσίν. ἢ γὰρ κατ' ἀμφότερα συμπεσοῦνται αἱ εὐθεῖαι, ἢ κατ' οὐδέτερα, εἴπερ καὶ αὗται κἀκεῖναι δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. συμπιπτέτωσαν οὖν αἱ $\overline{ζα}$ $\overline{ηγ}$ κατὰ τὸ $\overline{λ}$. αἱ ἄρα $\overline{λαβκ}$ $\overline{λγδκ}$ εὐθεῖαι χωρίον περιέχουσιν, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα δυνατόν ἐστιν δύο ὀρθαῖς ἴσων οὐσῶν τῶν ἐντὸς συμπίπτειν τὰς εὐθείας. παράλληλοι ἄρα εἰσίν.

2 ἡ $\overline{ζ}$ *M*, ἡ $\overline{εζ}$ *G*. 3 $\overline{αζε}$ $\overline{βζε}$ *M*, *G*, $\overline{αζβ}$, $\overline{βζη}$ *C*. 6 $\overline{αζε}$ $\overline{βζε}$ *M*, *G*, $\overline{αζη}$ $\overline{βζη}$ *C*. 8 ὑπόκειται *M*, *G*, ὑπόκεινται *C*. 9. 10 δύο ὀρθῶν οὐσῶν *M*, *G*. 10—11 συνέπεσον .... ἐκβαλλόμεναι om. *G*, add. *C*. 12 ἴσαι om. *G*. 15—16 $\overline{λα}$ $\overline{κζ}$ $\overline{λγ}$ $\overline{ηκ}$ *M*, *C*, $\overline{λα}$ $\overline{ζκ}$ $\overline{λγ}$ $\overline{ηκ}$ *G*. 17 δύο om. *M*, *G*.

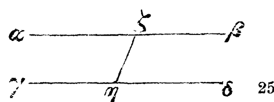
|| Prop. XXVIIII, theor. XX. *Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τάς τε ἐναλλὰξ ἴσας ποιεῖ καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς [καὶ ἀπεναντίον καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην καὶ τὰς ἐντὸς] καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δύο ὀρθαῖς ἴσας.*

Τοῦτο τὸ θεώρημα ἀμφοτέροις ἀντιστρέφει τοῖς προειρημένοις θεωρήμασι. τὸ γὰρ ἐν ἑκατέρῳ ζητούμενον ὑπόθεσιν ποιεῖται, τὰ ἐν ἐκείνοις δεδομένα δεικνύναι προτίθεται. καὶ δεῖ μεμνῆσθαι καὶ τῆς τοιαύτης τῶν ἀντιστροφῶν διαφορᾶς, ὅτι πᾶν τὸ ἀντιστρέφον ἢ ἓν ἑνὶ ἀντιστρέφει, ὡς τῷ πέμπτῳ τὸ ἕκτον, ἢ πλείοσιν ἕν, ὡς τὸ νυνὶ προκείμενον τοῖς πρὸ αὐτοῦ. ἐν δὲ τούτῳ τῷ θεωρήματι πρῶτον ὁ στοιχειωτὴς ἐχρήσατο τούτῳ τῶν αἰτημάτων τῷ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, συμπίπτειν τὰς εὐθείας ἐκβαλλομένας, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, ὅπερ ἐξηγούμενοι τὰ πρὸ τῶν θεωρημάτων ἐλέγομεν, ὡς οὐ παρὰ πάντων τοῦτο συγκεχώρηται εἶναι ἀναποδείκτως ὁμολογούμενον. καὶ πῶς γὰρ ἂν εἴη τοιοῦτον, οὗ τὸ ἀντίστροφον ὡς ἀποδεικτὸν ἐν τοῖς θεωρήμασιν ἀναγέγραπται; τὸ γὰρ παντὸς τριγώνου δύο τὰς ἐντὸς γωνίας ὁποιασοῦν ἐλάσσους εἶναι δύο ὀρθῶν ἀντίστροφόν ἐστι τῷ αἰτήματι τούτῳ· ἐπεὶ καὶ συνεύειν τὰς εὐθείας ἀεὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἐκβαλλο-

1 In *M* in margine $\overline{\kappa\vartheta}$. 2 *ἐναλλὰξ γωνίας G.* 3—5 *καὶ ἀπεναντίον ... ἐντὸς* om. *M, G.* 11 *ἐν ἑνὶ M, G.* 15 *εὐθείας* om. *M, G.* 22 *ἀποδεικτικὸν C.*

μένας οὐκ ἔστι τεκμήριον τῆς συμπτώσεως διὰ τὸ καὶ ἄλλας εὑρῆσθαι γραμμὰς συννευούσας μὲν ἀεὶ πλέον καὶ πλέον, συμπιπτούσας δὲ οὐδέποτε, καθὰ καὶ εἴρηται πρότερον.

Ἤδη μὲν οὖν καὶ ἄλλοι τινὲς ὡς θεώρημα προτάξαντες τοῦτο αἴτημα παρὰ τῷ στοιχειωτῇ ληφθὲν ἀποδείξεως ἠξίωσαν. δοκεῖ δὲ καὶ ὁ Πτολεμαῖος αὐτὸ δεικνύναι ἐν τῷ περὶ τοῦ τὰς ἀπ᾽ ἐλαττόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομένας συμπίπτειν, καὶ δείκνυσι πολλὰ προλαβὼν τῶν μέχρι τοῦδε τοῦ θεωρήματος ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ προαποδεδειγμένων. καὶ ὑποκείσθω | πάντα εἶναι ἀληθῆ, ἵνα μὴ καὶ ἡμεῖς ὄχλον ἐπεισάγωμεν ἄλλον, καὶ ὡς λημμάτιον τοῦτο δείκνυσθαι διὰ τῶν προειρημένων. ἓν δὲ καὶ τοῦτο τῶν προδεδειγμένων τὸ τὰς ἀπὸ δυεῖν ὀρθαῖς ἴσων ἐκβαλλομένας μηδαμῶς συμπίπτειν. λέγω τοίνυν ὅτι καὶ τὸ ἀνάπαλιν ἀληθές, καὶ τὸ παραλλήλων οὐσῶν τῶν εὐθειῶν ‖ καὶ τεμνομένων ὑπὸ μιᾶς εὐθείας τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας εἶναι. ἀνάγκη γάρ τὴν τέμνουσαν τὰς παραλλήλους ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖν τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας ἢ δύο ὀρθῶν ἐλάσσους ἢ μείζους. ἔστωσαν οὖν παράλληλοι αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$, *καὶ ἐμπιπτέτω εἰς αὐτὰς ἡ* $\overline{\eta\zeta}$· *λέγω ὅτι οὐ ποιεῖ δύο ὀρθῶν μείζους τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτά. εἰ γὰρ αἱ ὑπὸ* $\overline{\alpha\zeta\eta}$ $\overline{\gamma\eta\zeta}$ *δύο ὀρθῶν μείζους,*



3 *καθὼ* G, *καθ᾽ ἃ* C. 5—6 *προτάξαντες τοῦτο αἴτημα* om. G, add. C. 13 *δεικνύσθω* C. 22 *ἢ μείζους* om. M, G, add. C. 24 $\overline{\varepsilon\zeta}$ M, G, $\overline{\zeta\eta}$ C.

αἱ λοιπαὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\beta\zeta\eta}$ $\overline{\delta\eta\zeta}$ δύο ὀρθῶν ἐλάσσους· ἀλλα καὶ δύο ὀρθῶν μείζους αἱ αὐταί — οὐδὲν γὰρ μᾶλλον αἱ $\overline{\alpha\zeta}$ $\overline{\gamma\eta}$ παράλληλοι ἢ αἱ $\overline{\zeta\beta}$ $\overline{\eta\delta}$, ὥστε εἰ ἡ ἐμπεσοῦσα εἰς τὰς $\overline{\alpha\zeta}$ $\overline{\gamma\eta}$ δύο ὀρθῶν μείζους ποιεῖ τὰς ἐντός, καὶ ἡ εἰς τὰς $\overline{\zeta\beta}$ $\overline{\eta\delta}$ ἐμπίπτουσα δύο ὀρθῶν ποιήσει μείζους τὰς ἐντός — ἀλλ' αἱ αὐταὶ καὶ δύο ὀρθῶν ἐλάσσους — αἱ γὰρ τέσσαρες αἱ ὑπὸ $\overline{\alpha\zeta\eta}$ $\overline{\gamma\eta\zeta}$ $\overline{\beta\zeta\eta}$ $\overline{\delta\eta\zeta}$ τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι — ὅπερ ἀδύνατον. ὁμοίως δὴ δείξομεν ὅτι εἰς τὰς παραλλήλους ἐμπίπτουσα οὐ ποιεῖ δύο ὀρθῶν ἐλάσσους τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας. εἰ δὲ μήτε μείζους μήτε ἐλάσσους ποιεῖ τῶν δύο ὀρθῶν, λείπεται τὴν ἐμπίπτουσαν δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιεῖν τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας.

Τούτου δὴ οὖν προδεδειγμένου τὸ προκείμενον ἀναμφισβητήτως ἀποδείκνυται. λέγω γὰρ ὅτι ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, συμπεσοῦνται αἱ εὐθεῖαι ἐκβαλλόμεναι, ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες. μὴ γὰρ συμπιπτέτωσαν. ἀλλ' εἰ ἀσύμπτωτοί εἰσιν, ἐφ' ἃ μέρη αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, πολλῷ μᾶλλον ἔσονται ἀσύμπτωτοι ἐπὶ θάτερα, ἐφ' ἃ τῶν δύο εἰσὶν ὀρθῶν αἱ μείζονες, ὥστε ἐφ' ἑκάτερα ἂν εἶεν ἀσύμπτωτοι αἱ εὐθεῖαι. εἰ δὲ τοῦτο, παράλληλοί εἰσιν. ἀλλὰ δέδεικται ὅτι ἡ εἰς τὰς παραλλήλους ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει γω-

1 $\overline{\beta\zeta\epsilon}$ *M*, *G*, $\overline{\beta\zeta\eta}$ *C*. 25 *εἰς τοῦτο M*, *G*, *εἰ δὲ τοῦτο C*.

νίας. αἱ αὐταὶ ἄρα καὶ δύο ὀρθαῖς ἴσαι καὶ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, ὅπερ ἀδύνατον.

Ταῦτα προδεδειχὼς ὁ Πτολεμαῖος καὶ καταντήσας εἰς τὸ προκείμενον ἀκριβέστερόν τι προσθεῖναι βούλεται καὶ δεῖξαι ὅτι, ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δύο ὀρθῶν ποιῇ ἐλάσσονας, οὐ μόνον οὐκ εἰσὶν ἀσύμπτωτοι αἱ εὐθεῖαι, ὡς δέδεικται, ἀλλὰ καὶ ἡ σύμπτωσις αὐτῶν κατ' ἐκεῖνα γίνεται τὰ μέρη, ἐφ' ἃ αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, ‖ οὐκ ἐφ' ἃ αἱ μείζονες. ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ αβ γδ καὶ ἐμπίπτουσα εἰς αὐτὰς ἡ εζηθ ποιείτω τὰς ὑπὸ αζη καὶ ὑπὸ γηζ δύο ὀρθῶν ἐλάσσους. αἱ λοιπαὶ ἄρα μείζους δύο ὀρθῶν.

ὅτι μὲν οὖν οὐκ ἀσύμπτωτοι αἱ εὐθεῖαι δέδεικται. εἰ δὲ συμπίπτουσιν, ἢ ἐπὶ τὰ α γ συμπεσοῦνται, ἢ ἐπὶ τὰ β δ. συμπιπτέτωσαν ἐπὶ τὰ β δ κατὰ τὸ κ. ἐπεὶ οὖν αἱ μὲν ὑπὸ αζη καὶ γηζ δύο ὀρθῶν εἰσὶν ἐλάσσους, αἱ δὲ ὑπὸ αζη βζη δύο ὀρθαῖς ἴσαι, κοινῆς ἀφαιρεθείσης τῆς ὑπὸ αζη, ἡ ὑπὸ γηζ ἐλάσσων ἔσται τῆς ὑπὸ βζη. τριγώνου ἄρα τοῦ κζη ἡ ἐκτὸς τῆς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἐλάσσων, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα κατὰ ταῦτα συμπίπτουσιν. ἀλλὰ μὴν συμπίπτουσι. κατὰ θάτερα ἄρα ἡ σύμπτωσις αὐτῶν ἔσται, καθ' ἃ αἱ τῶν δύο ὀρθῶν εἰσιν ἐλάσσονες.

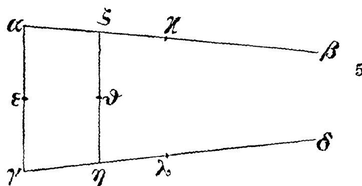
26 ἔσται] ἔστι *C.*

Ταῦτα μὲν οὖν ὁ Πτολεμαῖος. ἐφιστάνειν δὲ ἄξιον, μή ποτε παραλογισμός τίς ἐστιν ἐν ταῖς εἰλημμέναις ὑποθέσεσι, λέγω δὲ ἐν ἐκείναις, ἐν αἷς ἔλεγεν ὅτι τῆς τεμνούσης εὐθείας τὰς ἀσυμπτώτους τέτταρας ἐντὸς γωνίας ποιούσης αἱ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κατ' ἀμφότερα τὰ μέρη ἢ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, ἢ δύο ὀρθῶν μείζους ἢ δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες. οὐ γὰρ τελεία ἡ διαίρεσις. κωλύει γὰρ οὐδὲν τὸν ἀσυμπτώτους λέγοντα τὰς ἀπ' ἐλασσόνων δυεῖν ὀρθῶν ἐκβαλλομένας τὰς μὲν τῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ δύο ὀρθῶν μείζους λέγειν, τὰς δὲ ἐπὶ θάτερα δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας, καὶ οὐχ ἕνα περὶ τούτων ἀποδέχεσθαι λόγον. ἀτελοῦς δὲ οὔσης τῆς διαιρέσεως οὐκ ἀποδέδεικται τὸ προκείμενον. ἔτι δὲ κἀκεῖνο πρὸς τὴν δεῖξιν ῥητέον, ὅτι οὐ καθ' αὑτὸ δείκνυσι τὸ ἀδύνατον. οὐ γὰρ ἐπειδὴ παραλλήλους τέμνουσά τις εὐθεῖα μείζους ἐποίησεν τὰς ἐπὶ τὰ αὐτὰ κατ' ἀμφότερα μέρη δύο ὀρθῶν ἢ ἐλάσσους, διὰ τοῦτο ἀκολουθεῖ τὸ ἄτοπον ταύταις ταῖς ὑποθέσεσιν, ἀλλ' ἐπειδὴ τέσσαρες τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι αἱ ἐντὸς τῶν τεμνομένων, διὰ τοῦτο ἀδύνατος ἑκατέρα τῶν ὑποθέσεων τούτων, || ἐπεὶ κἂν μὴ παραλλήλους τις λάβῃ τὰς εὐθείας τὰ αὐτὰ ἀκολουθήσει τῶν ὑποθέσεων τῶν αὐτῶν εἰλημμένων.

Πρὸς μὲν οὖν Πτολεμαῖον ταῦτα λέγοντες ἐπιστήσομεν· φανερὰ γὰρ ἡ τῆς δείξεως ἀσθένεια διὰ τῶν εἰρημένων. φέρε δὲ κἀκείνους ἐπισκεψώμεθα τοὺς λέγοντας ἀδυνατὸν εἶναι τὰς ἀπ' ἐλασσόνων ἢ

1 *ἐφιστάνειν μὲν C.* 8 *τὸν*] *τῶν C.* 9 *δυεῖν ὀρθαῖς M, δυοῖν ὀρθαῖς G, δυοῖν ὀρθαῖν C.* 12 *ἀποδέχεται M, G.* 13 *ἔστι G, ἔτι C.* 17 *ἢ* om. *G*, add. *C.* 21 *κἂν*] *ἐὰν G.* 22 *λάβε G, λάβοι C.* 26 *φέρε δὴ G.*

δύο | ὀρθῶν ἐκβαλλομένας συμπίπτειν. λαβόντες γὰρ εὐθείας δύο τὰς αβ γδ καὶ ἐμπίπτουσαν εἰς αὐτὰς τὴν αγ καὶ ποιοῦσαν τὰς ἐντὸς δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας οἴονται (?) δεικνύναι μὴ συμπιπτούσας τὰς αβ γδ. διῃρήσθω γὰρ δίχα ἡ αγ κατὰ τὸ ε καὶ ἀφῃρήσθω ἀπὸ μὲν τῆς αβ ἴση τῇ αε ἡ αζ, ἀπὸ δὲ τῆς γδ ἴση τῇ εγ ἡ γη. δῆλον ἄρα ὅτι αἱ αζ γη οὐ συμπεσοῦνται κατὰ τὸ ζη. εἰ γὰρ συμπεσοῦνται, ἔσονται αἱ δύο τῇ αγ ἴσαι ἐν τριγώνῳ, ὅπερ ἀδύνατον. πάλιν ἐπεζεύχθω ἡ ζη καὶ τετμήσθω δίχα κατὰ τὸ θ καὶ ἴσαι ἀφῃρήσθωσαν. οὐδὲ αὗται ἄρα συμπεσοῦνται διὰ τὰ αὐτά. καὶ τοῦτο εἰς ἄπειρον ποιοῦντες, ἐπιζευγνύντες τὰ ἀσύμπτωτα σημεῖα καὶ τὴν ἐπεζευγμένην διχοτομοῦντες καὶ ἴσας ἀπὸ τῶν εὐθειῶν τοῖς ταύτης ἡμίσεσιν ἀφαιροῦντες, δεικνύναι φασὶν ὅτι οὐδαμοῦ συμπίπτουσιν αἱ αβ γδ εὐθεῖαι.

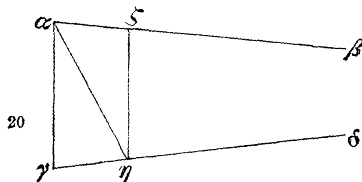


Τούτων δὴ τοιαῦτα λεγόντων ῥητέον ἡμῖν ὅτι λέγουσι μέντοι ἀληθές, οὐ μέντοι ὅσον γε οἴονται. ὅτι μὲν γὰρ ὁρίσαι τὸ σημεῖον τῆς συμπτώσεως ἁπλῶς

5 οἴονται] οἷον *M*, *G*, οἴονται B_3, 'ut' *Z*, 'fieri potest inquiunt' *B*. 13 ἡ ζη καὶ τετμήσθω om. *G*, add. *C*. 18 ταῖς ταύταις *M*, *G*. 22 οἴονται *M*, οἷόν τε *G*, οἴονται B_3, 'quantum sit satis' *Z*, 'opinantur' *B*. ‖ ὅτι μὲν γὰρ ὅρισαι (ὁρῖσαι B_3) *M*, *G*, τὸ μὲν γὰρ ὅρισαι *C*, 'determinatur' *Z*, 'determinare' *B*.

οὕτως οὐκ ἔστιν, ἀληθές. οὐ μέντοι τὸ μηδὲ τὸ παράπαν συμπίπτειν αὐτὰς ἀληθές. μὴ συμπιπτέτωσαν γὰρ αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ καὶ ὑπὸ $\overline{\delta\gamma\alpha}$ γωνίας ὡρισμένης κατὰ τὸ $\overline{\zeta}$ καὶ τὸ $\overline{\eta}$· ἀλλ' οὐδὲν κωλύονται κατα τὰ $\overline{\kappa}$ $\overline{\lambda}$ συμπεσεῖν, κἂν ἴσαι ὦσιν αἱ $\overline{\zeta\kappa}$ $\overline{\eta\lambda}$ ταῖς $\overline{\zeta\vartheta}$ $\overline{\vartheta\eta}$. τῶν γὰρ $\overline{\alpha\kappa}$ $\overline{\gamma\lambda}$ συμπιπτουσῶν κατὰ τὰ $\overline{\kappa}$ $\overline{\lambda}$ οὐκέτι μένουσιν αἱ ὑπὸ $\overline{\kappa\zeta\vartheta}$ $\overline{\lambda\eta\vartheta}$ γωνίαι αἱ αὐταί, καὶ γίνεταί τι τῆς $\overline{\zeta\eta}$ ἐκτὸς τῶν $\overline{\alpha\kappa}$ $\overline{\gamma\lambda}$ εὐθειῶν, καὶ οὕτως αἱ δύο πάλιν αἱ $\overline{\zeta\kappa}$ $\overline{\eta\lambda}$ μείζους τῆς βάσεως, ὅσην ἀπολαμβάνουσιν ἐντὸς τῆς $\overline{\zeta\eta}$ εὐθείας.

Ἔτι δὲ κἀκεῖνο ῥητέον, ἀδιορίστως αὐτῶν λεγόντων τὰς ἀπ' ἐλασσόνων ἢ δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομένας μὴ συμπίπτειν, ὅτι ἀναιροῦσιν καὶ ἃ μὴ βούλονται. ἔστω γὰρ ἡ καταγραφὴ ἡ αὐτή. πότερον οὖν δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha}$ ἐπὶ τὸ $\overline{\eta}$ ἐπιζεῦξαι εὐθεῖαν, ἢ οὐ δυνατόν; εἰ μὲν γὰρ ἀδύνατον, τῷ πέμπτῳ αἰτήματι προσαναιροῦσι καὶ τὸ πρῶτον ‖ τὸ ἀπὸ παντὸς σημείου λέγον ἐξεῖναι ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν ἀγαγεῖν, εἰ δὲ



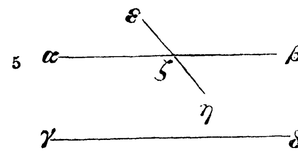
δυνατόν, ἐπεζεύχθω. ἐπεὶ οὖν αἱ ὑπὸ $\overline{\zeta\alpha\gamma}$ $\overline{\eta\gamma\alpha}$ ἐλάσσους εἰσὶ δύο ὀρθῶν, δῆλον ὅτι καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\eta\alpha\gamma}$ $\overline{\eta\gamma\alpha}$ πολλῷ μᾶλλον ἐλάσσους εἰσὶ τῶν δύο ὀρθῶν. αἱ ἄρα

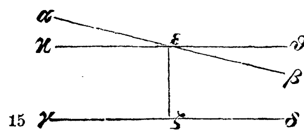
1 μηδὲν G, μηδὲ C. 3 $\overline{\alpha\beta\gamma}$ M, G, $\overline{\beta\alpha\gamma}$ C.

$\overline{\alpha\eta}$ $\overline{\gamma\eta}$ συμπεπτώκασι κατὰ τὸ $\overline{\eta}$ ἀπ' ἐλασσόνων ἐκβεβλημέναι δύο ὀρθῶν. οὐκ ἄρα δυνατὸν λέγειν ἀδιορίστως τὰς ἀπ' ἐλασσόνων δύο ὀρθῶν ἐκβαλλομένας μὴ συμπίπτειν. ἀλλ' ὅτι μέν τινες εὐθεῖαι συμπίπτουσιν ἀπ' ἐλασσόνων δυεῖν ὀρθαῖν ἐκβληθεῖσαι δῆλον, εἰ καὶ πάσαις τοῦτο ζητεῖν ἔοικεν ὁ λόγος. εἴποι γὰρ ἄν τις ἀορίστου τῆς ἐλαττώσεως οὔσης τῶν δύο ὀρθῶν κατὰ μὲν τὴν τοσήνδε ἐλάττωσιν ἀσυμπτώτους μένειν τὰς εὐθείας, κατὰ δὲ ἄλλην τὴν ταύτης ἐλάσσονα συμπίπτειν. πρὸς δὲ τὸν τοῦτο ἐπιζητοῦντα κατασκευαζόμενον ἴδειν λεγέσθω παρ' ἡμῶν ὅτι δεῖ προλαβεῖν ἀξίωμα τοιοῦτον, ᾧ καὶ Ἀριστοτέλης ἐχρήσατο κατασκευάζων πεπερασμένον εἶναι τὸν κόσμον. ἐὰν ἀφ' ἑνὸς σημείου δύο ἐκβάλλωνται εὐθεῖαι γωνίαν ποιοῦσαι ἐπ' ἄπειρον, πᾶν πεπερασμένον μέγεθος ὑπερβάλλει ἡ διάστασις αὐτῶν τῶν εἰς ἄπειρον ἐκβαλλομένων. ἔδειξε γοῦν ἐκεῖνος ὅτι ἀπείρων οὐσῶν τῶν ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὴν περιφέρειαν ἐκβεβλημένων ἄπειρον τὸ μεταξύ. πεπερασμένου γὰρ ὄντος αὐξῆσαι τὴν διάστασιν ἀδύνατον, ὥστε οὐκ ἄπειροι αἱ εὐθεῖαι. παντὸς οὖν τοῦ ληφθέντος πεπερασμένου μεγέθους μεῖζον ἀλλήλων διαστήσονται ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον αἱ εὐθεῖαι. τούτου δὴ προϋποτεθέντος λέγω ὅτι, ἐὰν παραλλήλων εὐθειῶν τὴν ἑτέραν τέμνει τις εὐθεῖα, τεμεῖ καὶ τὴν λοιπήν. ἔστωσαν γὰρ παράλληλοι αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ τεμνέτω τὴν $\overline{\alpha\beta}$ ἡ $\overline{\varepsilon\zeta\eta}$. λέγω ὅτι τὴν $\overline{\gamma\delta}$ τεμεῖ. ἐπεὶ γὰρ δύο εὐθεῖαί

1 συμπίπτουσι C. ‖ $\overline{\eta}$] $\overline{\alpha}$ M, G, $\overline{\eta}$ G. 4 μὴ om. M, G, add. C. 7 ἄν τις om. G, add. C. 10 τοῦτον C. 12 De coelo I, 5 p. 271, 28 ss. ed. Bekker. 19 ἐκβεβλημένον C. 22 μείζω C. 23 δὲ C. 25 τέμνει om. G, add. C. ‖ εὐθεῖαν M, G.

εἴσιν ἀφ' ἑνὸς σημείου τοῦ ζ, εἰς ἄπειρον ἐκβαλλόμεναι αἱ βζ ζη, παντὸς μεγέθους μείζονα ἔχουσι διάστασιν, ὥστε καὶ τούτου, ὅσον ἐστὶ τὸ μεταξὺ τῶν παραλλήλων. ‖ ὅταν οὖν μεῖζον ἀλλήλων διαστῶσιν τῆς τούτων διαστάσεως τεμεῖ ἡ ζη τὴν γδ. ἐὰν ἄρα παραλλήλων τὴν ἑτέραν τέμνῃ τις εὐθεῖα, τεμεῖ καὶ τὴν λοιπήν. τούτου προαποδειχθέντος ἀκολούθως δείξομεν τὸ προκείμενον. ἔστωσαν γὰρ δύο εὐθεῖαι αἱ αβ γδ, καὶ ἐμπιπτέτω εἰς αὐτὰς ἡ εζ ἐλάσσονας δύο ὀρθῶν ποιοῦσα τὰς ὑπὸ βεζ δεζ. λέγω ὅτι συμπεσοῦνται αἱ εὐθεῖαι κατὰ ταῦτα τὰ μέρη,





ἐφ' ἃ αἱ τῶν δύο ὀρθῶν εἰσιν ἐλάσσους. ἐπειδὴ γὰρ αἱ ὑπὸ βεζ δζε ἐλάσσους εἰσὶ δύο ὀρθῶν, τῇ ὑπεροχῇ τῶν δύο ὀρθῶν ἔστω ἴση ἡ ὑπὸ θεβ. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ θε ἐπὶ τὸ κ. ἐπεὶ οὖν εἰς τὰς κθ γδ ἐμπέπτωκεν ἡ εζ καὶ ποιεῖ τὰς ἐντὸς δύο ὀρθαῖς ἴσας τὰς ὑπὸ θεζ δζε, παράλληλοί εἰσιν αἱ θκ γδ εὐθεῖαι. καὶ τέμνει τὴν κθ ἡ αβ· τεμεῖ ἄρα καὶ τὴν γδ διὰ τὸ προδεδειγμένον. συμπεσοῦνται ἄρα αἱ αβ γδ

9 εὐθεῖαν *M*, *C*. 10 προαποδειχθέντες *M*, *G*, corr. *C*.
13 ἐλάσσων *C*. 17 ὀρθῶν] εὐθειῶν *G*.

κατὰ τὰ μέρη ἐκεῖνα, ἐφ' ἃ αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες, ὥστε δέδεικται τὸ προκείμενον.

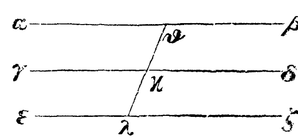
Prop. XXX, theor. XXI. *Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.*

Εἴωθεν ὁ γεωμέτρης ἐν τοῖς περὶ | τῶν σχέσεων λόγοις δεικνύναι τὴν ταυτότητα διήκουσαν ἐν ἅπασι τοῖς πρὸς τὸ αὐτὸ τὴν αὐτὴν ἔχουσι σχέσιν. οὕτω γὰρ καὶ ἐν τοῖς ἀξιώμασιν ἔλεγεν τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα [καὶ ἀλλήλοις ἴσα] καὶ ἐν τοῖς ἑξῆς ἐρεῖ τὰ τῷ αὐτῷ ὅμοια καὶ ἀλλήλοις ὅμοιά ἐστι, καὶ οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοὶ καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί. κατὰ τοῖτον οὖν τὸν τρόπον καὶ νῦν ἀποδείκνυσιν ὅτι αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι. συμβέβηκεν δὲ οὐκ ἐπὶ πασῶν τῶν σχέσεων εἶναι τοῦτο ἀληθές. οὐ γὰρ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια καὶ ἀλλήλων διπλάσιά ἐστιν, οὐδὲ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμιόλια καὶ ἀλλήλων ἡμιόλιά ἐστιν. ἀλλ' ἔοικεν ἐπ' ἐκείνων μόνων χώραν ἔχειν, ὅσαι ἀντιστρέφουσι συνωνύμως, ἐπὶ τῆς ἰσότητος, ‖ ἐπὶ τῆς ὁμοιότητος, ἐπὶ τῆς ταυτότητος, ἐπὶ τῆς παραλλήλου θέσεως. ἡ γὰρ παράλληλος παραλλήλῳ παράλληλός ἐστιν, ὡς τὸ ἴσον ἴσῳ ἴσον, καὶ τὸ ὅμοιον ὁμοίῳ ὅμοιον. καὶ γάρ ἐστιν ὁμοιότης θέσεως ἡ παραλληλότης, εἰ δυνατὸν εἰπεῖν.

Λέγει δ' οὖν καὶ δείκνυσιν ἐν τούτοις ὅτι αἱ τῇ

1 *τὰ* om. *G*, add. *C*. 3 *M* in margine $\overline{\lambda}$. 9 *καὶ ἀλλήλοις ἴσα* om. *M*, B_3, *G* (*Z*), 'et inter se sunt aequalia' *B*. 16 *καὶ ἀλλήλων ἡμιόλιά ἐστιν* om. *M*, *C*. 18 *ὅσα G*. 22 'ipse namque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est' et in margine 'ipsa namque Parallelitas si dici potest similitudo' *B*. 23 *εἰ*] *ἤ M*.

αὐτῇ παράλληλοι πάντως οὕτως ἔχουσιν, ὥστε καὶ ἀλλήλαις εἶναι παράλληλοι. καὶ αὐτὸς μὲν τὰς τῇ αὐτῇ παραλλήλους ἄκρας ἔλαβεν καὶ μέσην, πρὸς ἣν αὗται τὴν ὁμοίαν ἔχουσι σχέσιν, ἵνα καὶ ἀπὸ κοινῆς ἐννοίας ἡμῖν γένηται σαφὲς τὸ λεγόμενον. εἰ γὰρ αἱ ἐφ' ἑκάτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις, πάντως καὶ τῇ μεταξὺ κειμένῃ συμπεσοῦνται καὶ οὐκέτι πρὸς αὐτὴν ἔσονται παράλληλοι. δυνατὸν δὲ καὶ ἐναλλάξαντα τὴν θέσιν δεῖξαι ταῖς αὐταῖς ἐφόδοις, αἷς ὁ γεωμέτρης ἐχρήσατο πρὸς τὸ προκείμενον, οἷον πρὸς τὴν $\overline{\alpha\beta}$ καὶ



τὴν $\overline{\gamma\delta}$ παράλληλον καὶ τὴν $\overline{\varepsilon\zeta}$, ἀμφοτέρων ἀνωτέρω κειμένης ἑκατέρων (?) τῆς $\overline{\alpha\beta}$ καὶ οὐχὶ μέσης. ἐμπίπτουσα γὰρ ἡ $\overline{\vartheta\kappa\lambda}$ εἰς αὐτὰς ἴσην ποιήσει ἑκατέραν τῶν ὑπὸ $\overline{\vartheta\kappa\delta}$ $\overline{\kappa\lambda\zeta}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\vartheta\kappa}$, ὅτι (?) ἐναλλάξ, ὥστε καὶ ἀλλήλαις ἴσας ποιήσει τὰς ὑπὸ $\overline{\vartheta\kappa\delta}$ $\overline{\kappa\lambda\zeta}$. παράλληλοι ἄρα αἱ $\overline{\gamma\delta}$ $\overline{\varepsilon\zeta}$. εἰ δὲ λέγοι τις· ἔστωσαν αἱ $\overline{\alpha\vartheta}$ $\overline{\vartheta\beta}$ παράλληλοι τῇ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ ἀλλήλαις ἄρα παράλληλοί εἰσιν, ἐροῦμεν ὅτι αἱ $\overline{\alpha\vartheta}$ $\overline{\vartheta\beta}$ μιᾶς εἰσὶν παραλλήλου μέρη καὶ οὐ δύο. δεῖ γὰρ τὰς παραλλήλους

5 γένοιτο *C*. 13 κειμένων *M*, *G*, κειμένης B_3, *C*. ‖ ἑκατέρῳ *M*, *G*, ἑκατέρων B_3, *C*; *B* liberius 'ambabus supra iacentibus, ipsa ab infra, et non media existente'; figuram quoque secundum hanc descriptionem construxit. 'ambabus superne iacentibus, utrisque vero ipsa $\overline{\text{ab}}$' *Z*. Forsitan scriptum fuerit ἀμφοτέρων ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ κειμένων καὶ ἀνωτέρω κειμένης ἑκατέρας. 16 ὅτι] οὔσῃ *C*, (ᾗ ἐστιν?).

ἐπ' ἄπειρον ἐκβαλλομένας νοεῖν, ἡ δὲ $\overline{αθ}$ ἐκβληθεῖσα πίπτει ἐπὶ τὴν $\overline{θβ}$, ἡ αὐτὴ ἄρα ἐστὶν καὶ οὐκ ἄλλη ἐκείνῃ. πάντα ἄρα τὰ μέρη τῆς παραλλήλου καὶ αὐτὰ παράλληλά ἐστι τῇ εὐθείᾳ ᾗ καὶ ὅλη παράλληλος ἦν καὶ τοῖς μέρεσιν αὐτῆς, οἷον καὶ ἡ $\overline{αθ}$ τῇ $\overline{κδ}$ καὶ ἡ $\overline{θβ}$ τῇ $\overline{γκ}$. ἐκβαλλόμεναι γὰρ ἐπ' ἄπειρον ἀσύμπτωτοι μένουσιν.

Τούτοις ἀναγκαίως ἐπεσημηνάμεθα διὰ τὰς σοφιστικὰς ἐνοχλήσεις καὶ τὰς νεαροπρεπεῖς τῶν ἀκουόντων ἕξεις. χαίρουσι γὰρ οἱ πολλοὶ τοῖς τοιούτοις παραλογισμοῖς προστυγχάνοντες καὶ τοῖς ἐπιστήμοσιν ὄχλον περιττὸν ἐπεισάγοντες.

Ἀντιστρέφειν δὲ οὐδὲν δεῖ τὸ θεώρημα καὶ δεικνύναι ὅτι αἱ ἀλλήλαις παράλληλοι καὶ τῇ αὐτῇ παράλληλοί εἰσιν. πάλιν γάρ, ἂν ὑποθώμεθα τὴν ἑτέραν τινὶ παράλληλον, ἐκείνη τε καὶ ἡ λοιπὴ τούτων ἔσονται τῇ αὐτῇ παράλληλοι, καὶ εἰς ταὐτὸ ἐπανήξομεν.

‖ Prop. XXXI, probl. X. Διὰ τοῦ δοθέντος σημείου τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Ἔδει μὴ μόνον ἡμᾶς τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα ταῖς παραλλήλοις μαθεῖν ἐν τοῖς τοῦ στοιχειωτοῦ λόγοις, ἀλλὰ καὶ τὴν γένεσιν ἱστορῆσαι διὰ τῶν γεωμετρικῶν μεθόδων καὶ γνῶναι, πῶς ἂν γένοιτο ἄλλη εὐθεῖα παράλληλος ἄλλῃ. πολλαχοῦ γὰρ αἱ γενέσεις

3 ἐκείνη *G*. 20 ἀνάγειν *M*, *G*, ἀγαγεῖν *C*. 25 Ante παράλληλος addit καὶ *C*.

τρανεστέραν ἡμῖν ποιοῦσι τῶν ὑποκειμένων τὴν οὐσίαν. τοῦτο δὴ οὖν ὁ στοιχειωτὴς ποιεῖ διὰ τοῦ προκειμένου προβλήματος. σημεῖον γὰρ λαβὼν καὶ εὐθεῖαν ἄγει διὰ τοῦ σημείου τῇ εὐθείᾳ παράλληλον. δεῖ δὲ προειληφέναι ἡμᾶς ὅτι τὸ σημεῖον ἐκτὸς πάντως κεῖσθαι τῆς εὐθείας ἀναγκαῖον. οὐ γάρ, ἐπειδὴ εἴρηται διὰ τοῦ δοθέντος σημείου, καὶ ἐπ' αὐτῆς αὐτὸ τῆς εὐθείας δώσομεν. οὐ γὰρ ἔσται τις ἄλλη παρὰ τὴν εὐθεῖαν ἡ δι' αὐτοῦ φερομένη παράλληλος. μερίσας οὖν τὸ σημεῖον καὶ τὴν εὐθεῖαν ἐδήλωσεν ὅτι τὸ σημεῖον ἐκτὸς λαμβάνειν χρὴ τῆς εὐθείας· ὅπερ ἐπὶ τῆς καθέτου καὶ διὰ τοῦ προσθεῖναι σαφὲς ἐποίησεν, ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὅ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον ἀγαγεῖν. ἓν μὲν οὖν κοινὸν τούτοις ἀμφοτέροις τοῖς προβλήμασιν, ἕτερον δὲ ὅτι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου δύο κάθετοι οὐκ ἄγονται ἐπὶ τὴν αὐτήν, καὶ διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου δύο παράλληλοι οὐκ ἄγονται τῇ αὐτῇ, δι' ὃ καὶ ὁ στοιχειωτὴς οὕτως εἶπεν ἑνικῶς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν, ἐκεῖ μὲν κάθετον, ἐνταῦθα δὲ παράλληλον. ἀλλ' ἐκεῖνο μὲν δέδεικται, τοῦτο δὲ φανερὸν ἐκ τοῦ προαποδειχθέντος. εἰ γὰρ διὰ τοῦ αὐτοῦ σημείου τῇ αὐτῇ δύο παράλληλοι ἀχθεῖεν, ἔσονται καὶ ἀλλήλαις παράλληλοι συμπίπτουσαι κατὰ τὸ δοθὲν σημεῖον, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον.

Δεῖ δὴ καὶ ταῖς διαφοραῖς προσέχειν τῶν προτάσεων, ἀπὸ τοῦ δο|θέντος σημείου καὶ διὰ τοῦ δοθέντος σημείου. ὅπου μὲν γὰρ τὸ σημεῖον ἀρχή ἐστι τῆς ἀγομένης, καὶ διὰ τοῦτο ἀπ' αὐτοῦ ἡ ἀγωγή, ὅπου

2 δ' *G*, δὴ *C*. 18 διὸ *G*.

δὲ ἐπ' αὐτῆς ἐστι τῆς ἀγομένης, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀγωγὴ δι' αὐτοῦ. οὐ γὰρ ὡς τεμνούσης εὐθείας τὸ δοθὲν σημεῖον εἴρηται τὸ δι' αὐτοῦ, ἀλλ' ὡς συμπιπτούσης αὐτῷ καὶ ὁριζούσης τὸ ἑαυτῆς ἀπόστημα πρὸς τὴν ἐκείνην εὐθεῖαν τῇ διαστάσει τοῦ σημείου καὶ τῆς εὐθείας. ὅσον γὰρ τὸ δοθὲν ‖ σημεῖον τῆς δοθείσης εὐθείας ἀφέστηκεν, τοσοῦτον καὶ ἡ παράλληλος ἔχει τὸ μεταξὺ ἑαυτῆς τε καὶ ἐκείνης.

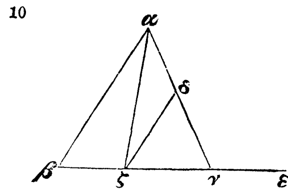
Prop. XXXII, theor. XXII. *Παντὸς τριγώνου μιᾶς πλευρᾶς προσεκβληθείσης ἡ ἐκτὸς τοῦ τριγώνου γωνία δύο ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἐστὶν ἴση καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.*

Ὅσον ἐνέλειπεν ἐν τῷ ιϛ̅ καὶ ιζ̅ θεωρήματι, τοσοῦτον προστίθησιν ἐν τούτῳ. οὐ γὰρ μόνον ὅτι ἡ ἐκτὸς τοῦ τριγώνου ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον μείζων διὰ τούτου μανθάνομεν, ἀλλὰ καὶ ὅσῳ μείζων. ἴση γὰρ ἀμφοτέραις οὖσα μείζων ἐστὶν ἑκατέρας τῇ λοιπῇ, οὐδὲ ὅτι δύο τοῦ τριγώνου ὁποιαιοῦν ἐλάσσους εἰσὶ δυεῖν ὀρθαῖν ἐκ τούτων γινώσκομεν, ἀλλὰ καὶ πόσῳ ἐλάσσους. τῇ γὰρ λοιπῇ τῶν τριῶν. ἐκεῖνα μὲν οὖν ἀοριστότερά πως ἦν τὰ θεωρήματα, τοῦτο δὲ τὸν τῆς ἐπιστήμης ὅρον ἀμφοτέροις ἐπήγαγεν. καὶ οὐ διὰ τοῦτο περιττὰ ἂν εἴποιμεν ἐκεῖνα. καὶ γὰρ συνετέλεσεν ἡμῖν εἰς πολλὰς ἀποδείξεις, ἀφ' ὧν καὶ τοῦτο δείξομεν. καὶ ἀναγκαῖον τὴν γνῶσιν ἡμῶν ἀπὸ τοῦ ἀτελοῦς ἐπὶ τὸ τέλειον προϊοῦσαν ἐκ

12 αἱ om. *M*, *G*, add. *C*.

τῶν ἀορίστων ἐπιβολῶν ἐπὶ τοὺς ὡρισμένους καὶ ἀνελέγκτους λόγους μεταβαίνειν.

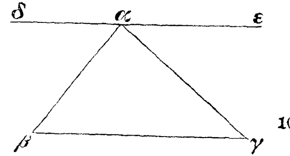
Ἀλλ' ὁ μὲν στοιχειωτὴς ἔξω τὴν παράλληλον ἄγων ἔδειξεν ἑκάτερον τῶν ζητουμένων. ἔστι δὲ καὶ μὴ ἔξω ἄγοντα τὰ αὐτὰ δεικνύναι, τὴν τάξιν μόνην ἐναλλάξαντα τῶν δεικνυμένων. ὁ μὲν γὰρ πρότερον ἔδειξεν τὸ τὴν ἐκτὸς γωνίαν ἴσην εἶναι ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἀπὸ τούτου τὸ λοιπὸν κατεσκεύασεν, ἡμεῖς δὲ ἀνάπαλιν ποιήσωμεν. ἔστω δὴ οὖν τὸ



$\overline{\alpha\beta\gamma}$ τρίγωνον καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{\beta\gamma}$ ἐπὶ τὸ $\bar{\varepsilon}$, καὶ εἰλήφθω σημεῖον ἐπὶ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ τὸ $\bar{\zeta}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\alpha\zeta}$, καὶ διὰ τοῦ $\bar{\zeta}$ παράλληλος ἤχθω τῇ $\overline{\alpha\beta}$ ἡ $\overline{\zeta\delta}$. ἐπεὶ οὖν παράλληλος ἡ $\overline{\zeta\delta}$ τῇ $\overline{\alpha\beta}$ καὶ εἰς αὐτὰς ἐμπέπτωκεν ἥ τε $\overline{\alpha\zeta}$ καὶ ἡ $\overline{\beta\gamma}$, αἵ τε ἐναλλὰξ ἴσαι ‖ καὶ ἡ ἐκτὸς τῇ ἐντός. ὅλη ἄρα ἡ ὑπο $\overline{\alpha\zeta\gamma}$ ἴση ταῖς ὑπὸ $\overline{\zeta\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\beta\zeta}$. ὁμοίως δὴ δείξομεν παράλληλον ἀγαγόντες ὅτι καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\zeta\beta}$ ἴση ταῖς ὑπὸ $\overline{\zeta\alpha\gamma}$ $\overline{\alpha\gamma\zeta}$. δύο ἄρα αἱ ὑπὸ $\overline{\alpha\zeta\beta}$ $\overline{\alpha\zeta\gamma}$ ἴσαι ταῖς τρισὶ τοῦ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ τριγώνου. αἱ ἄρα τρεῖς δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσὶ ταῖς ὑπὸ $\overline{\alpha\zeta\beta}$ $\overline{\alpha\zeta\gamma}$. ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\zeta}$ $\overline{\alpha\gamma\varepsilon}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι. κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\zeta}$. λοιπὴ ἄρα ἡ ἐκτὸς ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἐστὶν ἴση.

9 ἔστω δὲ *G*.

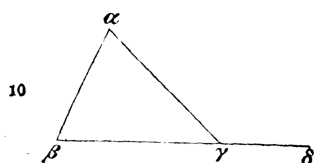
Τοῦτο μὲν δὴ τὸν εἰρημένον ἀποδείκνυται τρόπον· Εὔδημος δὲ ὁ περιπατητικὸς εἰς τοὺς Πυθαγορείους ἀναπέμπει τὴν τοῦδε τοῦ θεωρήματος εὕρεσιν, ὅτι τρίγωνον ἅπαν δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει τὰς ἐντὸς γωνίας. καὶ δεικνύναι φησὶν αὐτοὺς οὕτως τὸ προκείμενον. ἔστω τρίγωνον τὸ αβγ, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ α τῇ βγ παράλληλος ἡ δε. ἐπεὶ οὖν παράλληλοί εἰσιν αἱ βγ δε, καὶ αἱ ἐναλλὰξ ἴσαι εἰσίν, ἴση ἄρα ἡ μὲν ὑπὸ δαβ τῇ ὑπὸ αβγ, ἡ δὲ ὑπὸ εαγ τῇ ὑπὸ αγβ. κοινὴ προσκείσθω ἡ βαγ. αἱ ἄρα ὑπὸ δαβ βαγ γαε, τουτέστιν αἱ ὑπὸ δαβ βαε, τουτέστιν αἱ δύο ὀρθαὶ ἴσαι εἰσὶ ταῖς τοῦ αβγ τριγώνου τρισὶ γωνίαις. αἱ ἄρα τρεῖς τοῦ τριγώνου δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι.



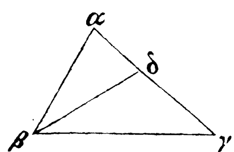
Τοιαύτη μὲν οὖν καὶ ἡ τῶν Πυθαγορείων ἀπόδειξις· δεῖ δὲ καὶ τὰ ἀντιστρέφοντα τῷ θεωρήματι τοῦ στοιχειωτοῦ προσιστορῆσαι. ἀντιστρέφει δὲ δυεῖν πρὸς ἕν, ἐπειδὴ τοῦτο σύνθετόν ἐστι κατά τε τὸ ζητούμενον καὶ κατὰ τὸ δεδομένον. καὶ γὰρ τοῦτο διπλοῦν ἐστι· τρίγωνον γὰρ καὶ μία τῶν πλευρῶν ἐκβεβλημένη. κἀκεῖνο ὡσαύτως. ἓν μὲν γάρ ἐστι τὸ τὴν ἐκτὸς ἴσην εἶναι ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, ἕτερον δὲ τὸ τὰς ἐντὸς τρεῖς γωνίας δύο ὀρθαῖς εἶναι ἴσας. ἐὰν

13 τουτέστιν ἡ ὑπὸ δαβ βαε *M*, *G*. 14 αἱ δύο ὀρθαῖς *C*. 15 δύσιν ὀρθαῖς *G*. 19 δὲ ante δυεῖν om. *G*, add. *C*. 25 δύσιν *G*, δύο *C*.

οὖν ὑποθώμεθα καὶ τὴν ἐκτὸς εἶναι ταῖς ἐντὸς ἴσην καὶ ἀπεναντίον, δείκνυμεν ἐκβεβλημένην πλευρὰν καὶ ἐπ' εὐθείας οὖσαν τῇ μιᾷ τῶν τριγώνου πλευρῶν τὴν ἐκτός — ἐὰν δὲ τὰς τρεῖς γωνίας τὰς ἐντὸς δύο ὀρθαῖς ἴσας, δείκνυμεν ὅτι τὸ σχῆμα τρίγωνόν ἐστι. καὶ οὕτως ὅλον ἔσται τὸ ζητούμενον πρὸς ὅλον ἀντιστρέφον τὸ δεδόμενον. ἔστω τοίνυν τρίγωνον τὸ αβγ καὶ ἡ ἐκτὸς ἡ ὑπὸ αγδ ‖ ἴση ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον. λέγω ὅτι ἡ βγ ἐστὶν ἡ προσεκβεβλημένη ἕως τοῦ δ, καὶ μία εὐθεῖά ἐστιν ἡ βγδ.

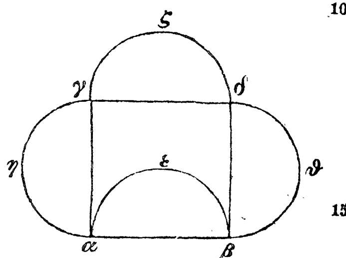


ἐπεὶ γὰρ ἡ ὑπὸ αγδ ἴση ταῖς ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, κοινὴ προσκείσθω ἡ ὑπὸ αγβ. αἱ ἄρα ὑπὸ αγδ αγβ ἴσαι ταῖς τρισὶ τοῦ αβγ τοῦ τριγώνου. ἀλλ' αἱ τρεῖς τοῦ αβγ τριγώνου δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι. ἐὰν δὲ πρός τινι εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι ἑξῆς μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ἑξῆς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας εἰσὶν ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι. ἡ ἄρα βγ τῇ γδ ἐπ' εὐθείας ἐστίν. πάλιν ἔστω τις σχῆμα τὸ αβγ τρεῖς ἔχον γωνίας μόνας δύο ὀρθαῖς ἴσας τὰς α β γ. λέγω ὅτι τρίγωνόν ἐστι καὶ μία εὐθεῖά ἐστιν ἡ αγ.



ἐπεζεύχθω | γὰρ ἡ βδ. ἐπεὶ οὖν ἑκατέρου τῶν αβδ δβγ τριγώνων αἱ τρεῖς γωνίαι

δύο ὀρθαῖς εἰσιν ἴσαι, ὧν αἱ τοῦ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι, λοιπαὶ ἄρα αἱ ὑπὸ $\overline{\alpha\delta\beta}$ $\overline{\gamma\delta\beta}$ δύο εἰσὶν ὀρθαῖς ἴσαι. καί εἰσιν πρὸς τῇ $\overline{\beta\delta}$ εὐθείᾳ. ἐπ' εὐθείας ἄρα ἐστὶν ἡ $\overline{\delta\gamma}$ τῇ $\overline{\delta\alpha}$. ἐὰν οὖν εὐθύγραμμον ᾖ τὸ σχῆμα τὸ ἔχον τὰς ἐντὸς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας, ἐκ παντὸς τρίγωνόν ἐστιν. οὐ μὴν ἐὰν ἔχῃ τι τὰς ἐντὸς δύο ὀρθαῖς ἴσας, ἐκ παντὸς τρίγωνόν ἐστι. καὶ γὰρ περιφερόγραμμον εὕροις ἂν ἔχον τὰς ἐντὸς δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας. ἔστω γὰρ τετράγωνον τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ καὶ ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\beta}$ ‖ ἐντὸς ἡμικύκλιον γεγράφθω τὸ $\overline{\alpha\varepsilon\beta}$, ἐπὶ δὲ τῶν ἄλλων ἐκτὸς τὰ $\overline{\eta}$ $\overline{\varsigma}$ $\overline{\vartheta}$. δύο δὴ γωνίας ἔχει τὸ ὑπὸ τῶν ἡμικυκλίων περιεχόμενον τὰς ὑπὸ $\overline{\eta\alpha\varepsilon}$ $\overline{\varepsilon\beta\vartheta}$ δύο ὀρθαῖς ἴσας ταῖς ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\beta}$ $\overline{\delta\beta\alpha}$ — δέδεικται γὰρ τοῦτο ἐν τοῖς αἰτήμασι — καὶ μόναι αὗται γωνίαι εἰσὶν ἐν τῷ σχήματι τούτῳ. ἔστιν ἄρα τι σχῆμα μὴ τρίγωνον τὰς ἐντὸς ἔχον γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας.



Ταῦτα καὶ περὶ τῶν ἀντιστρόφων· ἐπεὶ δὲ ἔχομεν ὅτι παντὸς τριγώνου αἱ τρεῖς γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, δεῖ μέθοδον λαβεῖν, καθ' ἣν καὶ τῶν ἄλλων πάντων πολυγώνων εὐθυγράμμων τὰς γωνίας εὑρήσομεν ὁπόσαις ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, οἷον τετραγώνου, πενταγώνου καὶ τῶν ἑξῆς ἁπάντων πολυπλεύρων.

8 ὀρθαῖν *M*. 19 μὴ om. *M*, *G*, add. *C*.

χρὴ τοίνυν εἰδέναι πρῶτον ὅτι πᾶν σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς τρίγωνα ἀναλύεται. πάντων γὰρ ἀρχὴ τῆς συστάσεως τρίγωνον, ὃ καὶ ὁ Πλάτων ἔφη διδάσκων ὅτι ἡ ὀρθὴ (?) τῆς ἐπιπέδου βάσεως ἐκ τριγώνων συνέστηκεν. ἕκαστον δὲ ἀναλύεται εἰς δυάδι ἐλάσσονα τρίγωνα τῶν οἰκείων πλευρῶν, εἰ τετράπλευρόν ἐστιν, εἰς δύο, εἰ πεντάπλευρον, εἰς τρία, εἰ ἑξάπλευρον, εἰς τέσσαρα. δύο γὰρ τρίγωνα συντεθέντα τετράπλευρον ἐποίησε εὐθύς· ᾧ δὲ τῶν συνθέτων τριγώνων ἀριθμῷ τὸ πρῶτον συστὰν διήνεγκεν τῶν ἑαυτοῦ πλευρῶν, τούτῳ καὶ τὰ ἑξῆς πάντα διαφέρει. δυάδι ἄρα πᾶν πολύπλευρον πλείους ἔχει πλευρὰς τῶν τριγώνων, εἰς ἃ διαλύεται. ἀλλὰ μὴν ἅπαν γε τρίγωνον δέδεικται δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἔχον τὰς γωνίας. διπλάσιος ἄρα ὁ τῶν γωνιῶν (?) ἀριθμὸς αὐτῶν τῶν συντεθέντων τριγώνων γενόμενος παρέξεται τὸ πλῆθος τῶν ὀρθῶν, ὅσαις ἕκαστον πολύγωνον ἴσας ἔχει γωνίας. διὸ πᾶν μὲν τετράπλευρον τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει γωνίας· ἐκ δυεῖν γὰρ συνέκειτο τριγώνων· πᾶν δὲ πεντάπλευρον ἕξ, καὶ τοῦτο ἑξῆς ὁμοίως.

Ἓν μὲν οὖν τοῦτο ληπτέον ἐκ τοῦ θεωρήματος τούτου περὶ πάντων τῶν πολυγώνων ἅμα καὶ εὐθυγράμμων· ἕτερον δὲ ἑπόμενον τούτῳ συνέλωμεν, ὅτι

4 ἡ ὀρθὴ] 'rectus angulus' *Z*, 'rectitudo', in margine 'recta', *B*. Ego sanum hunc locum esse negaverim, etsi idem in Platonis Timaeo (p. 53, C) legitur. $B_3 = M, G$. 5 δὲ] γὰρ *C*. ‖ δυάδα *C*. 9 ἐποίησαν *G*. 15—16 ὁ τῶν γωνιῶν ἀριθμὸς αὐτῶν σ. τρ. *M*, *G*, ὁ τῶν γωνιῶν ἀριθμὸς αὐτῶν τῶν σ. τρ. B_3, *C*, 'numerus angulorum ipsorum tr. comp.' *Z*, 'Angulorum numerus eorum, quae composita sunt Triangulorum' *B*. Ego coniecerim ὁ τῶν τριγώνων ἀριθμὸς ὁ τῶν σ. τρ. 24 συνέλομεν *M*, *C*. ‖ *M* in margine ση. λίαν ἀναγκαῖον.

πᾶν σχῆμα εὐθύγραμμον ἑκάστης τῶν πλευρῶν ἅπαξ ἐκβληθείσης τὰς ἐκτὸς συνισταμένας γωνίας ἴσας ἔχει τέτρασιν ὀρθαῖς. διπλασίας μὲν γὰρ εἶναι δεῖ τὰς ἐφ' ἑκάτερα γωνίας ὀρθὰς τοῦ πλήθους τῶν πλευρῶν, ἐπειδὴ πρὸς ἑκάστῃ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι συνίστανται. ἀφαιρουμένων δὲ τῶν ἴσων ταῖς ἐντὸς ὀρθῶν αἱ λοιπαὶ γίνονται αἱ ἐκτὸς τέτρασιν ὀρθαῖς ἴσαι. οἷον εἰ τὸ σχῆμα τρίγωνον, ἑκάστης αὐτοῦ πλευρᾶς ἅπαξ ἐκβαλλομένης ἓξ ὀρθαῖς ἴσαι συνίστανται γωνίαι ‖ αἵ τε ἐντὸς καὶ ἐκτός, ὧν αἱ ἐντὸς ἴσαι δυσίν, αἱ λοιπαὶ ἄρα αἱ ἐκτὸς τέταρσιν, — εἰ δὲ τετράπλευρον, ὀκτὼ αἱ πᾶσαι· διπλάσιαι γὰρ τῶν πλευρῶν· ὧν ἐντὸς τέτρασιν, καὶ ἐκτὸς ἄρα ἄλλαις τοσαύταις ἴσαι, — εἰ δὲ πεντάπλευρον, δέκα μὲν αἱ πᾶσαι, ἓξ δὲ ἐντός, τέτρασι δὲ ταῖς λοιπαῖς αἱ ἐκτός· καὶ ἐπ' ἄπειρον ὁμοίως ἡ αὐτὴ μέθοδος.

Ἐπὶ δὴ τούτοις κἀκεῖνα συναγάγωμεν ὅτι διὰ τοῦτο τὸ θεώρημα τὸ μὲν ἰσόπλευρον τρίγωνον ἑκάστην ἔχει γωνίαν διμοίρου ὀρθῆς, τὸ δὲ ἰσοσκελές, ὅταν ἔχῃ τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ ὀρθήν, τὰς λοιπὰς ἡμισείας ὀρθῆς ἔχει, οἷον τὸ ἡμιτετράγωνον, τὸ δὲ σκαληνὸν τὸ ἡμιτρίγωνον, ὃ γίνεται ἐν ἰσοπλεύρῳ τριγώνῳ καθέτου ἀχθείσης ἀφ' οἵας τινὸς γωνίας ὑπὸ τὴν ὑποτείνουσαν αὐτὴν πλευράν, τὴν μὲν ἔχει ὀρθήν, τὴν δὲ διμοίρου οὖσαν, ἥτις ἦν καὶ τοῦ ἰσοπλεύρου

7 ss. *M* in margine addit figuras trianguli, quadrati, pentagoni, hexagoni. prioribus tribus adscripta sunt tot β i. e. duo quot sunt anguli, hexagono autem quattuor δ. intra triangulum scriptum est β, intra quadratum δ, intra pentagonum ϛ, extra triangulum et quadratum adscriptum est δ. 17 ἐπειδὴ *M*, *C*. 20 πρὸς τῇ κορυφῇ *C*, πρὸς τὴν κορυφὴν *M*, *G*. 25 διμοιροῦσαν *M*, *G*, δυμοιροῦσαν *C*.

τριγώνου, τὴν δὲ λοιπὴν ἄρα τρίτου. δεῖ γὰρ εἶναι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας τὰς τρεῖς. ταῦτα δὲ οὐ παρέργως ἐπισημαίνομαι, ἀλλὰ ὡς προπαρασκευάζοντα ἡμᾶς πρὸς τὴν τοῦ Τιμαίου διδασκαλίαν.

Καὶ μὴν κἀκεῖνο ῥητέον, ὅτι τὸ τὰς ἐντὸς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ἔχειν καθ' αὑτὸ καὶ ᾗ αὐτὸ ὑπάρχει τῷ τριγώνῳ· δι' ὃ καὶ Ἀριστοτέλης πρόχειρον ἔχει τὸ παράδειγμα τοῦτο ἐν ταῖς ἀποδεικτικαῖς πραγματείαις τὸ ᾗ αὐτὸ θεωρῶν. ὡς οὖν παντὶ σχήματι τὸ πεπερατῶσθαι καθ' αὑτὸ ὑπάρχει καὶ πρώτως, οὕτω τῷ τριγώνῳ τῷ εὐθυγράμμῳ παντί, εἰ καὶ μὴ σχήματι παντί, τὸ τὰς ἐντὸς γωνίας δυεῖν ὀρθαῖν ἴσας ἔχειν. καὶ ἔοικεν καὶ κατὰ τὰς κοινὰς ἐννοίας προσπίπτειν ἡμῖν ἡ τοῦ θεωρήματος ἀλήθεια. ἐὰν γὰρ νοήσωμεν εὐθεῖαν καὶ ἐπὶ τῶν περάτων αὐτῆς τινας πρὸς ὀρθὰς ἑστώσας, εἶτα συνιούσας εἰς τριγώνου γένεσιν, ὁρῶμεν ὅτι, καθόσον συνεύουσιν, κατὰ τοσοῦτον ἐλαττοῦσι τὰς ὀρθάς, ἃς ἐποίουν πρὸς τῇ εὐθείᾳ, ὥστε ὅσον ἐκείνων (?) ἀφεῖλον, τοσοῦτον προσλαβοῦσαι κατὰ τὴν πρὸς τῇ κορυφῇ σύνευσιν ἐξ ἀνάγκης τὰς τρεῖς ποιοῦσιν δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

6 *ᾗ αὐτῷ C.* 10 *οὕτω τῷ τριγώνῳ C, οὕτω τριγώνῳ B_3, ὡς M, G,* 'sic' *Z,* 'ita rectilineae' et in margine 'triangulo' *B.*
19 *ἐκείνων] ἔχει ὧν M, B_3, G,* 'quantum id est quod ab eis' *Z,* 'quantum est quod' *B.*

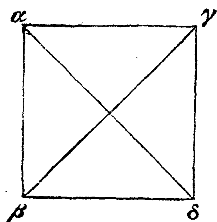
Prop. XXXIII, theor. XXIII. *Αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους εὐθείας ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι | εὐθεῖαι καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι.*

Τοῦτο τὸ θεώρημα ὥσπερ μεθόριον ἐλέγομεν εἶναι τῆς τε περὶ τῶν παραλλήλων καὶ τῆς τῶν παραλληλογράμμων ‖ ζητήσεως. καὶ γὰρ τῶν ἴσων τε καὶ παραλλήλων εὐθειῶν δοκεῖ τι σύμπτωμα λέγειν καὶ γένεσιν παραλληλογράμμων λεληθυῖαν παραδίδωσι. γίνεται γὰρ παραλληλόγραμμον ἔκ τε τῶν ἐξ ἀρχῆς ἴσων καὶ παραλλήλων καὶ ἐκ τῶν ταύτας ἐπιζευγνυουσῶν καὶ δεικνυμένων ὡσαύτως ἴσων τε καὶ παραλλήλων. διὸ καὶ τὸ μετὰ τοῦτο εὐθὺς ὡς ἂν ὑποστάντος ἤδη τοῦ παραλληλογράμμου τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα τοῖς τοιούτοις χωρίοις θεωρεῖ.

Ταῦτα μὲν οὖν σαφῆ· δεῖ δὲ καὶ τὴν ἀκρίβειαν τὴν ἐν τῇ προτάσει διασκέψασθαι. πρῶτον μὲν οὖν ὅτι οὐκ ἠρκέσθη τῷ ἴσας εἶναι τὰς ἐπιζευγνυμένας. οὐ γὰρ πάντως αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἴσας ἴσαι εἰσίν, εἰ μὴ καὶ παράλληλοι εἶεν. τριγώνου γὰρ ὄντος ἰσοσκελοῦς καὶ σημείου ληφθέντος ἐπὶ μιᾶς τῶν ἴσων καὶ ἀχθείσης διὰ τοῦδε τῇ βάσει παραλλήλου ἴσας μὲν ἐπιζευγνύουσιν ἥ τε παράλληλος τῇ βάσει καὶ αὐτὴ ἡ βάσις· οὐ μέντοι καὶ ἴσαι εἰσίν. οὐ γὰρ ἦσαν ἐκεῖναι παράλληλοι αἱ συμπίπτουσαι κατὰ τὴν τοῦ τριγώνου κορυφήν. δεύτερον δὲ ὅτι οὐδὲ τὸ παραλλήλους εἶναι τὰς ὑποκειμένας εὐθείας, μὴ ἴσας δέ, τὰς

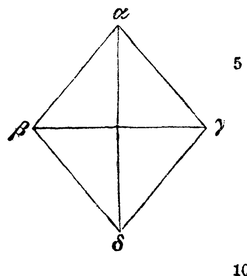
1 *M* in margine $\overline{\lambda\gamma}$. 9 *παραλληλόγραμμον M, παραλληλογράμμον C.*

ἐπιζευγνυούσας παραλλήλους ποιήσειν ὑπέλαβεν. ἐπὶ γὰρ τῆς εἰρημένης κατασκευῆς τῆς κατὰ τὸ ἰσοσκελὲς τρίγωνον καὶ τοῦτο φανερόν. ἡ γὰρ ἀχθεῖσα καὶ ἡ βάσις παράλληλοί εἰσιν· ἀλλ' αἱ ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς οὐ παράλληλοι. μέρη γάρ εἰσι τῶν τοῦ ἰσοσκελοῦς πλευρῶν. δεῖ δὴ οὖν πρὸς μὲν τὴν ἰσότητα τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τῆς τῶν ἐπιζευγνυμένων παραλλήλου θέσεως, πρὸς δὲ τὴν τῶν παραλλήλων θέσιν τῆς ἐκείνων ἰσότητος. διόπερ ὁ στοιχειωτὴς ἄμφω παρέλαβεν ἐπὶ τῶν ἐπιζευγνυμένων, ἵνα ἄμφω δείξῃ καὶ περὶ τὰς ἐπιζευγνυούσας εὐθείας, τό τε ἴσας ἀλλήλαις εἶναι καὶ τὸ παραλλήλους. τρίτον δὴ λεγέσθω πρὸς τούτοις ὅτι καὶ ἴσων ὑποκειμένων εὐθειῶν καὶ παραλλήλων οὐ πάντως αἱ ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς ἴσαι καὶ παράλληλοί εἰσιν. εἰ γὰρ μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη τὰς ἐπιζεύξεις ποιησόμεθα, παραλλήλους μὲν αὐτὰς ἀδύνατον εἶναι — τέμνονται γὰρ ὑπ' ἀλλήλων — ἴσας δὲ ποτὲ μὲν δυνατόν, ποτὲ δὲ ἀδύνατον. εἰ μὲν γὰρ λάβοις ἢ τετράγωνον ἢ ἑτερόμηκες χωρίον ὡς τὸ αβγδ καὶ ἐπιζεύξαις τὰς αδ βγ, αἱ διάμετροι ἴσαι μέν, οὐ παράλληλοι δέ. καίτοι ἐπιζευγνύουσιν ἴσας τε καὶ παραλλήλους τὰς καταντικρὺ πλευρὰς τῶν εἰρημένων χωρίων. εἰ δὲ ‖ ῥόμβον ἢ ῥομβοειδές, αἱ διάμετροι τούτων πρὸς τῷ μὴ παράλληλοι εἶναι οὐδὲ ἴσαι εἰσίν.



4 αἱ om. *M*, *G*, add. *C*. 8 ἐκείνων] 'illarum' et in margine 'harum' *B*. 11 ἐπιζευγνύσας *M*, *G*.

ἐπεὶ γὰρ ἴση ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\gamma\delta}$, κοινὴ δὲ ἡ $\overline{\alpha\gamma}$, καὶ γωνία ἄνισος ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\gamma\delta}$, καὶ αἱ βάσεις ἄνισοί εἰσιν. εἰκότως οὖν ὁ στοιχειωτὴς ἀξιοῖ τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ποιεῖσθαι τὴν ἐπίζευξιν, ἵνα τῶν ἴσων καὶ παραλλήλων ὑποκειμένων τῶν $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\beta\delta}$ μὴ τὰς $\overline{\alpha\delta}$ καὶ $\overline{\beta\gamma}$ λαβῶμεν τὰς ἐπιζευγνυούσας, ἀλλὰ τὰς $\overline{\alpha\beta}$ καὶ $\overline{\gamma\delta}$. ταύτας γὰρ ἂν καὶ δείξαιμεν ἴσας καὶ παραλλήλους, ἐκείνας δὲ παραλλήλους μὲν οὐδέποτε, ἴσας δὲ ἐπὶ μὲν τοῦ τετραγώνου καὶ τοῦ ἑτερομήκους δείξαιμεν ἄν, ἐπὶ δὲ τοῖ ῥόμβου καὶ τοῦ ῥομβοειδοῦς οὐκ ἄν ποτε δείξαιμεν, τὸ γὰρ ἀντικείμενον δέδεικται, ὅτι ἄνισοί εἰσι διὰ τὴν ἀνισότητα τῶν ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνιῶν.



Prop. XXXIIII, theor. XXIIII. *Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶ καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.*

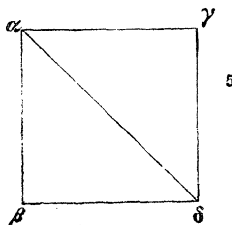
Ἐκ τοῦ προειρημένου θεωρήματος ὑποστὰν ἤδη τὸ παραλληλόγραμμον λαβὼν θεωρεῖ τὰ περὶ αὐτὸ πρώτως ὑπάρχοντα καὶ τὰ χαρακτηριστικὰ τῆς ἰδίας

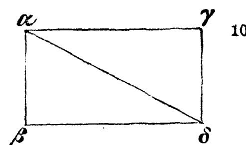
3—10 Figuram om. *M*. 18 *M* in margine $\overline{\lambda\delta}$. 20 ἡ om. *M*, *G*, add. *C*.

αὐτοῦ συστάσεως. ἔστιν δὲ ταῦτα· τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἴσας εἶναι καὶ τὰς γωνίας τὰς ἀπεναντίον ἴσας, καὶ τὸ δίχα τέμνεσθαι ὑπὸ τῆς διαμέτρου τὰ χωρία. περὶ γὰρ τούτων εἴρηται τὸ καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει, ὡς τὸ ἐμβαδὸν εἶναι τὸ διχοτομούμενον ὅλον, ἀλλὰ μὴ τὰς γωνίας, δι' ὧν ἡ διάμετρος ἔρχεται. ταῦτα οὖν καθ' αὐτὸ τοῖς παραλληλογράμμοις ὑπάρχει τὰ τρία· ἡ τῶν ἀπεναντίον [γωνιῶν ἰσότης, ἡ τῶν ἀπεναντίον] πλευρῶν ἰσότης, ἡ τῶν χωρίων κατὰ τὰς διαμέτρους διχοτομία. καὶ ὁρᾷς ὅπως ἀπὸ πάντων ἐθήρασε τὰς ἰδιότητας αὐτῶν, ἀπὸ τῶν πλευρῶν, ἀπὸ τῶν γωνιῶν, ἀπὸ τῶν ἐμβαδῶν. τεττάρων δὲ ὄντων παραλληλογράμμων, ἃ καὶ ἐν ταῖς ‖ ὑποθέσεσιν ὡρίσατο, τοῦ τετραγώνου, τοῦ ἑτερομήκους, τοῦ ῥόμβου, τοῦ ῥομβοειδοῦς, ἄξιον ἐπισημήνασθαι τοσοῦτον, ὅτι, εἰ μὲν τὰ τέσσαρα διαιροῦμεν κατὰ τὰ ὀρθογώνια, εὑρήσομεν οὐ μόνον τὰ χωρία διχοτομούσας τὰς διαμέτρους αὐτῶν, ἀλλὰ καὶ αὐτὰς ἴσας τὰς διαμέτρους ἐπὶ τῶν ὀρθῶν γωνιῶν — ἐπὶ δὲ τῶν μὴ τοιούτων ἀνίσους, καὶ εἴρηται ἐν τῷ πρὸ τούτου θεωρήματι — εἰ δὲ κατὰ τὰ ἰσόπλευρα, πάλιν εὑρήσομεν ἐν τοῖς ἰσοπλεύροις οὐ μόνον τὰ χωρία δίχα τεμνόμενα ὑπὸ τῶν διαμέτρων, ἀλλὰ καὶ τὰς γωνίας, δι' ὧν αὐταὶ φέρονται. καὶ γὰρ ἐπὶ τοῦ τετραγώνου καὶ ἐπὶ τοῦ ῥόμβου τὰς γωνίας αἱ διάμετροι διχοτομοῦσιν, οὐ τὰ χωρία μόνον, ἐπὶ δὲ τοῦ ἑτερομήκους καὶ τοῦ ῥομβοειδοῦς τὰ χωρία μόνον.

8 *ἀπεναντίων M, G.* 9 *γωνιῶν ἰσότης, ἡ τῶν ἀπεναντίον* om. *M*, B_3, *G* (*Z*); 'Laterum et Angulorum' *B*. 15 *ἄξιον δὲ G.* 17 *κατὰ μὲν τὰ C.*

Ἔστω γὰρ τετράγωνον ἢ ῥόμβος τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ καὶ διάμετρος ἡ $\overline{\alpha\delta}$. ἐπεὶ οὖν αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\beta\delta}$ ἴσαι ταῖς | $\overline{\alpha\gamma}$ $\overline{\gamma\delta}$ — ἰσόπλευρα γάρ — καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\alpha\beta\delta}$ $\overline{\alpha\gamma\delta}$ ἴσαι — ἀπεναντίον γάρ — καὶ ἡ βάσις κοινή, πάντα ἴσα πᾶσιν, ὥστε καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\gamma}$ $\overline{\gamma\delta\beta}$ γωνίαι δίχα τέτμηνται. πάλιν ἔστω τὸ αὐτὸ ἑτερόμηκες ἢ ῥομβοειδές. εἰ οὖν δίχα τέμνεται ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\beta}$, ἀλλ' ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\delta}$ ἴση τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\delta\beta}$, ἴση ἔσται καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\alpha\delta}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\alpha\delta\beta}$, ὥστε καὶ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\beta\delta}$. ἀλλ' εἰσὶν ἄνισοι. ὡς οὖν συλλήβδην εἰπεῖν, ἐπὶ μὲν τοῦ τετραγώνου καὶ αἱ διάμετροι ἴσαι διὰ τὴν ὀρθότητα τῶν γωνιῶν καὶ αἱ γωνίαι δίχα τέμνονται ὑπὸ τῶν διαμέτρων διὰ τὴν ἰσότητα τῶν πλευρῶν, καὶ τὸ ἐμβαδὸν εἰς ἴσα διαιρεῖται κατὰ τὴν διαγώνιον διὰ τὴν κοινὴν ἰδιότητα τῶν παραλληλογράμμων. ἐπὶ δὲ τοῦ ἑτερομήκους αἱ μὲν διάμετροι ἴσαι, αἱ δὲ γωνίαι οὐ τέμνονται δίχα ὑπὸ τῶν διαμέτρων, ἡ δὲ τῶν χωρίων εἰς ἴσα διαίρεσις ὑπάρχει, καὶ τοῦτο καθόσον ἐστὶ παραλληλόγραμμον. ἐπὶ δὲ τοῦ ῥόμβου ἄνισοι μὲν ‖ αἱ





2 ἡ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\delta}$ ἴση *M*, *G*, ἡ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\alpha\delta}$ ἴσαι *C*. 9 τέμνειν-ται *C*. 10 ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\alpha\beta}$ καὶ $\overline{\gamma\delta\beta}$ *C*. 10—13 Figuram om. *M*. 20 ἴσαι] *B* addit (in margine inventum?) 'eo quod rectangulum est'. 21 διαμέτρων] *B* addit 'eo quod non est aequilaterum'.

διάμετροι, διχοτομοῦνται δὲ ὑπὸ τούτων οὐ μόνον τὰ χωρία, διότι παραλληλόγραμμον, ἀλλὰ καὶ αἱ γωνίαι, διότι ἰσόπλευρον. ἐπὶ δὲ τοῦ λοιποῦ τοῦ ῥομβοειδοῦς καὶ αἱ διάμετροι ἄνισοι ὡς μὴ ὀρθογωνίου καὶ αἱ γωνίαι εἰς ἄνισα τέμνονται ὑπὸ τούτων ὡς μὴ ἰσοπλεύρου, μόνα δὲ τὰ χωρία ἴσα γίνεται τὰ ἐφ' ἑκάτερα τῶν διαγωνίων ὡς παραλληλογράμμου.

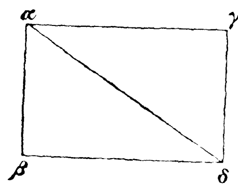
Ταῦτα μὲν οὖν εἴρηται τὴν ἐν ταῖς διαιρέσεσι τῶν παραλληλογράμμων τεττάρων ὄντων ὑποδεικνύοντα διαφοράν, ἐκεῖνο δὲ ἄξιον μὴ παρελθεῖν ἐν τούτῳ τῷ θεωρήματι τεχνικὸν ἀναφαινόμενον, ὅτι τῶν θεωρημάτων τῶν μὲν ὄντων καθόλου, τῶν δὲ οὐ καθόλου — πῶς δὲ τούτων ἑκάτερον λέγομεν, ἀναμνήσομεν μετέρχεσθαι — ἐν τῷ μεμερίσθαι (?) *τὸ ζητούμενον καὶ τὸ μὲν ἔχει καθόλου, τὸ δὲ οὐκέτι τοιοῦτον. καίτοι γε δόξειεν ἂν πᾶν θεώρημα εἶναι· καθολικόν, καὶ πᾶν τὸ δεικνύμενον ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ τοιοῦτον ὑπάρχειν. οἷον καὶ ἐνταῦθα οὐ μόνον τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἢ γωνίας ἴσας ἔχειν καθόλου δοκεῖ λέγεσθαι κατὰ πάντων τῶν παραλληλογράμμων, ἀλλὰ καὶ τὸ τὴν διάμετρον διχοτομεῖν ἕκαστον. ἀλλ' ὅμως τὰ μὲν καθόλου δείκνυσθαι λέγομεν, τὰ δ' οὔ. ἄλλως γὰρ εἴωθε προσαγορεύεσθαι καθόλου τὸ ἐπὶ πάντων ἀληθεῦον, ἐφ' ὧν λέγεται, ἄλλως τὸ*

1 *διάμετροι*] *B* addit 'quoniam non est rectangulum'. 13. 14 *ἀναμνήσομεν ἐν τῷ μεμερίσθαι* et in margine *μετέρχεσθαι M, G*; 'quo enim pacto horum utrumque in quaesiti partitione dicamus, recensebimus' *Z*; 'Quomodo autem utrumque horum dicimus, commemorabimus cum Quaesitum partiemur, quod unam quidem partem habet universalem' *B*, quem sequitur *T*. *ἀναμνήσομεν ἐν τῷ μετέρχεσθαι* B_3. Coniecerim *ἐν τούτῳ μεμέρισται*. 15 *καὶ τὰ μὲν M, G*. 19 *ἀπεναντίας M, G*, *ἀπεναντίον C*. 24 *καὶ ἄλλως C*.

πάντα περιλαμβάνον, οἷς ὑπάρχει τὸ αὐτὸ σύμπτωμα. καθόλου γὰρ καὶ ὅτι πᾶν ἰσοσκελὲς τὰς τρεῖς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ἔχει, ὅτι ἐπὶ πάντων ἀληθὲς τῶν ἰσοσκελῶν· καθόλου δὲ καὶ ὅτι πᾶν τρίγωνον τὰς τρεῖς γωνίας δύο ὀρθαῖς ἴσας ἔχει, ὅτι πάντα περιείληφεν, οἷς τοῦτο καθ' αὑτὸ ὑπάρχει. διὸ καὶ πρώτως τριγώνῳ φαμὲν δείκνυσθαι τὸ δυεῖν ὀρθαῖς ἴσας ἔχειν τὰς γωνίας. κατὰ τοῦτο τοίνυν τὸ σημαινόμενον τὰ μὲν καθόλου τῶν θεωρημάτων λέγοντες, τὰ δὲ οὐ καθόλου, τοῦτο τὸ θεώρημά φαμεν τὸ μὲν τῶν ζητουμένων ἔχειν καθόλου, τὸ δὲ οὔ. τὸ μὲν γὰρ τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἢ γωνίας ἴσας ἔχειν καθολικόν ἐστι — μόνοις γὰρ ὑπάρχει τοῖς παραλληλογράμμοις — τὸ δὲ τὴν διάμετρον δίχα τὸ χωρίον τεμεῖν οὐ καθόλου, διότι μὴ πάντα περιείληφεν, ἐφ' ὅσων θεωρεῖται τὸ σύμπτωμα τοῦτο· καὶ γὰρ τοῖς κύκλοις ὑπάρχει καὶ ταῖς ἐλλείψεσι. καὶ ἐοίκασιν αἱ πρῶται τῶν πραγμάτων ἐπιβολαὶ τοιαῦται εἶναι μερικώτεραι, προϊοῦσαι δὲ τὸ ὅλον συλλαμβάνειν. θεωρήσαντες γὰρ οἱ ἀρχαῖοι ὅτι ἡ διάμετρος || δίχα τέμνει τὴν ἔλλειψιν καὶ ὅτι τὸν κύκλον καὶ ὅτι τὸ παραλληλόγραμμον, τὸ κοινὸν ἐν τούτοις ἐπεθεώρησαν. λανθάνει δέ, φησὶν Ἀριστοτέλης, τὸ μὴ καθόλου δεικνύς τις ὡς καθόλου διὰ τὸ εἶναι ἀνώνυμον τὸ κοινόν, ᾧ πρώτως ὑπάρχει τὸ σύμπτωμα. τί γὰρ κοινὸν ἀριθμοῖς καὶ μεγέθεσι καὶ κινήσεσι καὶ φθόγγοις, οἷς ἅπασιν ὑπάρχει τὸ ἐναλλάξ, οὐκ ἔστιν εἰπεῖν. καὶ τί κοινὸν ἐλλείψει καὶ κύκλῳ καὶ παραλληλογράμμῳ, χαλεπὸν ἀποδοῦναι. τὸ μὲν γάρ ἐστιν εὐθύγραμμον, τὸ δὲ

3 ἔχειν *C.* 22 λανθάνειν *G.* 23 Anal. post. I, 5. p. 74, 4 ss. ed. Bekker.

περιφερόγραμμον, τὸ δὲ μικτόν. διόπερ οἰόμεθα καθόλου δεικνύναι τὸν ἀποδεικνύντα ὅτι πᾶν παραλληλόγραμμον ἡ διάμετρος δίχα τέμνει τῷ μὴ συνορᾶν τὸ κοινόν, δι' ὃ ἀληθές. τοῦτο μὲν οὖν καὶ ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων τὸ τοιοῦτον οὐκ ἔστιν καθόλου διὰ τὴν εἰρημένην αἰτίαν, ἐκεῖνο δὲ τὸ πᾶν παραλληλόγραμμον ἴσας ἔχειν τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας. καὶ γὰρ ἐὰν ὑποτεθῇ τι σχῆμα τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἔχον, δειχθήσεται τοῦτο παραλληλόγραμμον. ἔστω γὰρ τοιοῦτον τὸ $\overline{αβγδ}$



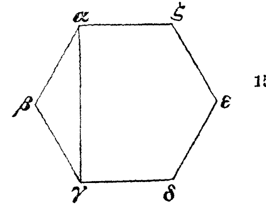
καὶ διάμετρος ἡ $\overline{αδ}$. ἐπεὶ οὖν αἱ $\overline{αβ}$ $\overline{βδ}$ ἴσαι ταῖς $\overline{αγ}$ $\overline{γδ}$ καὶ αἱ ὑπ' αὐτῶν περιεχόμεναι γωνίαι ἴσαι καὶ ἡ βάσις κοινή, καὶ πάντα πᾶσιν ἴσα. εἰ ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{βαδ}$ τῇ ὑπὸ $\overline{αδγ}$ ἴση, καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{αδβ}$ τῇ ὑπὸ $\overline{γαδ}$, παράλληλος ἄρα ἡ μὲν $\overline{αβ}$ τῇ $\overline{γδ}$, ἡ δὲ $\overline{αγ}$ τῇ $\overline{βδ}$, ὥστε παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ $\overline{αβγδ}$.

Τοσαῦτα περὶ τούτων· ἔοικεν δὲ καὶ αὐτὸ τὸ ὄνομα τῶν παραλληλογράμμων ὁ στοιχειωτὴς συνθεῖναι τὴν ἀφορμὴν λαβὼν ἀπὸ τοῦ προειρημένου θεωρήματος. ἐπειδὴ γὰρ ἔδειξεν ὅτι αἱ τὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη καὶ αὐταὶ ἴσαι καὶ παράλληλοί εἰσι, δῆλον ὅτι τὰς ἀπεναντίον ἀπέφηνε παραλλήλους, καὶ τὰς ἐπι-

1 οἰώμεθα G. 8 ὑποθῇ M, G, 'supposita fuerit' B, supponitur' Z. 25 αἱ αὐταὶ M, G, καὶ αὐταὶ C.

ζευγνυούσας καὶ τὰς ἐπιζευγνυμένας. τὸ δὲ ὑπὸ παραλλήλων περιεχόμενον εἰκότως παραλληλόγραμμον ἐκάλεσεν, ὡς τὸ ὑπὸ εὐθειῶν γραμμῶν περιεχόμενον εὐθύγραμμον προσείρηκεν.

Καὶ ὁ μὲν στοιχειωτὴς δῆλός | ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον ὡς ἐν τετραπλεύροις τιθέμενος. ἐπιστῆσαι δὲ ἄξιον, μήποτε καὶ πᾶν εὐθύγραμμον ἀρτιόπλευρον, ὅταν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ὑπάρχῃ, παραλληλόγραμμον ῥητέον. ἔχει ‖ γὰρ καὶ τοῦτο τὰς ἀπεναντίον πλευρὰς ἴσας τε καὶ παραλλήλους καὶ τὰς ἀπεναντίον γωνίας ἴσας· οἷον τὸ ἑξάγωνον καὶ τὸ ὀκτάγωνον καὶ τὸ δεκάγωνον. ἐὰν γὰρ νοήσῃς ἑξάγωνον τὸ αβγδεζ καὶ ἐπιζεύξῃς τὴν αγ, δεικνύεις παράλληλον τὴν αζ τῇ γδ. ἐστὶ γὰρ μιᾶς ὀρθῆς καὶ τρίτου ἡ πρὸς τῷ β καὶ ἑκάστη τῶν τοῦ ἑξαγώνου, ὅταν ἰσογώνιον ᾖ, καὶ ἴση ἡ αβ τῇ βγ — κεῖται γὰρ ἰσόπλευρον — ἑκατέρα ἄρα τῶν ὑπὸ βαγ βγα τρίτου ἐστίν, αἱ ἄρα ὑπο ζαγ αγδ ὀρθαί εἰσιν, ὥστε παράλληλος ἡ αζ τῇ γδ. ὁμοίως δὴ καὶ τὰς ἄλλας τὰς ἀπεναντίον δείξομεν παραλλήλους, καὶ ἐπὶ τοῦ ὀκταγώνου ὡσαύτως καὶ τῶν λοιπῶν. εἰ οὖν παραλληλόγραμμόν ἐστι τὸ ὑπὸ παραλλήλων τῶν ἀπεναντίον περιεχόμενον, καὶ ἐν τοῖς μὴ τετραπλεύροις



1 καὶ τὰς ἐπιζευγνυμένας om. *G*. 8 καὶ ante παραλληλόγραμμον addit *C*. 11 καὶ τὸ ὀκτάγωνον om. *G*, add. *C*.

ἔσται παραλληλόγραμμον. πλὴν ὅτι κατὰ τὸν στοιχειωτὴν πᾶν παραλληλόγραμμον τετράπλευρόν ἐστι, φανερόν. δηλοῖ δὲ ἐν ἐκείνῳ μάλιστα τῷ θεωρήματι, ἐν ᾧ φησι παραλληλόγραμμον τριγώνῳ τὴν αὐτὴν ἔχον βάσιν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ὂν διπλάσιον εἶναι τοῦ τριγώνου. τοῦτο γὰρ ἐπὶ μόνων τῶν τετραπλεύρων ἀληθές.

Prop. XXXV, theor. XXV. ***Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.***

Ὥσπερ τῶν θεωρημάτων ἐλέγομεν εἶναι τὰ μὲν καθολικά, τὰ δὲ ἐπὶ μέρους, καὶ ὃν τρόπον ταῦτα διαιρούμενοι (?) *προσετίθεμεν, καὶ ὅτι τὰ μὲν ἁπλᾶ, τὰ δὲ σύνθετα, καὶ τί τούτων ἑκάτερον ἐπεδείκνυμεν, οὕτω δὴ κατ' ἄλλην διάκρισιν τὰ μὲν εἶναι τοπικά φαμεν, τὰ δὲ οὔ. καλῶ δὲ τοπικὰ μέν, ὅσοις ταὐτὸν σύμπτωμα πρὸς ὅλῳ τινὶ τόπῳ συμβέβηκεν, τόπον δὲ γραμμῆς ἢ ἐπιφανείας* || *θέσιν ποιοῦσαν ἓν καὶ ταὐτὸν σύμπτωμα. τῶν γὰρ τοπικῶν τὰ μέν ἐστι πρὸς γραμμαῖς συνιστάμενα, τὰ δὲ πρὸς ἐπιφανείαις. καὶ ἐπειδὴ τῶν γραμμῶν αἱ μέν εἰσιν ἐπίπεδοι, αἱ δὲ στερεαί, — ἐπίπεδοι μέν, ὧν ἐν ἐπιπέδῳ ἁπλῆ ἡ νόησις, ὡς τῆς εὐθείας, στερεαὶ δέ, ὧν ἡ γένεσις ἔκ τινος τομῆς ἀναφαίνεται στερεοῦ σχήματος, ὡς τῆς κυλινδρικῆς ἕλικος καὶ τῶν κωνικῶν γραμμῶν — φαίην*

1—2 *πλὴν ὅτι . . . παραλληλόγραμμον* om. *G*, add. *C*. B_3 = *M*. 2 *πᾶν*] om. *B*, at in margine 'omne'; *πάντα M, C; τὴν πᾶν τὸ* B_3; 'omne' *Z*. 8 *M* in margine $\overline{\lambda\varepsilon}$. 11 *ἐπὶ τῶν θεωρημάτων C*.

ἂν καὶ τῶν πρὸς γραμμαῖς τοπικῶν τὰ μὲν ἐπίπεδον ἔχειν τόπον, τὰ δὲ στερεόν.

Τὸ μὲν οὖν προκείμενον θεώρημα καὶ τοπικόν ἐστι καὶ τῶν πρὸς γραμμαῖς τοπικῶν καὶ ἐπίπεδον. τὸ γὰρ μεταξὺ πᾶν τῶν παραλλήλων τόπος ἐστὶ τῶν συνισταμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως παραλληλογράμμων, ἃ δὴ καὶ δείκνυσιν ὁ στοιχειωτὴς ἴσα ἀλλήλοις. τῶν δὲ στερεῶν λεγομένων τοπικῶν θεωρημάτων παράδειγμα ἔστω τοιοῦτο· τὰ εἰς τὰς ἀσυμπτώτους καὶ τὴν ὑπερβολὴν ἐγγραφόμενα παραλληλόγραμμα ἴσα ἐστίν. ὅτι γὰρ ἡ ὑπερβολὴ στερεὰ γραμμή, ἐστὶ δῆλον. κώνου γάρ ἐστι γραμμή.

Τὰ δ' οὖν τοιαῦτα τῶν θεωρημάτων, ὥς φησιν ὁ Γεμῖνος, ἀπείκαζεν ὁ Χρύσιππος ταῖς ἰδέαις. ὡς γὰρ ἐκεῖναι τῶν ἀπείρων ἐν πέρασιν ὡρισμένοις τὴν γένεσιν περιλαμβάνουσιν, οὕτως καὶ ἐν τούτοις τῶν ἀπείρων ἐν ὡρισμένοις τόποις ἡ περίληψις γίνεται. καὶ διὰ τὸν ὅρον τοῦτον ἡ ἰσότης ἀναφαίνεται. τὸ γὰρ ὕψος τῶν παραλλήλων τὸ αὐτὸ μένον ἀπείρων νοουμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως παραλληλογράμμων πάντα ἴσα ἀλλήλοις ἀποφαίνει.

Τοπικὸν οὖν θεώρημα πρῶτον ὁ στοιχειωτὴς ἀνέγραψεν τὸ προκείμενον καὶ ἔοικεν ὡς ἐν στοιχείῳ κατὰ πάσας τὰς διαιρέσεις τὰ θεωρήματα ποικίλλων μηδὲ τὴν τοιαύτην εἰκότως ἰδέαν αὐτῶν παραλείπειν. ἀλλὰ ἐνταῦθα μέν, ἐπειδὴ περὶ εὐθυγράμμων ὁ λόγος, τοπικὰ παραδίδωσιν ἐπίπεδα πρὸς εὐθείαις, ἐν δὲ τῷ τρίτῳ τὰ περὶ κύκλων καὶ τῶν ἐν τούτοις συμπτω-

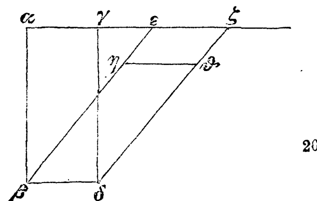
5 πᾶν τῶν] πάντων C. 'totum' B, 'omne illud' Z. 7 ἴσα] εἰς M, G, corr. C. 13 δ' om. G, add. C. 14 ἰδίαις M, C.

μάτων πραγματευόμενος τὰς περιφερείας ἡμᾶς ἀναδιδάξει τῶν τοπικῶν ἅμα καὶ ἐπιπέδων θεωρημάτων. τοιοῦτον γὰρ ἐν ἐκείνοις τὸ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις καὶ τὸ αἱ ἐν ἡμικυκλίῳ ὀρθαί. ἀπείρων γὰρ συνισταμένων πρὸς τῇ περιφερείᾳ γωνιῶν τῆς αὐτῆς βάσεως οὔσης πᾶσαι δείκνυνται ἴσαι. καί ἐστιν ἀνάλογον ἐκεῖνα τοῖς τριγώνοις καὶ παραλληλογράμμοις τοῖς ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως.

Τὸ μὲν δὴ τῶν προσεχῶς ζητηθησομένων θεωρημάτων εἶδος τοιοῦτόν ἐστι, τοπικὸν παρὰ τοῖς παλαιοῖς μαθηματικοῖς ἐπονομαζόμενον. ‖ δόξειεν δ' ἂν παντελῶς εἶναι θαυμαστὸν τοῖς ἀπείροις τῆς τοιαύτης θεωρίας, εἰ τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως παραλληλόγραμμα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί. πῶς γὰρ τοῦ μήκους τῶν συνισταμένων ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως χωρίων ἐπ' ἄπειρον αὐξανομένου — ἐφ' ὅσον γὰρ τὰς παραλλήλους ἐκβάλλομεν, ἐπὶ τοσοῦτον καὶ τὰ μήκη τῶν παραλληλογράμμων αὔξειν δυνάμεθα — πῶς δὲ τούτου γινομένου μένει τῶν χωρίων ἡ ἰσότης, εἰκότως ἄν τις ἐπιζητήσειεν. εἰ γὰρ τὸ μὲν πλάτος ταὐτόν — ἡ γὰρ βάσις μία — τὸ δὲ μῆκος μεῖζον, πῶς οὐχὶ καὶ τὸ χωρίον μεῖζον; ἐστὶ μὲν οὖν τὸ θεώρημα τοῦτο καὶ τὸ περὶ τῶν τριγώνων ἑξῆς τῶν παραδόξων ἐν τοῖς μαθήμασι καλουμένων θεωρημάτων. ἐξειργάσαντο

1 *ἡμᾶς* in *M* maximam partem evanuit, *G* loco eius asteriscum posuit, *ἡμ*$^{\nu}$ B_3, *C* *ἡμᾶς* adscripsit; 'circumferentiasque tractans theoremata . . . docebit' *Z*, 'ea etiam quae in Circumferentiis constituuntur . . . docebit' *B*. 7 *ἴσαι*] *B* addit: 'Si vero quod a Basi et Circumferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes esse ostenduntur' quod in margine eum invenisse veri non dissimile est. ‖ *ἐκεῖνα M, G, ἐκεῖνο C.* 14 *εἰ*] *εἰς M.* 17 *αὐξομένου G, αὐξανομένου C.* 25 *ἐξηργάσαντο C.*

γὰρ καὶ οἱ ἀπὸ τῶν μαθημάτων τὸν παράδοξον λεγόμενον τόπον, ὥσπερ οἱ ἀπὸ τῆς Στοᾶς ἐπὶ τῶν δειγμάτων, καὶ τίθενται καὶ τοῦτο τὸ θεώρημα τῶν τοιούτων εἶναι. καταπλήττει γοῦν τοὺς πολλοὺς εὐθύς, εἰ τὸ μῆκος πολλαπλασιαζόμενον | οὐκ ἀναιρεῖ τὴν ἰσότητα τῶν χωρίων τῆς αὐτῆς οὔσης βάσεως. ὁμοίως δὲ λεκτέον ὅτι μέγιστον ἡ τῶν γωνιῶν ἰσότης δύναται καὶ ἀνισότης πρὸς τὴν αὔξησιν τῶν χωρίων ἢ τὴν ἐλάττωσιν. ὅσῳ γὰρ ἀνίσους ποιοῦμεν τὰς γωνίας, τόσῳ μᾶλλον ἐλασσοῦμεν τὸ χωρίον, εἰ μένοι τὸ μῆκος καὶ τὸ πλάτος ταὐτόν. δεῖ οὖν τοῦ μήκους αὐξήσεως, ἵνα τὴν ἰσότητα φυλάξωμεν. ἔστω γὰρ εἰ τύχοι παραλληλόγραμμον τὰ $\overline{αβγδ}$ καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{αγ}$ εἰς ἄπειρον. καὶ ἔστω τυχὸν ὀρθογώνιον τοῦτο, καὶ ἐπὶ τῆς $\overline{βδ}$ βάσεως ἕτερον συνεστάτω τὸ $\overline{βεζδ}$. ὅτι μὲν οὖν τὸ μῆκος ηὔξηται δῆλον. μείζων γὰρ ἡ $\overline{βε}$ τῆς $\overline{αβ}$ ὀρθῆς οὔσης τῆς πρὸς τῷ $\overline{α}$ γωνίας. ἀλλὰ τοῦτο ἀναγκαίως γέγονεν. ἄνισοι γὰρ αἱ γωνίαι γεγόνασι τοῦ $\overline{βεζδ}$



παραλληλογράμμου, καὶ αἱ μὲν ὀξεῖαι, αἱ δὲ ἀμβλεῖαι. τοῦτο δὲ συμβέβηκεν διὰ τὸ τὴν $\overline{βε}$ πλευρὰν ὥσπερ συμπτύσσεσθαι πρὸς τὴν $\overline{βδ}$ καὶ συστέλλειν τὸ χωρίον. εἰλήφθω γὰρ εἰ τύχοι ἴση τῇ $\overline{αβ}$ ἡ $\overline{βη}$, καὶ

10 μένει C. 12 φυλάξομεν M. 13 τύχη C.
25 συμπίπτεσθαι C. ‖ πρὸς om. G, add. C. 26 τύχη C.

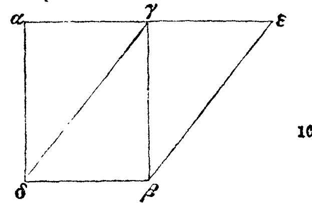
παράλληλος διὰ τοῦ $\overline{\eta}$ τῇ $\overline{\beta\delta}$ ἡ $\overline{\eta\vartheta}$. ἐστὶν ἄρα καὶ τὸ μῆκος τοῦ $\overline{\beta\delta\eta\vartheta}$ ἴσον τῷ μήκει τοῦ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ καὶ τὸ πλάτος ταὐτόν, || ἀλλὰ τὸ χωρίον ἔλασσον τοῦ χωρίου καὶ γὰρ τοῦ $\overline{\beta\varepsilon\zeta\delta}$ ἔλασσόν ἐστιν. ἡ μὲν δὴ τῶν γωνιῶν ἀνισότης τὸ ἐμβαδὸν ἠλάττωσεν, ἡ δὲ τοῦ μήκους αὔξησις, ὅσον ἀφεῖλεν ἐκείνη, τοσοῦτον προσθεῖσα τὴν ἰσότητα τῶν χωρίων ἐφύλαξεν. ὅρος δὲ τῆς τοῦ μήκους αὐξήσεώς ἐστιν ὁ τῶν παραλλήλων τόπος. ὀρθογωνίων μὲν γὰρ συναμφοτέρων ὄντων τῶν παραλληλογράμμων δείκνυται τὸ τετράγωνον τοῦ ἑτερομήκους μεῖζον, ἰσοπλεύρων δὲ ἀμφοτέρων ὄντων τὸ ὀρθογώνιον δείκνυται τοῦ μὴ ὀρθογωνίου μεῖζον. καὶ γὰρ ἡ τῶν γωνιῶν ὀρθότης καὶ ἡ τῶν πλευρῶν ἰσότης τὸ πᾶν δύναται πρὸς τὴν τῶν χωρίων αὔξησιν. ὅθεν δὴ τὸ μὲν τετράγωνον ἀναφαίνεται τῶν ἰσοπεριμέτρων μεῖζον, τὸ δὲ ῥομβοειδὲς ἁπάντων ἔλασσον.

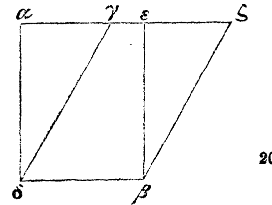
Ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἐν ἄλλοις δείξομεν· πρεπωδέστερα γάρ ἐστι ταῖς ὑποθέσεσι τοῦ δευτέρου βιβλίου. πρὸς δὲ τὸ προκείμενον θεώρημα δεῖ γινώσκειν ὅτι τε παραλληλόγραμμα λέγων ἴσα τὰ χωρία λέγει καὶ οὐ τὰς πλευράς, — περὶ τούτων γὰρ ὁ λόγος, περὶ τῶν ἐμβαδῶν — καὶ ὅτι νῦν πρῶτον ἐν τῇ ἀποδείξει τοῦδε τοῦ θεωρήματος μνήμην ἐποιήσατο τῶν τραπεζίων· ᾧ καὶ δῆλον ὅτι εἰκότως ἐν ταῖς ὑποθέσεσι καὶ τοῦτο, ὅτι ποτέ ἐστιν, ἐδίδαξεν, ὅτι τετράπλευρον

2 ἴσων *M*, *G*, ἴσον *C*. 3 ἀλλὰ χωρίον *G*, ἀλλὰ τὸ χωρίον *C*. 5 ἰσότης *C*. || εἰ δὲ *M*, *G*, ἡ δὲ *C*. 8 Post παραλλήλων addit *G* γράμμων, quod delendum notavit C. || ὀρθογώνιον *M*, *G*, ὀρθογωνίῳ *C*. 21 Post λέγων addit *C* ὅτι.

μὲν τῷ γένει, μὴ παραλληλόγραμμον δέ. τὸ γὰρ μὴ (?) τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἔχον ἐκβέβηκεν τῆς τῶν παραλληλογράμμων τάξεως.

Ὁ μὲν οὖν στοιχειωτὴς ἀπέδειξεν τὸ προκείμενον τὴν χαλεπωτέραν πτῶσιν ἐκλεξάμενος. εἰ δὲ λέγοι τις, ἔστω τὰ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ *καὶ* $\overline{\beta\gamma\delta\varepsilon}$ *ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τῆς* $\overline{\delta\beta}$, *ὥστε τὴν* $\overline{\delta\gamma}$ *διάμετρον εἶναι τοῦ* $\overline{\alpha\beta}$, *δείξομεν ὅτι ἴσα ἐστὶν αὐτόθεν. τὸ γὰρ* $\overline{\beta\gamma\delta}$ *τρίγωνον ἑκατέρου ἥμισύ ἐστιν, διότι τοῦ* $\overline{\alpha\beta}$ *διάμετρος ἡ* $\overline{\gamma\delta}$, *τοῦ δὲ* $\overline{\delta\varepsilon}$ *ἡ* $\overline{\beta\gamma}$. *αἱ δὲ διάμετροι διχοτομοῦσι τὰ παραλληλόγραμμα. ἴσον ἄρα τὸ* $\overline{\alpha\beta}$ *τῷ* $\overline{\delta\varepsilon}$. *πάλιν εἴ τις τὴν* $\overline{\delta\gamma}$ *τέμνουσαν ὑποθοῖτο τὴν τοῦ* $\overline{\alpha\beta}$ *παραλληλογράμμου πλευράν, καὶ οὕτως κείμενα τὰ παραλληλόγραμμα ὡς τὰ* $\overline{\alpha\beta\delta\varepsilon}$ *καὶ* $\overline{\beta\gamma\delta\zeta}$, *δείξομεν ὅτι καὶ ταῦτα ἴσα ἐστίν.* ‖ *ἐπεὶ γὰρ ἴση ἡ* $\overline{\alpha\varepsilon}$ *τῇ* $\overline{\gamma\zeta}$ — *ἑκατέρα γὰρ ἴση τῇ* $\overline{\delta\beta}$ *ἀπ-*





1 *τὸ γὰρ μὴ*] *τὸ γὰρ μὴ δὲ τὸ M*, B_3, *G*; 'ex eo quod neque ... neque' *Z*, 'quod enim ... non' *B*. Fortasse scribendum: *τὸ γὰρ δύο μὲν πλευρὰς παραλλήλους, μὴ δὲ τὰς ἀπεναντίον κτλ.* 5 *λέγει G*. 9 *αὐτόθι C*, 'ex hoc Loco' et in margine 'ex hoc loco, id est ratione loci' *B*. 13 *ἡ* $\overline{\beta\gamma}$] *διάμετρος ἡ* $\overline{\gamma\delta}$ *C*. 14 *τῷ* $\overline{\alpha\beta}$ *τὸ* $\overline{\delta\varepsilon}$ *C*.

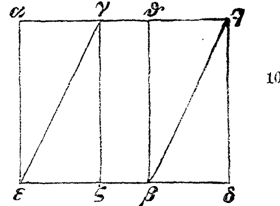
ἐναντίον οὖσα — κοινὴ ἀφῃρήσθω ἡ $\overline{γε}$. ἴση ἄρα ἡ $\overline{αγ}$ τῇ $\overline{εζ}$. ἀλλὰ καὶ ἡ $\overline{αδ}$ τῇ $\overline{εβ}$ καὶ γωνία ἡ ὑπὸ $\overline{γαδ}$ τῇ ὑπὸ $\overline{ζεβ}$ — παράλληλος γὰρ ἡ $\overline{αδ}$ τῇ $\overline{εβ}$. καὶ βάσις ἄρα ἡ $\overline{γδ}$ τῇ $\overline{ζβ}$ βάσει ἴση καὶ ὅλον τὸ $\overline{αδγ}$ τρίγωνον τῷ $\overline{εβζ}$ τριγώνῳ ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ $\overline{γβ}$ τραπέζιον. ὅλον ἄρα τὸ $\overline{αβ}$ ἴσον τῷ $\overline{δζ}$. καὶ ὁρᾷς ὅτι τρεῖς αὗται μόναι πώς εἰσιν. ἡ γὰρ $\overline{δγ}$ ἢ τέμνει τὴν $\overline{εβ}$, ὡς ὁ στοιχειωτὴς ἔλαβεν, ἢ ἐπὶ τῷ $\overline{ε}$ πίπτει, ὡς ἐν τῇ πρὸ ταύτης καταγραφῇ, ἢ τέμνει τὴν $\overline{αε}$, ὡς νῦν ὑπεθέμεθα. καὶ δέδεικται κατὰ πάσας τὰς πτώσεις τὸ θεώρημα ἀληθές. πλὴν ὅτι διττῆς οὔσης τῶν τραπεζίων διαφορᾶς καὶ τῶν μὲν οὐδετέραν τῶν ἀπεναντίον ἐχόντων παράλληλον, τῶν δὲ μιᾷ μίαν, ἐπὶ τῶν παρὰ τῷ γεωμέτρῃ τραπεζίων τὸ ἕτερόν ἐστιν εἶδος καὶ ἐπὶ τῆς καταγραφῆς ταύτης. ἡ γὰρ $\overline{γε}$ τῇ $\overline{δβ}$ παράλληλος.

Prop. XXXVI, theor. XXVI. *Τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.*

Τὸ μὲν πρὸ τούτου τὰς βάσεις τὰς αὐτὰς ἐλάμβανεν, τοῦτο δὲ ἴσας μέν, διαφερούσας δὲ ἀλλήλων. κοινὸν δὲ ἀμφοτέροις τὸ ἐν ταῖς αὐταῖς ὑποτίθεσθαι παραλλήλοις τὰ παραλληλόγραμμα. δεῖ δὴ οὖν αὐτὰ μήτε ἐνδοτέρω πίπτειν τῶν ὑποκειμένων παραλλήλων

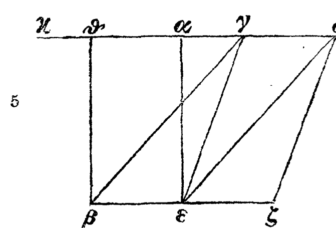
5 $\overline{εβδ}$ *M*, *G*, $\overline{εβζ}$ *C*. 11 πλὴν ὅτι] 'nisi quod' et in margine 'Rursus quod' *B*.

εὐθειῶν, μήτε ἐξωτέρω. παραλληλόγραμμα γὰρ ἐν ταῖς αὐταῖς εἶναι λέγεται παραλλήλοις, ὅταν αἵ τε βάσεις αὐτῶν καὶ αἱ ταύταις ἀπεναντίον κείμεναι ταῖς αὐταῖς ἐφαρμόζωνται παραλλήλοις. ἀλλ' ὁ μὲν στοιχειωτὴς ἔδειξεν τὸ θεώρημα τὰς βάσεις πάντη κεχωρισμένας λαβών, κωλύει δὲ οὐδὲν καὶ οὕτως αὐτὰς ὑποκειμένας λαβεῖν, ὡς ἔχειν τι μέρος κοινόν. ἔστω γὰρ τὰ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$ παραλληλόγραμμα ἐπὶ ἴσων βάσεων τῶν $\overline{\varepsilon\beta}$ $\overline{\zeta\delta}$. λέγω ὅτι ἴσα ἐστίν. ἐπιζεύχθωσαν αἱ $\overline{\varepsilon\gamma}$ $\overline{\beta\eta}$. || ἐπεὶ οὖν ἴση ἡ $\overline{\varepsilon\zeta}$ τῇ $\overline{\beta\delta}$ — καὶ γὰρ ἡ $\overline{\varepsilon\beta}$ τῇ $\overline{\zeta\delta}$ — ἀλλ' ἡ $\overline{\gamma\zeta}$ τῇ $\overline{\delta\eta}$ ἴση [καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\zeta\gamma}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\beta\delta\eta}$ — παράλληλος γὰρ ἡ $\overline{\gamma\zeta}$ τῇ $\overline{\delta\eta}$ —] καὶ ἡ $\overline{\gamma\varepsilon}$ τῇ $\overline{\beta\eta}$ ἴση. ἐστὶ δὲ καὶ παράλληλος· παραλληλόγραμμον ἄρα τὸ $\overline{\gamma\beta}$. καὶ ἔχει βάσιν τὴν αὐτὴν ἑκατέρῳ τῶν $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστι παραλλήλοις. | ἴσον ἄρα τὸ $\overline{\alpha\beta}$ τῷ $\overline{\gamma\delta}$. εἰ δέ τις μήτε κοινὸν μέρος ἐχούσας ὑποθοῖτο τὰς τῶν παραλληλογράμμων βάσεις, μήτε κεχωρισμένας ἀλλήλων, ἀλλ', ὅπερ ὑπολείπεται μόνον, συναπτούσας ἀλλήλαις καθ' ἓν σημεῖον, ὡς ἐπὶ τῶν $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\varepsilon\delta}$, ἐροῦμεν ὅτι ἴση ἡ $\overline{\beta\varepsilon}$ τῇ $\overline{\varepsilon\zeta}$ καὶ τῇ $\overline{\gamma\delta}$, ὥστε καὶ ἡ $\overline{\gamma\beta}$ τῇ $\overline{\delta\varepsilon}$. αἱ γὰρ



14—15 καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\varepsilon\zeta\gamma}$ . . . τῇ $\overline{\delta\eta}$ om. *M*, B_3, *G* (*Z*), 'et Angulus efe aequalis Angulo gdb' *B*. 17 ἑκατέρων *M*, *G*, ἑκατέρῳ *C*.

τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπιζευγνύουσαι καὶ αὐταὶ ἴσαι καὶ παράλληλοί εἰσι. παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ $\overline{\beta\delta}$ ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων καὶ ἐν ταῖς παραλλήλοις ταῖς $\overline{\alpha\delta}$ $\overline{\beta\varepsilon}$. ἴσα ἄρα τὰ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\delta\varepsilon}$ παραλληλόγραμμά ἐστιν.



Ἡμεῖς μὲν οὖν κατὰ τὴν πρώτην ἐπιβολὴν τὰς τοῦ θεωρήματος κατασκευὰς διείλομεν, εἰπόντες τὰς βάσεις ἢ κοινὸν ἔχειν μέρος, ἢ ἅπτεσθαι μόνον ἀλλήλων, ἢ διεστάναι ἀπ᾽ ἀλλήλων. δυνατὸν δὲ κἂν ἅπτωνται, ὡς αἱ $\overline{\beta\varepsilon}$ $\overline{\varepsilon\zeta}$, ἐκτὸς ὅλον τὸ $\overline{\delta\varepsilon}$ τῆς $\overline{\alpha\varepsilon}$ ὑποτίθεσθαι, ἢ τὴν $\overline{\gamma\varepsilon}$ πλευρὰν ἐφαρμόζουσαν τῇ $\overline{\alpha\varepsilon}$, ἢ τὴν $\overline{\gamma\varepsilon}$ τέμνουσαν τὴν $\overline{\alpha\vartheta}$, ἢ τὴν $\overline{\gamma\varepsilon}$ πίπτουσαν ὡς διάμετρον τῇ $\overline{\vartheta\varepsilon}$ — ὅτε καὶ ἡ $\overline{\delta\zeta}$ ἡ αὐτὴ ἔσται τῇ $\overline{\alpha\zeta}$ — ἢ τῆς $\overline{\alpha\vartheta}$ ἐκβεβλημένης ἐπὶ τὸ $\overline{\kappa}$ τὴν $\overline{\gamma\varepsilon}$ πίπτουσαν ἐκτὸς τοῦ $\overline{\vartheta}$, καὶ τὴν $\overline{\delta\zeta}$ ἢ τέμνουσαν τὴν $\overline{\alpha\vartheta}$, ἢ ἐφαρμόζουσαν * * *

5 *ταῖς* $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\delta\varepsilon}$ *M*, *G*. 9 *κατὰ*] *καὶ M*, *G*; *κατὰ* in *G* in margine postera manu. 12 *ἢ διεστάναι ἀπ᾽ ἀλλήλων* om. *G*, add. *C*; 'aut tangere tantum se invicem, aut a se invicem distare' et in margine 'aut a se invicem separatas esse aut tangere tantum se invicem' *B*. 15 $\overline{\alpha\vartheta}$] $\overline{\alpha\varepsilon}$ *M*, *G*. 17 *ἐπὶ τὸ* $\overline{\kappa}$, *ἢ τὴν* $\overline{\gamma\varepsilon}$ *M*, *G*. 19 usque ad p. 403, 4 Finem huius commentarii et propositionem tricesimam septimam et initium commentarii ei additi om. *M*, B_3, *G* (*Z*), nec ulla re lacunam notant, cum verbum *ἐφαρμόζουσαν* (congruentem) statim sequatur verbum *ἀποφαίνονται* (ostendunt). *Z* tamen post propositionem tricesimam septimam addit: 'Proclus hoc in loco

‖ [Prop. XXXVII, theor. XXVII. *Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*]

‖ * * * *ἀποφαίνονται. καὶ γὰρ ἴσων ἐκείνων ἄνισα τὰ χωρία, καὶ ἀνίσων ἴσα δείκνυνται. τοιοῦτον δέ τι πεπόνθασιν οἱ χωρογράφοι τὰ μεγέθη τῶν πόλεων ἐκ τῶν περιμέτρων συλλογιζόμενοι. ἤδη δέ τινες κοινωνοὶ κτημάτων ἐν τῇ διαιρέσει παρελογίσαντο τοὺς συνδιανεμομένους τῇ ὑπεροχῇ τῆς περιμέτρου παραχρησάμενοι, καὶ πλείονα λαβόντες τῶν ἀπελθόντων — εἰληφότες τὸ* (?) *ὑπὸ τῆς μείζονος περιμέτρου περιεχόμενον ἐμβαδὸν εἶτα* (?) *ἀμείψαντες χωρία περιοχῇ ἐλάσσονι* (?) *χρώμενα — βελτίστων ἀπηνέγκαντο δόξαν. δυεῖν γοῦν προκειμένων ἰσοσκελῶν τριγώνων, ὧν τὸ μὲν ἑκατέραν τῶν ἴσων ἔχει πέντε, τὴν δὲ βάσιν ἓξ τῶν αὐτῶν, τὸ δὲ ἑκατέραν μὲν τῶν ἴσων πέντε, τὴν δὲ βάσιν ὀκτὼ τῶν αὐτῶν, οἷον πήχεων, δακτύλων, κομιδῇ ἀπατᾷ τὸν ἄπειρον τούτων εἰς αἵρεσιν. τοῦτο μὲν γὰρ τὴν περίμετρον ἔχει δέκα καὶ ὀκτώ, θάτερον δὲ ἓξ καὶ δέκα τῶν αὐτῶν μέτρων.*

vacat'. *B* de suo lacunam quam in omnibus suis invenit exemplaribus explet (p. 244—247) et delineationibus figurarum et expositione ea, quam desideraveris. 5 *ἄνισα δείκνυται. τοιοῦτον C.* 10—14 Locum pluribus de causis dubium interpretatus est *Z:* 'et ea plura esse quae sub maiori ambitu comprehenduntur arbitrantes, aream vero in praedia [in margine 'aliter areas'] minori ambitu utilia distribuentes, potiorem opinionem reportarunt' et *B;* 'pluraque sumpserunt cum peragrantes eam suscepissent possessionem, quae a maiori ambitu continebatur: Aream autem cum in quaedam Spatia, quae minori fruebantur ambitu, immutassent, optimi existimati fuere'.
11 *εἰληφότων τοῦ M, G, εἰληφότων τὸ* B_3. 12 *εἶτα] δ' εἰς ᾶ M,* B_3, *G.* 13 *περιοχῆς δι' ἐλάσσονι M,* B_3, *G.* 15 *B* triangulorum descripsit figuras. ‖ *ἔχειν C.*

ἀλλ' ὁ γεωμετρικὸς οὐκ ἀγνοήσει ὅτι ἴσα ἐστὶ τὰ χωρία, κἂν αἱ περίμετροι ἄνισοι ὦσιν. δώδεκα γὰρ ἑκάτερόν ἐστιν. ἐὰν γὰρ ἀγάγῃς ἀπὸ τῆς κορυφῆς κάθετον δίχα μὲν διαιρήσεις τὰς βάσεις καὶ ποιήσεις ἐν θατέρῳ μὲν τριῶν, ἐν δὲ λοιπῷ τεττάρων τὸ ἥμισυ τῆς βάσεως, αὐτὴν δὲ τὴν κάθετον ἀνάπαλιν οὗ μὲν τεττάρων, οὗ δὲ τριῶν. δεῖ γὰρ τὸ ἀπὸ τῆς πεντάδος ἴσον [εἶναι] τῷ τε ἀπὸ τῆς καθέτου καὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς βάσεως. ἀλλ' εἰ μὲν αὕτη τριῶν, ἡ κάθετος τεττάρων, [εἰ δ'] αὕτη τεττάρων, ἐκείνη δηλαδὴ τριῶν. ποιήσας οὖν τὴν κάθετον ἐπὶ τὸ ἥμισυ τῆς βάσεως ἕξεις τὸ ἴσον τῷ τριγώνῳ χωρίον. τοῦτο δὲ ταὐτόν ἐστιν καθ' ἑκάτερον, εἴτε τὸν τρία ἐπὶ τὸν τέσσαρα, εἴτε τὸν τέσσαρα ἐπὶ τὸν τρία ποιήσειας.

Ταῦτα μὲν οὖν εἴρηται πρὸς ἔνδειξιν τοῦ τὴν ἰσότητα τῶν χωρίων μὴ || πάντως ἐκ τῶν περιμέτρων λαμβάνειν, ἵνα μὴ θαυμάζωμεν, εἰ τῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως τριγώνων ἐπ' ἄπειρον αὔξεσθαι κατὰ τὰς λοιπὰς πλευρὰς δυναμένων ἐντὸς τῶν αὐτῶν παραλλήλων ὅμως ἡ τῶν χωρίων ἰσότης ἀνεξάλλακτος διαμένει. δεῖ δὲ ἐκεῖνα τῶν τριγώνων ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις λέγειν, ὅσα τὰς βάσεις ἐπὶ τῆς ἑτέρας ἔχοντα τῶν παραλλήλων ἐρείδει τὰς κορυφὰς ἐπὶ τῆς λοιπῆς, καὶ ὧν ἡ ἐπὶ τὰς κορυφὰς ἐπιζευγνυμένη μία τέ ἐστιν εὐθεῖα καὶ παράλληλος ταῖς βάσεσιν ἐπὶ μιᾶς εὐθείας κειμέναις.

2 *δέκα M, G.* 8 *εἶναι* om. *M, G.* 10 *εἰ δ'* om. *M, G.* 12 *χωρίου G, χωρίον C;* 'quod Trianguli spatio est aequale' et in margine 'aequale Triangulo spatium' *B.* 13 *καθ' ἕτερον M, G.* 25 *εὐθεῖα . . . βάσεσιν* om. *G*, add. *C.*

Prop. XXXVIII, theor. XXVIII. *Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*

Ἐστὶ μὲν καὶ τοῦτο τὸ θεώρημα τοπικὸν ἀνάλογον τοῖς παραλληλογράμμοις καὶ τὴν τῶν τριγώνων θέσιν ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὑποτιθέμενον. δοκεῖ δέ μοι τῶν τεττάρων τούτων θεωρημάτων, ὧν δύο μέν ἐστιν ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων δεδειγμένα, δύο δὲ ἐπὶ τῶν τριγώνων, καὶ τὰ μὲν τῆς αὐτῆς οὔσης βάσεως, τὰ δὲ ἴσων ὑπαρχουσῶν τῶν βάσεων, μίαν ἀπόδειξιν ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ κατὰ τὸ πρῶτον θεώρημα παρέχεσθαι, λανθάνειν τε τοὺς πολλοὺς τοῦτο ποιῶν. ὅταν γὰρ τούτῳ δεικνύῃ τὰ τρίγωνα καὶ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ἔχοντα πρὸς ἄλληλα τὸν λόγον, ὃν ἔχουσιν αἱ βάσεις, οὐδὲν ἄλλο ἢ ταῦτα πάντα καθολικώτερον ἀποδείκνυσιν ἐκ τῆς ἀναλογίας. τὸ γὰρ αὐτὸ ὕψος οὐδὲν διαφέρει ἢ ἐν ταῖς αὐταῖς εἶναι παραλλήλοις. πάντα γὰρ τὰ ἐν ταῖς αὐταῖς ὄντα παραλλήλοις ὑπὸ τὸ αὐτό ἐστιν ὕψος καὶ ἀνάπαλιν. ὕψος γάρ ἐστιν ἡ ἀπὸ τῆς ἑτέρας παραλλήλου κάθετος ἐπὶ τὴν λοιπήν. ἐκεῖ μὲν οὖν δι' ἀναλογίας δέδεικται ὅτι οὕτως ἔχει τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος τουτέστιν τὰ ἐν ταῖς αὐταῖς κείμενα παραλλήλοις, ὡς αἱ βάσεις· καὶ ἴσων οὐσῶν τῶν βάσεων ἴσα τὰ χωρία, καὶ διπλάσια διπλασίων, καὶ ἄλλον λόγον ἐχουσῶν τὸν αὐτὸν ἕξει καὶ τὰ

1 *M* in margine $\overline{\lambda\zeta}$. 2 *ἐπὶ τῶν ἴσων C.* ‖ *αὐταῖς* om. *M, G.* 9 *καὶ τὰ*] *κατὰ M, G.* 10 *ἴσων τῶν M, G, ἴσα τῶν C.* 13 *τοῦτο M, G.*

χωρία λόγον πρὸς ἄλληλα. ἐνταῦθα δέ — οὐ γὰρ ἦν ἀναλογίᾳ χρῆσθαι μηδέπω διδάξαντα περὶ αὐτῆς — ἀρκεῖται τῇ ἰσότητι μόνῃ, καὶ ταύτην ἐκ τῆς ἰσότητος ἢ ταυτότητος τῶν βάσεων συλλογίζεται. ἐν ἑνὶ δ' οὖν ἐκείνῳ τὰ τέτταρα ταῦτα θεωρήματα περιέχεται, οὐ μόνον ὅτι διὰ μιᾶς ἀποδείξεως δείκνυσιν, ὅσα ἐν τοῖς τέτρασιν περιέχεται τούτοις, ἀλλ' ὅτι καὶ πλέον τι προστίθησιν τὴν ταυτότητα τῶν λόγων, κἂν ἄνισοι αἱ ‖ βάσεις ὦσι.

Ταῦτα περὶ τούτων· | ὅτι δὲ καὶ τοῦτο πολύπτωτόν ἐστι τὸ θεώρημα καὶ δυνατὸν τὰς βάσεις τὰς τῶν τριγώνων ἢ ταὐτὸν μέρος ἐχούσας λαμβάνειν, ὡς ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων, ἢ μηδενὶ μὲν κοινῷ μέρει χρωμένας, καθ' ἓν δὲ σημεῖον ἀλλήλαις συναπτούσας, ἢ καὶ πάντῃ κεχωρισμένας, ὥστε εἶναι μεταξὺ γραμμήν, δῆλόν ἐστι τοῖς καὶ μικρὰ συνεῖναι δυναμένοις, καὶ ὅτι κατὰ πάσας τὰς πτώσεις, ὅπως ἂν ἔχῃ τὰς βάσεις κειμένας ἢ τὰς κορυφάς, ἡ αὐτὴ μέθοδος, ἄγειν παραλλήλους ταῖς πλευραῖς καὶ ποιεῖν ἑκάτερον τῶν τριγώνων [παραλληλόγραμμον καὶ διὰ τούτων τὴν τῶν τριγώνων] ἰσότητα κατασκευάζειν.

6 *ὑποδείξεως* *C*. 7 *τελεόν* *G*, *πλέον* B_3, *C*, 'plus' *Z*, 'plus' et in margine 'omnino vel perfectum' *B*. 13 *μέρει* om. *G*, add. *C*. 16 *καὶ* ante *μικρὰ* om. *G*, add. *C*. 20—21 *παραλληλόγραμμον . . . τριγώνων* om. *M*, B_3, *G*. 'et efficiendi quod utrumque triangulum aequalitatem efficiat' *Z*, 'et facere utrumque, Triangulorumque aequalitatem ostendere' *B*.

Prop. XXXVIIII, theor. XXVIIII. *Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.*

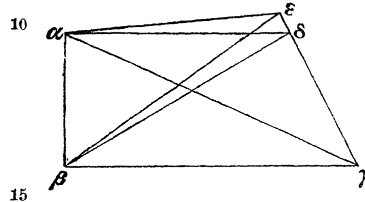
Ὅτε μὲν τὴν ἰσότητα δεικνύναι προὔκειτο, τότε τέτταρα θεωρήματα τὸν ἀριθμὸν ἐποιοῦμεν, δύο μὲν ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων, δύο δὲ ἐπὶ τῶν τριγώνων λαμβάνοντες, ἢ ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἢ ἐπὶ ἴσων κείμενα βάσεων. νυνὶ δὲ ἀντιστρέφοντες τὰ μὲν ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων ἀντιστρέφοντα παρήκαμεν, τὰ δὲ ἐπὶ τῶν τριγώνων μνήμης ἠξιώσαμεν. αἴτιον δὲ ὅτι τρόπος μὲν τῆς ἀποδείξεως ὁ αὐτὸς καὶ ἐπ' ἐκείνων ἀπαραλλάκτως διὰ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς καὶ τῆς ὁμοίας κατασκευῆς, ἀρκούμεθα δὲ ἐπὶ τῶν ἁπλουστέρων, λέγω δὴ τῶν τριγώνων, ὑποδείξαντες τὴν μέθοδον καταλιπεῖν τοῖς ἀγχινουστέροις καὶ ἐπὶ τῶν ὑπολοίπων τὰ αὐτὰ συλλογίζεσθαι, ἐπεί, ὅτι γε ἡ αὐτὴ καὶ ἐπὶ τούτων μέθοδος, ῥᾴδιον συνιδεῖν. λαβόντες γὰρ παραλληλόγραμμα ἴσα ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως, ἢ καὶ ἐπὶ τῶν ἴσων, ἐροῦμεν ὅτι καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν. εἰ γὰρ μή, ἢ ἐντὸς πεσεῖται θάτερον τῶν ἐν τῷ ἑτέρῳ παραλλήλων ἐκβαλλομένων, ἢ ἐκτός. ὅπως δὲ ἂν πίπτῃ, λαβόντες ἐκεῖνο καὶ τὰς ἐν αὐτῷ παραλλήλους ἐδείξαμεν, ἃ καὶ ἐπὶ τῶν τριγώνων, ὅτι τὸ ὅλον ἴσον ἔσται τῷ ἑαυτοῦ μέρει. τοῦτο δὲ ἀδύνατον.

Ὅτι δὲ εἰκότως ὁ στοιχειωτὴς προσέθηκεν τὸ καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δῆλόν ἐστι (?). μιᾶς γὰρ βάσεως

1 *M* in margine $\overline{λθ}$. 4 *πρόκειται M, G.* 22 *ἂν πίπτῃ*] *ἀντιπίπτῃ M, G.* 27 *δῆλον ὅτι M, G, δῆλον γὰρ ὅτι μιᾶς βάσεως B_3, C,* 'perspicuum est' *Z*, 'manifestum est' *B*.

ἴσα τρίγωνα λαβεῖν δυνατόν, τὸ μὲν ἐπὶ τάδε τὰ μέρη, τὸ δὲ ἐπὶ θάτερα. ἀλλ' οὐ πάντως ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστι ταῦτα παραλλήλοις· οὐδὲ γὰρ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ἐστί.

Τοῦτο μὲν οὖν διὰ τοῦτο || προσέθηκεν. διχῶς δὲ δυνατὸν ὂν ἄγειν τὴν παράλληλον κατὰ τὴν ἄτοπον ὑπόθεσιν αὐτὸς ἤγαγεν ἐντός ἡμεῖς δὲ ἐκτὸς ἀγαγόντες τὰ αὐτὰ δείξομεν. ἔστω γὰρ τὰ αβγ δβγ τρίγωνα ἐπὶ μιᾶς βάσεως καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη. λέγω ὅτι ἐν ταῖς αὐταῖς ἐστι παραλλήλοις καὶ ἡ ἐπὶ τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευχθεῖσα τῇ βάσει παράλληλός ἐστιν. ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ αδ. εἰ δὲ μή ἐστιν αὐτῇ παράλληλος, ἔστω ἡ ταύτης ἐκτὸς ἡ αε. καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ γδε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εβ. ἴσον ἄρα τὸ αβγ τῷ εβγ, ἀλλὰ τὸ αβγ τῷ δβγ. τὸ ἄρα εβγ τῷ δβγ ἴσον, τῷ μέρει τὸ ὅλον· ἀλλὰ ἀδυνατόν· οὐκ ἄρα ἔξω πεσεῖται τῆς αδ ἡ παράλληλος· δέδεικται δὲ ὅτι οὐδὲ ἐντὸς παρὰ τῷ στοιχειωτῇ· αὐτὴ ἄρα ἐστὶν ἡ αδ τῇ βγ παράλληλος· ἐν ταῖς αὐταῖς ἄρα παραλλήλοις ἐστὶ τὰ ἴσα τρίγωνα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.



Καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ὄντα παραλλήλοις ἀποδέδεικται μὲν δὴ καὶ τὸ λοιπόν μέρος τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγω-

2 *ἀλλ' οὐ*] *ἀλλὰ M*, *G*, 'haec tamen' *Z*, 'non omnino' *B*. 22 *αὐτη M*.

γῆς· ἄξιον δὲ ἐπισημήνασθαι ὅτι τριττῆς οὔσης τῆς τῶν θεωρημάτων ἀντιστροφῆς — ἢ γὰρ ὅλον ἀντιστρέφει πρὸς ὅλον, ὡς τὸ ὀκτωκαιδέκατον καὶ ἐννεακαιδέκατον εἴπομεν, ἢ ὅλον πρὸς μέρος, ὡς τὸ ἕκτον καὶ πέμπτον, ἢ μέρος πρὸς μέρος, ὡς τὸ ὄγδοον καὶ τέταρτον. οὐ γὰρ ὅλον τὸ δεδειγμένον ἐν θατέρῳ ζητούμενόν ἐστιν ἐν θατέρῳ, οὐδὲ τὸ ζητούμενον δεδομένον, ἀλλὰ μέρος — ἔοικεν δὲ (?) *τοιαῦτα εἶναι καὶ ταῦτα τὰ θεωρήματα ἐπὶ τῶν τριγώνων. ἦν γὰρ τὸ ζητούμενον ἐν τοῖς πρὸ τούτων ἴσα εἶναι τὰ τρίγωνα. τοῦτο δὲ οὐ μόνον ἐστὶ δεδομένον ἐν τούτοις, μέρος προσλαβὸν τῆς ἐν ἐκείνοις ὑποθέσεως. τὸ γὰρ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εἶναι βάσεως, ἢ ἐπὶ ἴσων, καὶ ἐπὶ τούτων δέδοται καὶ ἐπ' ἐκείνων, πλὴν ὅτι προσέθηκεν ἐν ταύταις ταῖς ὑποθέσεσιν, οὐ μὴν ἐν ἐκείνοις, μήτε ζητούμενον, μήτε δεδομένον· τὸ γὰρ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἔξωθεν προσείληπται.*

‖ Prop. XL, theor. XXX. *Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστί.*

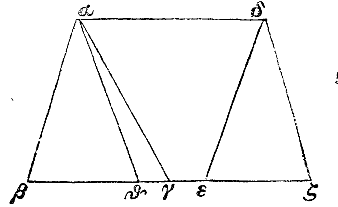
Καὶ ὁ τρόπος τῆς ἀντιστροφῆς ὁ αὐτὸς ἐπὶ τούτου καὶ ἡ ἀπόδειξις ἀπαράλλακτος καὶ τὸ παραλελειμμένον τῷ στοιχειωτῇ τῆς εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγῆς ὡσαύτως ἀποδείκνυται. καὶ οὐδὲν δεῖ τὰ αὐτὰ ἀνακυκλεῖν. τριῶν δὲ ὄντων τούτων ἐν ταῖς εἰρημέναις

5 *μέρος πρὸς μέρος*] *ὅλον πρὸς μέρος* *M*, B_3, *G* (*Z*), 'pars ad partem' *B*. 8 *καὶ τοιαῦτα τὰ θεωρ.* *C*. 17 *προείληπται* *G*, *προσείληπται* *C*. ‖ Propositionem quadragesimam nullo interpunctionis signo posito post *προσείληπται* addunt *M*, *G*.

προτάσεσι, τοῦ ἐπὶ ἴσων εἶναι βάσεων ἢ τῶν αὐτῶν, τοῦ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, [τοῦ ἴσα εἶναι τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα], δῆλον ὅτι δύο συμπλέκοντες ἀεί, τὸ δὲ ἓν καταλείποντες ποικίλως ἀντιστρέφομεν. ἢ γὰρ τὰς βάσεις ὑποθησόμεθα τὰς αὐτὰς ἢ ἴσας καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, καὶ ποιήσομεν τέσσαρα θεωρήματα, ἢ ἴσα ληψόμεθα αὐτὰ καὶ τὰς βάσεις τὰς αὐτὰς ἢ ἴσας, καὶ ποιήσομεν ἄλλα τέτταρα — ὧν τὰ μὲν δύο παρῆκεν ὁ στοιχειωτής, τὰ ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων, τὰ δὲ δύο ἔδειξεν τὰ ἐπὶ τῶν τριγώνων — ἢ καὶ ἴσα λαβόντες καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις δείξομεν τὸ λοιπόν, ἢ ὅτι ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἐστιν ἢ τῶν ἴσων | βάσεων, καὶ ποιήσομεν ἄλλα τέτταρα, ἃ δὴ καὶ πάντη παρῆκεν ὁ στοιχειωτής· καὶ γὰρ ἐπὶ τούτων ἡ αὐτὴ ἀπόδειξις, πλὴν ὅσον τούτων τῶν τεττάρων τὰ δύο οὐκ ἔστι καθ' ἑαυτὸ ἀληθῆ. οὐ γὰρ τὰ ἴσα παραλληλόγραμμα ἢ τρίγωνα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ὄντα παραλλήλοις ἐξ ἀνάγκης ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως, ἀλλὰ τὸ ὅλον τοῦτο ἐπὶ τούτων τῶν ὑποθέσεων ἀληθές, ὅτι ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἐστι βάσεων ἢ ἐπὶ τῶν ἴσων, τὸ δὲ ἕτερον οὐκ ἐκ παντὸς ἕπεται ταῖς ληφθείσαις ὑποθέσεσιν. ὥστε δέκα ὄντων τῶν πάντων θεωρημάτων ἓξ μὲν ὁ γεωμέτρης ἀνέγραψεν, τέσσαρα δὲ παρῆκεν, ἵνα μὴ πάλιν [τὰ αὐτὰ λέγοι] τῆς αὐτῆς οὔσης ἀποδείξεως. δεικνύσθω γὰρ ἐπὶ τῶν τριγώνων

2—3 *τοῦ ἴσα . . . παραλληλόγραμμα* om. *M*, B_3, *G* (*Z*), 'et aequalia esse Triangula et Parallelogramma' *B*. 3 *ἄδηλον* *M*, B_3, *G*, 'innotum' *Z*, 'manifestum' *B*. 6 *ἢ ἴσα* *M*, *G*. 18 *ἐν*] *ὅσα* *G*, *ἐν* *C*. 25 *τὰ αὐτὰ λέγοι*] *λόγω* *M*, * *λόγῳ* *G*, *πξϊ μοτῆ* B_3, idem dicat' *Z*, 'eadem ratione frustra laboret' *B*.

ὅτι, ἐὰν ἴσα ᾖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἢ ἐπὶ τῶν αὐτῶν ἔσται βάσεων, ἢ ἐπὶ ἴσων. μὴ γάρ· ἀλλ' εἰ δυνατόν, ἔστω τὰ αβγ δεζ τρίγωνα οὕτως ἔχοντα ἐπὶ ἀνίσων βάσεων τῶν βγ εζ, καὶ ‖ ἔστω μείζων ἡ βγ, καὶ ἀφῃρήσθω ἡ βθ ἴση τῇ εζ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αθ. ἐπεὶ οὖν τὰ αβθ δεζ ἐπὶ ἴσων ἐστὶ βάσεων τῶν βθ εζ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, [ἴσα] ἄρα ἐστίν· ἀλλὰ καὶ τὰ αβγ δεζ ἴσα ὑπόκειται· τὰ ἄρα αβγ αβθ ἴσα ἔσται, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἄνισοι αἱ βάσεις τῶν αβγ δεζ τριγώνων. ὁ δὲ αὐτὸς τρόπος τῆς ἀποδείξεως ἔσται καὶ ἐπὶ τῶν παραλληλογράμμων. ἐπεὶ οὖν καὶ ἡ μέθοδος τῆς δείξεως ἡ αὐτὴ καὶ τὸ ἀδύνατον τὸ αὐτό, ὅτι τὸ ὅλον τῷ μέρει ἴσον, εἰκότως ὑπὸ τοῦ στοιχειωτοῦ παραλέλειπται. εἴρηται οὖν ὅτι δέκα θεωρήματα ἐξ ἀνάγκης, καὶ τίνα τὰ παραλελειμμένα, καὶ τίς ἡ αἰτία τῆς τούτων ἀποσιωπήσεως. ἀλλ' ἐπὶ τὰ ἐφεξῆς τούτοις μεταβαίνωμεν.



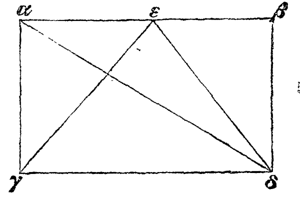
11 ἴσα ante ἄρα om. *M*, *G* (*Z*), 'aequalia' *B*. 12 ἔστι *C*. 19 παραλελεγμένα *M*, *C*. 20 μεταβαίνομεν *M*, *G*, 'transeamus' *Z*, *B*.

Prop. XLI, theor. XXXI. *Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιόν ἐστι τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.*

Ἐστὶ μὲν δὴ καὶ το θεώρημα τοῦτο τοπικόν, μίγνυσι δὲ τριγώνων καὶ παραλληλογράμμων συστάσεις ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος κειμένων. ὥσπερ οὖν τὰ παραλληλόγραμμα χωρὶς ἐθεασάμεθα καὶ αὖ πάλιν τὰ τρίγωνα, οὕτω καὶ ἅμα ἀμφότερα λαβόντες ταὐτὸν ἐκείνοις πεπονθότα τὸν λόγον, ὃν ἔχει πρὸς ἄλληλα, θεωρήσωμεν. ἐπ' ἐκείνων μὲν οὖν ὁ τῆς ἰσότητος ἀναφαίνεται λόγος — πάντα γὰρ ἴσα ἀλλήλοις τὰ ἐπὶ τῶν αὐτῶν βάσεων, εἴτε τρίγωνα, εἴτε παραλληλόγραμμα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς ὄντα παραλλήλοις — ἐπὶ δὲ τούτων ὁ πρώτιστος δείκνυται τῶν ἀνίσων ὁ διπλάσιος. τὸ γὰρ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου διπλάσιον ἀποδείκνυσι τῆς αὐτῆς οὔσης βάσεως καὶ ὕψους τοῦ αὐτοῦ. ἀλλ' ὁ μὲν στοιχειωτὴς τὴν τοῦ τριγώνου κορυφὴν ἐκτὸς ὑποθέμενος τοῦ παραλληλογράμμου τὸ προκείμενον ἔδειξεν, ἡμεῖς δὲ ἐπὶ τῆς ἑτέρας αὐτὴν λαβόντες τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶς, τῆς παραλλήλου τῇ κοινῇ αὐτῶν βάσει, τὸ αὐτὸ ἀποδείξομεν. δύο γὰρ αὗται τοῦ θεωρήματός εἰσι πτώσεις, ἐπειδὴ τῆς αὐτῆς βάσεως οὔσης ἀμφοῖν ἢ ἐντὸς τοῦ παραλληλογράμμου τὴν κορυφὴν ἔχειν ἀνάγκη τὸ τρίγωνον ἢ ἐκτός. ἔστω οὖν παραλληλό-

1 *M* in margine $\overline{\lambda\vartheta}$. 9 *ἅμα* om. *M*, *G* (*Z*), add. *C*, 'simul . . . utraque' *B*. 10 *ἔχῃ* *G*, *ἔχει* *C*.

γραμμον τὸ αβγδ καὶ τρίγωνον τὸ εγδ, καὶ κείσθω τὸ ε μεταξὺ τοῦ α καὶ β, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αδ. ἐπεὶ οὖν ‖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ αγδ διπλάσιον, τὸ δὲ αδγ ἴσον τῷ εδγ τριγώνῳ, τὸ ἄρα παραλληλόγραμμον τοῦ εγδ τριγώνου διπλάσιον.



Ὅτι μὲν οὖν τῆς αὐτῆς οὔσης βάσεως δείκνυται τοῦ τριγώνου τὸ παραλληλόγραμμον διπλάσιον δῆλον. κἂν ἴσαι δὲ ὦσιν αἱ βάσεις, ὡσαύτως δειχθήσεται διάμετρον ἡμῶν ἀγαγόντων τῶν παραλληλογράμμων. τῶν γὰρ τριγώνων ἴσων ὄντων τὸ θατέρου διπλάσιον ἔσται καὶ τοῦ λοιποῦ διπλάσιον. τὰ δὲ τρίγωνα ἴσα διὰ τὴν ἰσότητα τῶν βάσεων καὶ τὴν ταυτότητα τοῦ ὕψους. εἰκότως οὖν καὶ ταῦτα παρῆκεν ὁ γεωμέτρης· ἡ αὐτὴ γὰρ [ἡ] ἀπόδειξις. ἢ γὰρ ταὐτὸν μέρος ἕξουσιν, ἢ κατὰ σημεῖον μόνον συναφθήσονται, ἢ κεχωρισμέναι ἔσονται ἀπ' ἀλλήλων. ὅπως δ' ἂν ταῦτα διαποικίλληται, μία ἡ ἀπόδειξις κατὰ πάσας τὰς πτώσεις.

Καὶ μὴν καὶ τὰ ἀντιστρέφοντα τῷ θεωρήματι ὡσαύτως ἀποδείξομεν, ὧν ἓν μέν ἐστιν· ἐὰν τριγώνου παραλληλόγραμμον διπλάσιον ᾖ καὶ τὴν αὐτὴν ἔχῃ βάσιν ἀλλήλοις, ἢ ἴσας, εἰ δὲ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἐν

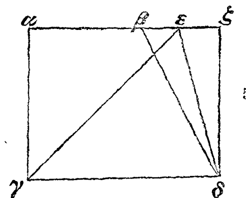
12 παραλληλογράμμων] 'Parallelogrammi' et in margine 'Parallelogrammorum' *B*. 13 τὸ θάτερον *G*, τοῦ θατέρου *C*. 17 ἡ ante ἀπόδειξις om. *M*, *G*. 18 συναχθήσονται *C*. 20 διαποικίλλεται *M*, *G*. 25 'si autem' in marginem reiecit *B*.

ταῖς αὐταῖς ἔσται παραλλήλοις — εἰ γὰρ μή, τὸ ὅλον ἴσον ἔσται τῷ μέρει, καὶ ὁ αὐτὸς ἕξει (?) λόγος. ἀνάγκη γὰρ ἢ ἐπὶ τῶν παραλλήλων πίπτειν τὴν τοῦ τριγώνου κορυφήν, ἢ ἐκτός. ὁποτέρως δ' ἂν ἔχῃ, τὸ αὐτὸ ἀδύνατον ἀχθείσης παραλλήλου τῇ βάσει διὰ τῆς τοῦ τριγώνου κορυφῆς — ἕτερον δέ· ἐὰν τριγώνου παραλληλόγραμμον διπλάσιον ᾖ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἀμφότερα ἐπὶ μιᾶς ἔσται βάσεως ἢ ἐπὶ ἴσων· εἰ γὰρ ἐπὶ ἀνίσων, ἴσας λαβόντες πᾶν τὸ ὅλον μέρει δείξομεν ἴσον. εἰς οὖν τοῦτο κοινὸν ἀδύνατον πάντα τελευτᾷ τὰ θεωρήματα. διόπερ ὁ στοιχειωτὴς ἡμῖν παρῆκεν τὴν ἐν τούτοις ποικιλίαν ἀνερευνᾶν αὐτὸς ἐπὶ τῶν ἁπλουστέρων καὶ ἀρχοειδεστέρων στήσας τὴν θεωρίαν.

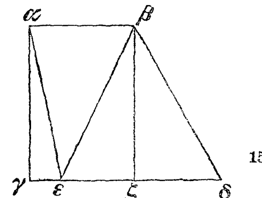
Ἀλλ' ἐπεὶ καὶ ταῦτα ὑπομέμνηται, | φέρε γυμνασίας ἕνεκα μὴ λαβόντες παραλληλόγραμμον ἡμεῖς, ἀλλὰ τραπέζιον, οὗ δύο μόναι εἰσὶ παράλληλοι, τριγώνῳ τὴν αὐτὴν ἔχον βάσιν καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς κείμενον παραλλήλοις, ἴδωμεν, ὃν ἔχει λόγον πρὸς τὸ τρίγωνον. ὅτι μὲν οὖν διπλάσιον οὐχ ἕξει δῆλον — ἦ γὰρ ἂν παραλληλόγραμμον εἴη τετράπλευρόν γε ὄν; — λέγω δὲ ὅτι ἢ μεῖζον διπλασίου ἢ ἔλασσον. τῶν γὰρ δύο ὄντων παραλλήλων πάντως ἡ μέν ἐστι μείζων, ἡ δὲ ἐλάσσων, ἐπεὶ ἴσων ‖ οὐσῶν καὶ αἱ ἐπιζευγνύουσαι αὐτὰς ἔσονται παράλληλοι. ἂν μὲν οὖν τὸ τρίγωνον τὴν μείζονα ἔχῃ βάσιν, ἔλασσον ἢ διπλά-

2 *ἕξηι M*, *ἕξει* B_3, *G*, 'erit' *Z*, 'vigebit' *B*. 4 *ἂν* om. *G*, add. *C*. 7 *παραλληλόγραμμος M, G*. 10 *μέρη δείξομεν M*, *μέρει δείξωμεν G*, *τῷ μέρει δείξομεν C*. ‖ *εἰ G*, *εἰς C*.
13 *συστήσας C*, 'contraxerit' et in margine 'stiterit' *B*.
19 *εἴδωμεν M, G*, 'contemplemur' *Z*, 'videamus' *B*. 21 *γε τε ὄν M, G*. 24 *καὶ αἱ*] *καὶ M, C*, *καὶ καὶ G*.

σιον ἔσται τοῦ τριγώνου τὸ τετράπλευρον, ἐὰν δὲ τὴν ἐλάσσονα, μεῖζον. ἔστω γὰρ τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ τετράπλευρον καὶ ἐλάσσων ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῆς $\overline{\gamma\delta}$, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ $\overline{\alpha\beta}$ εἰς ἄπειρον, καὶ τρίγωνον τὸ $\overline{\varepsilon\gamma\delta}$ τὴν αὐτὴν ἐχέτω βάσιν τῷ τετραπλεύρῳ τὴν $\overline{\gamma\delta}$, καὶ ἤχθω διὰ τοῦ $\overline{\delta}$ τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ παράλληλος ἡ $\overline{\delta\zeta}$. διπλάσιον ἄρα τοῦ $\overline{\varepsilon\gamma\delta}$ τριγώνου τὸ $\overline{\alpha\gamma\delta\zeta}$ παραλληλόγραμμον, ὥστε τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ τετράπλευρον ἔλασσον ἢ διπλάσιον.



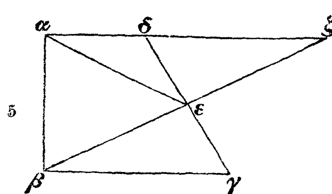
πάλιν ἐχέτω τὸ τρίγωνον βάσιν τὴν $\overline{\alpha\beta}$, καὶ παράλληλος τῇ $\overline{\alpha\gamma}$ ἡ $\overline{\beta\zeta}$· τὸ ἄρα $\overline{\alpha\beta\gamma\zeta}$ διπλάσιον τοῦ τριγώνου, ὥστε τὸ $\overline{\alpha\beta\gamma\delta}$ τετράπλευρον μεῖζον ἢ διπλάσιον. τούτων δὴ δεδειγμένων λέγομεν ὅτι τετραπλεύρου ὄντος,



οὗ δύο μόνον αἱ ἀπεναντίον παράλληλοι, ἐὰν μὲν ἀπὸ τῆς ἑτέρας τῶν παραλλήλων δίχα τμηθείσης ἐπὶ τὴν λοιπὴν ἐπιζευχθῶσιν εὐθεῖαι, τοῦ γινομένου τριγώνου ἢ μεῖζόν ἐστι τὸ τετράπλευρον ἢ διπλάσιον, ἢ ἔλασσον, εἰ δὲ ἀπὸ τῆς ἑτέρας τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς παραλλήλους δίχα τμηθείσης ἐπὶ τὴν ἑτέραν εὐθεῖαί τινες ἐπιζευχθεῖεν, τοῦ γινομένου τριγώνου τὸ τετράπλευρον πάντως διπλάσιόν ἐστιν. τοῦτο οὖν δεικνύ-

1 *ἔστω* C. 18 *εἰ μὲν* M, G. 19 *ἐπὶ τῆς ἑτέρας* M, G. 22 *ἐξευγνυουσῶν* M, *ζευγνυουσῶν* G.

σθω. ἔστω δὴ τετράπλευρον τὸ αβγδ καὶ παράλληλος ἐν αὐτῷ ἡ αδ [τῇ] γβ, καὶ τεμνέσθω δίχα ἡ δγ κατὰ τὸ ε, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ εα εβ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ βε καὶ συμπιπτέτω τῇ αδ κατὰ τὸ ζ. ἐπεὶ οὖν αἱ κατὰ τὸ ε γωνίαι ἴσαι — κατὰ κορυφὴν γάρ — καὶ ἡ ὑπὸ ζδε τῇ ὑπὸ βγε, ἔσται καὶ ἡ ζε τῇ εβ ἴση καὶ τὸ δεζ τρίγωνον τῷ βγε ἴσον. κοινὸν προσκείσθω τὸ αδε. ὅλον ἄρα τὸ αζε ἴσον τοῖς δύο τοῖς αδε βγε. ἀλλὰ τὸ αεζ ἴσον τῷ αεβ — ἐπὶ γὰρ ἴσων βάσεων, τῶν βε εζ, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις. τὸ ἄρα αεβ ἴσον τοῖς αδε * * *



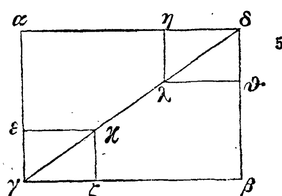
[‖ Prop. XLII, probl. XI. *Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.*

‖ Prop. XLIII, theor. XXXII. *Παντὸς παραλληλογράμμου τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα ἴσα ἀλλήλοις ἐστίν.*]

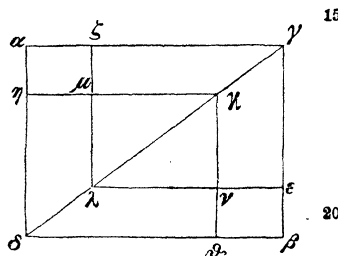
* * * παραλληλόγραμμα μὴ συνάπτειν ἀλλήλοις

2 *ἐν αὐτῆς G, ἐν αὐτῷ C.* 14—22 Finis commentarii in propositionem XLI^am^, commentarius in propositionem XLII^am^, initium commentarii in propositionem XLIII^am^ desunt in *M*,

καθ' ἓν σημεῖον. ὅτι δὴ καὶ τὰ παραπληρώματα οὐκ ἔστι τετράπλευρα, δεῖ καὶ ταύτην ἐκθέμενον τὴν πτῶσιν ἰδεῖν τὸ αὐτο συμβαῖνον. ἔστω γὰρ παραλληλόγραμμα τῷ αβ παραλληλογράμμῳ περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον τὰ γκ δλ, μεταξὺ δὲ αὐτῶν ἡ κλ εὐθεῖα τῆς διαμέτρου μέρος οὖσα. πάλιν οὖν τὰ αὐτὰ ἐρεῖς· τὸ αγδ



τρίγωνον ἴσον τῷ βγδ καὶ τὸ εγκ τῷ κγζ καὶ τὸ δηλ τῷ δθλ. λοιπὸν ἄρα τὸ αηλκε πεντάπλευρον ‖ ἴσον τῷ βζκλθ πενταπλεύρῳ. ταῦτα δὲ ἦν τὰ παραπληρώματα. εἰ δὲ μήτε συνάπτοιτο τὰ παραλληλόγραμμα κατὰ σημεῖον, μήτε διεστῶτα εἴη, ἀλλὰ τέμνοντα ἄλληλα, ἡ αὐτὴ καὶ οὕτως ἀπόδειξις. ἔστω γὰρ παραλληλόγραμμον τὸ αβ καὶ διάμετρος ἡ γδ καὶ παραλληλόγραμμα περὶ αὐτὴν ἓν μὲν τὸ εγξλ, ἕτερον δὲ καὶ τέμνον



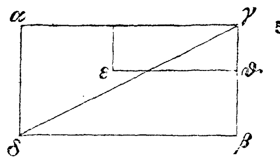
B_3, *G* atque in omnibus qui noti sunt codicibus. In *M*, B_3, *G* signa αδε (αδβ B_3) statim sequitur vox *παραλληλόγραμμα*. *Z* contextum perinde continuat, ac si deesse permulta non perspexerit. *B* lacunam explet (pag. 256—262) et supplemento in uno solo exemplari invento, quod ignotus quidam homo commentario in XLI[am] propositionem addidit, et deliberationibus quae desiderantur in fine XLI[ae] et ab initio XLIII[ae] propositionis recensentibus. XLII[am] enim propositionem alias se interpretaturum esse promittit. 1 *ἡσθὲν G, καθ' ἓν C.* 3 *τῷ αὐτῷ C.* ‖ *παραλληλόγραμμον M, G.* 14 *τέμνονται C.*

τοῦτο τὸ δηκθ. λέγω ὅτι τὰ ζη εθ παραπληρώματα ἴσα ἐστίν. ἐπεὶ γὰρ ὅλον τὸ δηκ ἴσον τῷ δθκ, ἐστὶν δὲ καὶ μέρος αὐτοῦ τὸ κλμ ἴσον τῷ κλν — παραλληλόγραμμον γάρ ἐστι τὸ λκ — λοιπὸν ἄρα τὸ δλνθ τραπέζιον ἴσον τῷ [δλμη τραπεζίῳ. ἀλλὰ καὶ τὸ] αδγ τρίγωνον ἴσον τῷ βδγ, καὶ τὸ ζγλ τῷ εγλ ἐν τῷ εζ παραλληλογράμμῳ, καὶ τραπέζιον τὸ δημλ τῷ δθνλ, λοιπὸν ἄρα τὸ ηζ τετράπλευρον ἴσον τῷ εθ τετραπλεύρῳ. δέδεικται ἄρα τὸ θεώρημα κατὰ πάσας τὰς πτώσεις. εἰσὶ δὲ τρεῖς μόνοι καὶ οὔτε πλείους οὔτε ἐλάσσους. τὰ γὰρ παραλληλόγραμμα τὰ περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον ἢ τεμεῖ ἄλληλα, ἢ κατὰ σημεῖον ἅψεται ἀλλήλων ἢ διεστῶτα ἔσται μέρει τινὶ τῆς διαμέτρου.

Τὸ δὲ ὄνομα τῶν παραπληρωμάτων ἀπ᾽ αὐτοῦ τοῦ πράγματος ἔλαβεν ὁ στοιχειωτὴς ὡς καὶ τούτων παρὰ τὰ δύο παραλληλόγραμμα συμπληρούντων τὸ ὅλον. διόπερ αὐτὸ καθ᾽ αὐτὸ μνήμης ἐν τοῖς ὅροις οὐκ ἠξίωται. ποικιλίας γὰρ ἔδει πρὸς τὴν σαφήνειαν, ἵνα γνῶμεν, τί παραλληλόγραμμον, καὶ τίνα τὰ περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρον τῷ ὅλῳ. τούτων γὰρ σαφηνισθέντων καὶ τὶ παραπλήρωμα μόνως ἂν ἐγένετο γνώριμον. ἐστὶν δὲ ἐκεῖνα τῶν παραλληλογράμμων περὶ διάμετρον τὴν αὐτήν, ὅσα μέρος τῆς ὅλης δια-

5 *δλμη . . . καὶ τὸ* om. *M*, B_3, *G* (*Z*), ʻdlmg Trapezio est aequale. Verum' *B*. 12 *τελεῖα G*, *τεμεῖ C*. ‖ *κατὰ τὸ σημεῖον C*. 13 *τῆς ἀμέτρου M*, *G*. 15 In *M* in margine: *ση. τίνα καλοῦσιν οἱ γεωμέτραι παραπληρώματα καὶ πόθεν αὐτὰ καὶ διὰ τί οὕτως ὀνομάζουσιν.*

μέτρου καὶ αὐτῶν ἔχει διάμετρον, ὅσα δὲ μή, οὔ. ὅταν γὰρ ἡ τοῖ ὅλου διάμετρος τῶν πλευρῶν τινα τέμνῃ τοῦ ἐντὸς παραλληλογράμμου, τότε οὐκ ἔστιν τῷ ὅλῳ τοῦτο τὸ παραλληλόγραμμον περὶ διάμετρον τὴν αὐτήν, οἷον ὡς ἐν τῷ $\overline{\alpha\beta}$ παραλληλογράμμῳ ἡ $\overline{\gamma\delta}$ τέμνει τοῦ $\overline{\gamma\varepsilon}$ παραλληλογράμμου τὴν $\overline{\varepsilon\vartheta}$ πλευράν. τὸ οὖν $\overline{\varepsilon\gamma}$ τῷ $\overline{\gamma\delta}$ περὶ τὴν αὐτὴν οὐκ ἔστιν διάμετρον.



Prop. XLIIII, probl. XII. || | *Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν γωνίᾳ, ἥ ἐστιν ἴση τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

Ἔστι μὲν ἀρχαῖα, φασὶν οἱ περὶ τὸν Εὔδημον, καὶ τῆς τῶν Πυθαγορείων μούσης εὑρήματα ταῦτα, ἥτε παραβολὴ τῶν χωρίων καὶ ἡ ὑπερβολὴ καὶ ἡ ἔλλειψις. ἀπὸ δὲ τούτων καὶ οἱ νεώτεροι τὰ ὀνόματα λαβόντες μετήγαγον αὐτὰ καὶ ἐπὶ τὰς κωνικὰς λεγομένας γραμμάς, καὶ τούτων τὴν μὲν παραβολήν, τὴν δὲ ὑπερβολὴν καλέσαντες, τὴν δὲ ἔλλειψιν, ἐκείνων τῶν παλαιῶν καὶ θείων ἀνδρῶν ἐν ἐπιπέδῳ καταγραφῇ χωρίων πρὸς εὐθεῖαν ὡρισμένην τὰ ὑπὸ τούτων σημαινόμενα τῶν ὀνομάτων ὁρώντων. ὅταν γὰρ

3 τὸ ὅλῳ τοῦτο *M, G*, τῷ ὅλῳ τούτῳ *C*. 11 *M* in margine $\overline{\mu\delta}$. 13 παραλαβεῖν *M, G*. || ἐν γωνίᾳ] 'in Angulo' et in margine 'in dato Angulo rectilineo' *B*. 15 Εστι γὰρ *G*, Εστι μὲν *C*.

εὐθείας ἐκκειμένης τὸ δοθὲν χωρίον πάσῃ τῇ εὐθείᾳ συμπαρατείνῃς, τότε παραβάλλειν ἐκεῖνο τὸ χωρίον φασίν, ὅταν μεῖζον δὲ ποιήσῃς τοῦ χωρίου τὸ μῆκος αὐτῆς τῆς εὐθείας, τότε ὑπερβάλλειν, ὅταν δὲ ἔλασσον, ὡς τοῦ χωρίου γραφέντος εἶναί τι τῆς εὐθείας ἐκτός, τότε ἐλλείπειν. καὶ οὕτως ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ καὶ τῆς ὑπερβολῆς ὁ Εὐκλείδης μνημονεύει καὶ τῆς ἐλλείψεως, ἐνταῦθα δὲ τῆς παραβολῆς ἐδεήθη τῷ δοθέντι τριγώνῳ παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἴσον ἐθέλων παραβαλεῖν [παραλληλόγραμμον?], ἵνα μὴ μόνον σύστασιν ἔχωμεν παραλληλογράμμου τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον, ἀλλὰ καὶ παρ' εὐθεῖαν ὡρισμένην παραβολήν· οἷον τριγώνου δοθέντος τὸ ἐμβαδὸν ἔχοντος δώδεκα ποδῶν, εὐθείας δὲ ἐκκειμένης, ἧς τὸ μῆκός ἐστι τεττάρων ποδῶν, τὸ ἴσον τῷ τριγώνῳ παρὰ τὴν εὐθεῖαν παραβάλλομεν, εἰ λαβόντες τὸ μῆκος ὅλων τῶν τεττάρων ποδῶν εὕρομεν, πόσων εἶναι δεῖ ποδῶν τὸ πλάτος, ἵνα τῷ τριγώνῳ τὸ παραλληλόγραμμον ἴσον γένηται. εὑρόντες γοῦν εἰ τύχοι πλάτος τριῶν ποδῶν καὶ ποιήσαντες τὸ μῆκος ἐπὶ τὸ πλάτος, τοῦτο δὲ ὀρθῆς οὔσης τῆς ἐκκειμένης γωνίας, ἕξομεν τὸ χωρίον.

Τοιοῦτον μὲν δή τι τὸ παραβάλλειν ἐστὶν ἄνωθεν ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων παραδεδομένον. τρία δέ ἐστιν ἐν τῷ προβλήματι τούτῳ τὰ δεδομένα· εὐθεῖα, παρ' ἣν δεῖ παραβάλλειν, ὡς ὅλην αὐτοῦ τοῦ χωρίου γενέσθαι πλευράν, καὶ τρίγωνον, ᾧ ἴσον εἶναι δεῖ τὸ

2 συμπαρατείνεις. τότε παραβαλλεῖν *M*, συμπαραβαλεῖν *G*, συμπαρατείνοις, τότε παραβάλλειν *C*. 6 ἐκλείπειν *G*. 10 παραλληλόγραμμον om. *M*, B_3, *G* (*Z*), 'Parallelogrammum' *B*. Equidem scribendum esse puto τὸ ἴσον ἐθέλων παραβαλεῖν ut infra in linea 15 τὸ ἴσον est scriptum. 16 παραβαλλόμενον *C*. ‖ εἰ] ἢ *M*, ἢ *G*, 'vel' *Z*, 'si' *B*. ‖ ὅλον *C*.

παραβαλλόμενον, καὶ γωνία, ᾗ ἴσην εἶναι [δεῖ] τὴν τοῦ χωρίου γωνίαν. καὶ δῆλον πάλιν ὡς ὀρθῆς μὲν οὔσης τῆς γωνίας τὸ παραβαλλόμενον ἢ τετράγωνον ἢ ἑτερόμηκες ἔσται, ὀξείας δὲ ἢ ἀμβλείας || ἢ ῥόμβος τὸ χωρίον ἢ ῥομβοειδές. ὅτι γε μὴν καὶ τὴν εὐθεῖαν εἶναι δεῖ πεπερασμένην φανερόν. οὐ γὰρ δύναται παρὰ τὴν ἄπειρον. ἅμα οὖν τῷ φάναι παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν ἐδήλωσεν ὅτι καὶ πεπεράνθαι ἀνάγκη τὴν εὐθεῖαν.

Χρῆται δὲ εἰς τὴν κατασκευὴν τοῦ προβλήματος τούτου τῇ συστάσει τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ ἴσου τῷ δοθέντι τριγώνῳ. οὐ γὰρ ταὐτὸν παραβολὴ καὶ σύστασις, καθὼς εἴπομεν, ἀλλ' ἡ μὲν ὅλον ὑφίστησι τὸ χωρίον καὶ αὐτὸ καὶ τὰς πλευρὰς ἁπάσας, ἡ δὲ μίαν ἔχουσα πλευρὰν δεδομένην παρὰ ταύτην ὑφίστησι τὸ χωρίον, οὔτε ἐλλείπουσα κατὰ τὴν ἔκτασιν ταύτην, οὔτε ὑπερβάλλουσα, ἀλλὰ μιᾷ πλευρᾷ ταύτῃ χρωμένη περιεχούσῃ τὸ ἐμβαδόν. διὰ τί οὖν, φαίης ἄν, ὅτε μὲν τρίγωνα τριγώνοις ἴσα ἐδείκνυ, θεωρήμασιν ἐχρῆτο, ὅτε δὲ τρίγωνα παραλληλογράμμοις, προβλήμασιν; ὅτι, φήσομεν, ἡ ἰσότης ὁμοειδῶν ὄντων αὐτοφυής ἐστι καὶ ἐπιβλέψεως δεομένη μόνης, τῶν δὲ διὰ τὴν κατ' εἶδος ἐξαλλαγὴν ἡ ἰσότης γενέσεως δεῖται καὶ μηχανῆς ὡς καθ' ἑαυτὴν οὖσα δυσεύρετος.

1 *δεῖ* om. *M*, B_3, *G*. 'exdediens est' *Z*, 'oportet' *B*. 13 *καθὼς*] *καὶ ὡς M*, *G*, 'nam sicut et' *Z*, 'uti' *B*. || *ἀλλ' ἡ*] *ἄλλη M*, *G*, 'una' *Z*, 'verum haec' *B*. 14 *ἡ δὲ μίαν*] *μίαν δὲ M*, *G*, 'unum vero' *Z*, 'illa vero' *B*. 16 *ἔκστασιν C*. 23 *τῆς γενέσεως C*.

Prop. XLV, probl. XIII. *Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

Δύο προβλημάτων, ἐν οἷς τήν τε σύστασιν εὕρισκε καὶ τὴν παραβολὴν τῶν ἴσων τῷ δοθέντι τριγώνῳ παραλληλογράμμων, τοῦτο καθολικώτερόν ἐστιν. εἴτε γὰρ τρίγωνον ἢ τετράγωνον ἢ ὅλως τετράπλευρον, εἴτε ἄλλο τι πολύπλευρον εἴη δεδομένον, διὰ τούτου τοῦ προβλήματος ἴσον αὐτῷ παραλληλόγραμμον συστήσομεν. πᾶν γὰρ εὐθύγραμμον, ὡς καὶ πρότερον εἴπομεν, καθ' αὑτὸ εἰς τρίγωνα διαλύεται, καὶ τὴν μέθοδον τῆς εὑρέσεως τοῦ πλήθους τῶν τριγώνων παραδεδώκαμεν. ἀναλύσαντες οὖν τὸ δοθὲν εὐθύγραμμον εἰς τρίγωνα ‖ καὶ ἑνὶ μὲν αὐτῶν ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσαντες, τοῖς δὲ λοιποῖς παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἴσα παραλληλόγραμμα λαμβάνοντες ἐκείνην, παρ' ἣν ἐποιήσαμεν τὴν πρώτην παραβολήν, ἕξομεν τὸ ἐκ τούτων παραλληλόγραμμον ἴσον τῷ ἐξ ἐκείνων τῶν τριγώνων εὐθυγράμμῳ, καὶ ἔσται γεγονὸς τὸ ἐπιταχθέν. κἂν δεκάκλευρον οὖν ᾖ τὸ εὐθύγραμμον, εἰς ὀκτὼ μὲν τρίγωνα διαλύσομεν, ἑνὶ δὲ ἴσον συστήσομεν παραλληλόγραμμον καὶ ἑπτάκις παραβάλλοντες ἴσα τοῖς λοιποῖς ἕξομεν τὸ ζητούμενον.

Ἐκ τούτου δὲ οἶμαι τοῦ προβλήματος ἐπα | χθέντες οἱ παλαιοὶ καὶ τὸν τοῦ κύκλου τετραγωνισμὸν ἐζήτησαν. εἰ γὰρ παραλληλόγραμμον ἴσον εὑρίσκεται

1 *M* in margine $\overline{\mu\varepsilon}$ πρβ. 14 *ἴσων M, G.* 15 *συστήσασθαι M, G.* 19 *εὐθυγράμμων M, G.* ‖ *ἔστω M, C.* 21 *διαλύσωμεν M, G.*

παντὶ εὐθυγράμμῳ, ζητήσεως ἄξιον, μὴ καὶ τὰ εὐθύγραμμα τοῖς περιφερογράμμοις ἴσα δεικνύναι δυνατόν. καὶ ὁ Ἀρχιμήδης ἔδειξεν, ὅτι πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ κέντρου ἴση ἐστὶν μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει. ἀλλὰ ταῦτα ἐν ἄλλοις· ἐπὶ δὲ τὰ ἑξῆς ἴωμεν.

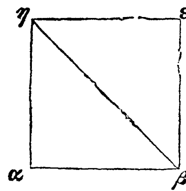
Prop. XLVI, probl. XIIII. Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

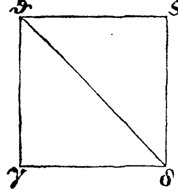
Δεῖται μὲν τοῦ προβλήματος τούτου διαφερόντως εἰς τὴν τοῦ ἐφεξῆς θεωρήματος κατασκευήν, ἔοικεν δὲ τῶν δύο γενέσεις ἐθελῆσαι παραδοῦναι τῶν ἐν εὐθυγράμμῳ ἀρίστων, ἰσοπλεύρου τριγώνου καὶ τετραγώνου· διότι δὴ καὶ πρὸς τὴν σύστασιν τῶν κοσμικῶν σχημάτων καὶ μάλιστα τῶν τεττάρων, ὧν καὶ γένεσίς ἐστι καὶ ἀνάλυσις, τούτων χρεία τῶν εὐθυγράμμων. τὸ μὲν γὰρ εἰκοσάεδρον καὶ ὀκτάεδρον καὶ ἡ πυραμὶς ἐκ τῶν ἰσοπλεύρων σύγκειται τριγώνων, || ὁ δὲ κύβος ἐκ τῶν τετραγώνων. διό μοι δοκεῖ προηγουμένως τὸ μὲν συστήσασθαι, τὸ δὲ ἀναγράψαι. πρέποντα γὰρ δὴ ταῦτα τὰ ὀνόματα ἀνεῦρεν τοῖςδε τοῖς σχήμασι. τὸ μὲν γὰρ ὡς ἐκ πολλῶν συγκροτούμενον συστάσεως δεῖται, τὸ δὲ ὡς ἀπὸ μιᾶς πλευρᾶς ἀπογεννώμενον ἀναγραφῆς. οὐ γάρ, ὥσπερ τὸ τετράγωνον ἔχομεν πολλαπλασιάσαντες τὸν τῆς δοθείσης εὐθείας ἀριθμὸν ἐφ' ἑαυτόν, οὑτωσὶ καὶ τὸ

3 ἐστὶν ἴσος H_2 p. 265. 6 δὲ om. *G*, add. *C*. 7 *M* in margine $\overline{\mu\varsigma}$. 10 ἑξῆς *G*, ἐφεξῆς *C*. 12 ἀορίστων *G*. 18 ὁ δὲ κύβος ἐκ τῶν τετραγώνων om. *G*, add. *C*. || προηγούμενος *C*. 25 οὕτως *C*.

τρίγωνον, [ἀλλ'] ἀλλαχόθεν ἐπιζεύξαντες ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας συγκροτοῦμεν ἐκ τούτων ἓν ἰσόπλευρον τρίγωνον, καὶ ἡ τῶν κύκλων καταγραφὴ συντελεῖ πρὸς τὸ ἀνευρεῖν ἐκεῖνο τὸ σημεῖον, ἀφ' οὗ δεῖ τὰς εὐθείας εἰς τὰ πέρατα τῆς ἐκκειμένης εὐθείας ἐπιζεῦξαι.

Ταῦτα μὲν οὖν δῆλα· δεικτέον δὲ ὅτι τῶν εὐθειῶν ἴσων, ἀφ' ὧν ἀναγράφεται τὰ τετράγωνα, καὶ αὐτὰ ἴσα ἐστίν. ἔστωσαν γὰρ ἴσαι αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$, καὶ ἀπὸ μὲν τῆς $\overline{\alpha\beta}$ ἀναγεγράφθω τὸ $\overline{\alpha\beta\varepsilon\eta}$, ἀπὸ δὲ τῆς $\overline{\gamma\delta}$ τὸ $\overline{\gamma\delta\vartheta\zeta}$, καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ $\overline{\eta\beta}$ $\overline{\vartheta\delta}$.

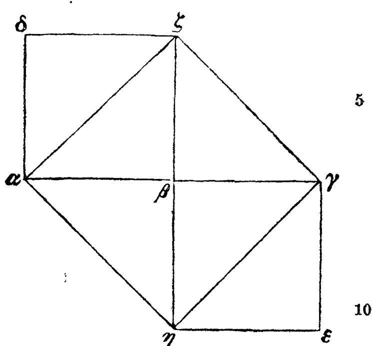




ἐπεὶ οὖν αἱ $\overline{\alpha\beta}$ $\overline{\gamma\delta}$ ἴσαι καὶ αἱ $\overline{\alpha\eta}$ $\overline{\gamma\vartheta}$ καὶ γωνίας ἴσας περιέχουσι, καὶ ἡ $\overline{\eta\beta}$ τῇ $\overline{\vartheta\delta}$ ἴση καὶ τὸ $\overline{\alpha\beta\eta}$ τρίγωνον τῷ $\overline{\gamma\delta\vartheta}$ τριγώνῳ, καὶ τὰ διπλάσια αὐτῶν. τὸ ἄρα $\overline{\alpha\varepsilon}$ τῷ $\overline{\gamma\zeta}$ ἴσον. ἀλλὰ μὴν καὶ τὸ ἀντιστρέφον ἀληθές. εἰ γὰρ τὰ τετράγωνα ἴσα, καὶ αἱ εὐθεῖαι, ἀφ' ὧν ἀναγέγραπται, ἴσαι ἔσονται. ἔστω γὰρ τετράγωνα ἴσα τὰ $\overline{\alpha\zeta}$ $\overline{\gamma\eta}$, καὶ κείσθω ὥστε ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν $\overline{\alpha\beta}$ τῇ $\overline{\beta\gamma}$. ὀρθῶν ἄρα οὐσῶν τῶν γωνιῶν ἐπ' εὐθείας καὶ ἡ $\overline{\zeta\beta}$

1 ἀλλ' om. *M*, *G* (*Z*), 'sed . . . aliunde' *B*. 7 δὲ ὅτι] ἀντὶ *M*, *C*, ὅτε ἀντὶ *G*, 'vero . . . quod' *Z*, 'autem quod' *B*.

τῇ βη ἐστίν. ἐπεζεύχθωσαν αἱ ζγ αη. ἐπεὶ οὖν ἴσον τὸ αζ τετράγωνον τῷ γη καὶ τὸ αζβ τρίγωνον ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ γβη. κοινὸν προσκείσθω τὸ βγζ. ‖ ὅλον ἄρα τὸ αγζ ἴσον τῷ γζη, παράλληλος ἄρα ἡ αη τῇ ζγ. πάλιν ἐπεὶ ἡμισείας ὀρθῆς ἥ τε ὑπὸ αζη καὶ ἡ ὑπὸ γηβ, παράλληλος ἡ αζ τῇ γη. ἴση ἄρα ἡ αζ τῇ γη, παραλληλογράμμου γὰρ εἰσιν ἀπεναντίον. ἐπεὶ οὖν δύο τρίγωνά ἐστιν τὰ αβζ βγη τὰς ἐναλλὰξ ἔχοντα γωνίας ἴσας, παραλλήλων οὐσῶν τῶν αζ γη, καὶ μίαν πλευρὰν τὴν αζ τῇ γη, ἴση ἔσται καὶ ἡ αβ τῇ βγ καὶ ἡ βζ τῇ βη. δέδεικται ἄρα ὅτι καὶ αἱ πλευραί, ἀφ' ὧν ἀναγέγραπται τὰ αζ γη τετράγωνα, ἴσαι εἰσὶν ἐκείνων ἴσων ὄντων.



4 τῷ βγζ *M, C.* 8 πάλιν ἐπὶ *M, G.*

Prop. XLVII, theor. XXXIII.] *Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις* Δ *τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν πλευρῶν τετραγώνοις.*

Τῶν μὲν ἱστορεῖν τὰ ἀρχαῖα βουλομένων ἀκούοντας τὸ θεώρημα τοῦτο εἰς Πυθαγόραν ἀναπεμπόντων ἐστὶν εὑρεῖν καὶ βουθύτην λεγόντων αὐτὸν ἐπὶ τῇ εὑρέσει. ἐγὼ δὲ θαυμάζω μὲν καὶ τοὺς πρώτους ἐπιστάντας τῇ τοῦδε τοῦ θεωρήματος ἀληθείᾳ, μειζόνως δὲ ἄγαμαι τὸν στοιχειωτήν, οὐ μόνον ὅτι δι' ἀποδείξεως ἐναργεστάτης τοῦτο κατεδήσατο, ἀλλ' ὅτι καὶ τὸ καθολικώτερον αὐτοῦ τοῖς ἀνελέγκτοις λόγοις τῆς ἐπιστήμης ἐπίεσεν ἐν τῷ ἕκτῳ βιβλίῳ. δείκνυσι γὰρ ἐν ἐκείνῳ καθολικῶς ὅτι ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τὴν ὀρθὴν γωνίαν [εἶδος ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν] εἴδεσιν τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις. πᾶν μὲν γὰρ τετράγωνον ὅμοιόν ἐστι τετραγώνῳ παντί, οὐ πάντα δὲ τὰ ὅμοια ἀλλήλοις εὐθύγραμμα τετράγωνά ἐστιν, καὶ γὰρ ἐν τριγώνοις καὶ ἐν ἄλλοις ἐστὶ πολυγώνοις ‖ ὁμοιότης. ὁ τοίνυν ἀποδεικνὺς λόγος τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τὴν ὀρθὴν εἶδος, ἢ τετραγωνικὸν εἴτε ἄλλο ὁποιονοῦν, ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τοῖς ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμέ-

1 *M* in margine μζ̄. 2 Δ om. *G.* 3—5 'circa rectum Angulum iacentibus' et in margine 'rectum Angulum comprehendentibus' *B.* 6 ἀκούοντες *M, G.* 8 βουθυτεῖν *G,* βουθύτην *C.* 17 εἶδος . . . γωνίαν om. *M,* B_3, *G; Z* et *B* quae necessaria sunt addunt. 19 μὲν om. *G,* add. *C.*

νοις εἴδεσιν καθολικώτερον δείκνυσι καὶ ἐπιστημονικώτερον τοῦ τὸ τετράγωνον μόνον ἴσον τοῖς τετραγώνοις ἀποφαίνοντος. ἐνταῦθα γὰρ καὶ ἡ αἰτία φανερὰ γίνεται τοῦ καθολικοῦ δειχθέντος, ὅτι ἡ ὀρθότης τῆς γωνίας τὴν ἰσότητα παρέχεται τῷ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης αὐτὴν εἴδει πρὸς πάντα τὰ ἀπὸ τῶν περιεχουσῶν | αὐτὴν τὰ ὅμοια καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα, ὥσπερ ἡ μὲν ἀμβλύτης ὑπεροχῆς, ἡ δὲ ὀξύτης τῆς ἐλαττώσεως.

Ὅπως μὲν οὖν δείκνυται τὸ ἐν τῷ ἕκτῳ θεωρήματι, ἐν ἐκείνοις ἔσται δῆλον, ὅπως δὲ τὸ προκείμενον ἀληθές, νυνὶ σκοπῶμεν, τοσοῦτον προσθέντες, οὐκ ἐνταῦθα τὸ καθολικὸν δεικνύναι μηδὲν διδάξαντα περὶ ὁμοιότητος εὐθυγράμμων σχημάτων, μηδὲ ὅλως περὶ ἀναλογίας ἐνδειξάμενον. πολλὰ γοῦν τῶν ἐνταῦθα μερικώτερον (?) νῷ δέδεικται καθολικώτερον διὰ τῆς τοιαύτης μεθόδου. δείκνυσι δὲ οὖν ὁ στοιχειωτὴς ἐν τούτοις ἀπὸ τῆς περὶ τῶν παραλληλογράμμων κοινῆς θεωρίας τὸ ζητούμενον. διττῶν δὲ ὄντων τῶν ὀρθογωνίων τριγώνων, τῶν μὲν ἰσοσκελῶν, τῶν δὲ σκαληνῶν, ἐν μὲν τοῖς ἰσοσκελέσιν οὐκ ἄν ποτε εὕροιμεν ἀριθμοὺς ἐφαρμόσαι ταῖς πλευραῖς. οὐ γάρ ἐστι τετράγωνος ἀριθμὸς τετραγώνου διπλάσιος, εἰ μὴ λέγοι τις τὸν σύνεγγυς. ὁ γὰρ ἀπὸ τοῦ $\bar{\zeta}$ τοῦ ἀπὸ τοῦ $\bar{\varepsilon}$ διπλάσιός ἐστιν $\bar{\alpha}$ δέοντος. ἐν δὲ τοῖς σκαληνοῖς | δυνατὸν λαβεῖν ἐναργῶς ἡμῖν δείκνυται τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης τὴν ὀρθὴν ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν περὶ τὴν ὀρθήν.

2 τοῦ τὸ] τοῦτο *M*, *G*. 3 φανερὰ γίνεται] 'manifesta fit' et in margine 'ostenditur' *B*. 15 Excidit fortasse δεδειγμένων post μερικώτερον. 'quae intellectui particularius patent' *Z*. ‖ νῷ] 'in illo' et in margine 'nobis' *B*. B_3 = *M*, *G*. 21 τὰς πλευρὰς *C*.

τοιοῦτον γάρ ἐστι τὸ ἐν πολιτείᾳ τρίγωνον, οὗ τὴν ὀρθὴν περιέχουσιν ὅ τε τρία καὶ ὁ τέσσαρα. ὑποτείνει δὲ αὐτὴν ὁ ε̄. τὸ γοῦν ἀπὸ τοῦ ε̄ τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπ' ἐκείνων. τοῦτο μὲν γάρ ἐστιν εἴκοσι πέντε, τὰ ἀπ' ἐκείνων δὲ τὸ μὲν ἀπὸ τοῦ γ̄ θ̄, τὸ δὲ ἀπὸ τοῦ δ̄ ἑκκαίδεκα.

Σαφὲς οὖν τὸ λεγόμενον ἐπὶ τῶν ἀριθμῶν· παραδέδονται δὲ καὶ μέθοδοί τινες τῆς εὑρέσεως τῶν τοιούτων τριγώνων, ὧν τὴν μὲν εἰς Πλάτωνα ἀναπέμπουσι, τὴν δὲ εἰς Πυθαγόραν. [καὶ ἡ μὲν Πυθαγορικὴ] ἀπὸ τῶν περιττῶν ἐστιν ἀριθμῶν. τίθησι γὰρ τὸν δοθέντα περιττὸν ὡς ἐλάσσονα τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, καὶ λαβοῦσα τὸν ἀπ' αὐτοῦ τετράγωνον ‖ καὶ τούτου μονάδα ἀφελοῦσα τοῦ λοιποῦ τὸ ἥμισυ τίθησι τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν τὸν μείζονα· προσθεῖσα δὲ καὶ τούτῳ μονάδα τὴν λοιπὴν ποιεῖ τὴν ὑποτείνουσαν· οἷον τὸν τρία λαβοῦσα καὶ τετραγωνίσασα καὶ ἀφελοῦσα τοῦ ἐννέα μονάδα τοῦ η̄ λαμβάνει τὸ ἥμισυ τὸν δ̄, καὶ τούτῳ προστίθησι πάλιν μονάδα καὶ ποιεῖ τὸν ε̄, καὶ εὕρηται τρίγωνον ὀρθογώνιον ἔχον τὴν μὲν τριῶν, τὴν δὲ τεσσάρων, τὴν δὲ πέντε. ἡ δὲ Πλατωνικὴ ἀπὸ τῶν ἀρτίων ἐπιχειρεῖ. λαβοῦσα γὰρ τὸν δοθέντα ἄρτιον τίθησιν αὐτὸν ὡς μίαν πλευρὰν τῶν περὶ τὴν ὀρθήν, καὶ τοῦτον διελοῦσα δίχα καὶ τετραγωνίσασα τὸ ἥμισυ, μονάδα μὲν τῷ τετραγώνῳ προσ-

5 ἐκείνου C. 10 καὶ ἡ μὲν Πυθαγορικὴ om. M, ἣ G, ἡ N. p. 150, 'Pythagorica enim quae' Z, 'quippe quae' B. 13 ἐπ' αὐτοῦ G, ἀπ' αὐτοῦ C. 14 τὸν ἥμισυ G. ‖ συντίθησι C. 15 προθεῖσα M. 18 μονάδος C. ‖ τὸν ἥμισυ C. 19 προτίθησι M, G. 23 αὐτῶν M, G, αὐτὸν C. 24 διεχοῦσα G, διελοῦσα C. ‖ τετραγωνίας M, G.

θεῖσα ποιεῖ τὴν ὑποτείνουσαν, μονάδα δὲ ἀφελοῦσα τοῦ τετραγώνου ποιεῖ τὴν ἑτέραν τῶν περὶ τὴν ὀρθήν· οἷον τὸν τέσσαρα λαβοῦσα καὶ τούτου τὸ ἥμισυ τὸν β̅ τετραγωνίσασα καὶ ποιήσησα αὐτὸν δ̅. ἀφελοῦσα μὲν μονάδα ποιεῖ τὸν γ̅, προσθεῖσα δὲ ποιεῖ τὸν ε̅, καὶ ἔχει τὸ αὐτὸ γενόμενον τρίγωνον, ὃ καὶ ἐκ τῆς ἑτέρας ἀπετελεῖτο μεθόδου. τὸ γὰρ ἀπὸ τούτου ἴσον τῷ ἀπὸ τοῦ γ̅ καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ δ̅ συντεθεῖσιν.

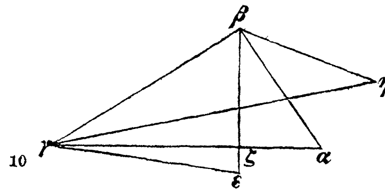
Ταῦτα μὲν οὖν ἔξωθεν προσιστορήσθω· τῆς δὲ τοῦ στοιχειωτοῦ ἀποδείξεως οὔσης φανερᾶς οὐδὲν ἡγοῦμαι δεῖν προσθεῖναι περιττόν, ἀλλὰ ἀρκεῖσθαι τοῖς γεγραμμένοις, ἐπεὶ καὶ ὅσοι προσέθεσάν τι πλέον, ὡς οἱ περὶ Ἥρωνα καὶ Πάππον ἠναγκάσθησαν προσλαβεῖν τι τῶν ἐν τῷ ἕκτῳ δεδειγμένων, οὐδενὸς ἕνεκα πραγματειώδους. ἐπὶ τὰ ἑξῆς οὖν μετίωμεν ἡμεῖς.

Prop. XLVIII, theor. XXXIIII. *Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ὀρθή ἐστιν.*

Ἀντιστρέφει μὲν τοῦτο τῷ πρὸ αὐτοῦ θεωρήματι καὶ ὅλον πρὸς ὅλον ἀντιστρέφει. εἰ γὰρ ὀρθογώνιον, τὸ ἀπὸ τῆς ὑποτεινούσης ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν,

1 ἀφελῶν *M*, *G*. 3 τὸν ἥμισυ *M*, *G*, τὸ ἥμισυ *C*. 8 συντίθησιν *M*, συντίθησι *G*; *Z* omisit hoc verbum, *B* 'componit' et in margine 'Compositis'. 12 ἐπεὶ δὲ ὅσοι προσέθηκάν τι *A*, p. 308.

καὶ εἰ τὸ ἀπὸ ταύτης ‖ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν, ὀρθογώνιόν ἐστι τὸ τρίγωνον ὀρθὴν ἔχον τὴν ὑπὸ τῶν λοιπῶν περιεχομένην. καὶ ἡ μὲν ἀπόδειξις τοῦ στοιχειωτοῦ φανερά· ὄντος δὲ τριγώνου τοῦ αβγ καὶ ἔχοντος τὸ ἀπὸ τῆς αγ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν αβ βγ,



ἀγομένης ἐπ' αὐτοῦ [τῆς?] τῇ βγ πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ β σημείου, ἐὰν λέγῃ τις ὅτι ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τὴν πρὸς ὀρθὰς ἄγειν δεῖ καὶ μὴ ἐφ' ἃ ὁ στοιχειωτὴς ἤγαγεν, ἐροῦμεν ὅτι ἀδύνατος ὁ λόγος· οὔτε γὰρ ἐντὸς τοῦ τριγώνου πίπτειν αὐτὸν δυνατόν, οὔτε ἐκτός, ἀλλ' αὐτή ἐστιν ἡ αβ. εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ὡς ἡ βε. ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ εβγ, ὀξεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ γζβ, ὥστε ἡ λοιπὴ ἀμβλεῖα, ἡ ὑπὸ αζβ. μείζων ἄρα ἡ αβ τῆς βζ. κείσθω οὖν τῇ αβ ἴση ἡ βε, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ εγ. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ εβγ, τὸ ἀπὸ τῆς εγ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν εβ βγ. ἀλλὰ ἡ εβ τῇ βα ἐστὶν ἴση, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς εγ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν αβ βγ. τοῖς δὲ αὐτοῖς ἴσον ἦν καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ. ἴσον ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς εγ τῷ ἀπὸ τῆς αγ, καὶ ἡ εγ ἄρα ἴση τῇ αγ. ἦν δὲ καὶ ἡ εβ ἴση τῇ αβ. αἱ ἄρα βε εγ δύο ταῖς βα

6 *ἀπ'* *M, G.* 7 *τῆς* om. *M, G.* 13 *ἀδυνατὸν* *C.*

αγ ἴσαι συνέστησαν ἐπὶ τῆς βγ ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὅπερ ἀδύνατον. οὐκ ἄρα ἐντὸς πε|σεῖται ἡ πρὸς ὀρθάς. ἀλλὰ μὴν οὐδὲ ἐκτὸς ἐπὶ τὰ ἕτερα μέρη τῆς αβ. εἰ γὰρ δυνατόν, πιπτέτω ὡς ἡ βη, καὶ ἴση ἔστω τῇ αβ ἡ βη, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γη. ἐπεὶ οὖν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ ηβγ το ἀπὸ τῆς ηγ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν βη βγ. [ἀλλὰ ἡ ηβ τῇ βα ἐστὶν ἴση, τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ηγ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν αβ βγ.] ἦν δὲ καὶ τὸ ἀπὸ τῆς αγ ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν αβ βγ. ‖ ἴση ἄρα ἡ ηγ τῇ αγ, ἀλλὰ καὶ ἡ ηβ τῇ βα ἐπὶ μιᾶς εὐθείας τῆς βγ, ὅπερ ἀδύνατον. οὔτε ἄρα ἐντός, οὔτε ἐκτὸς πεσεῖται ἡ ἀγομένη πρὸς ὀρθὰς ἀπὸ τοῦ β σημείου τῇ βγ. ἐπ' αὐτῆς ἄρα πεσεῖται τῆς αβ, ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ αβγ. λέλυται ἄρα ἡ ἔνστασις.

Τὸ μὲν οὖν πρῶτον βιβλίον ἄχρι τούτων ὁ στοιχειωτὴς συνεπλήρωσεν, πολλὰ μὲν ἀντιστροφῶν εἴδη παραδοὺς — καὶ γὰρ ὅλα πολλάκις ἀντέστρεψεν πρὸς ὅλα καὶ ὅλα πρὸς μέρη καὶ μέρη πρὸς μέρη θεωρημάτων — πολλὴν δὲ ποικιλίαν προβλημάτων ἐπινοήσας — καὶ γὰρ εὐθειῶν τομὰς καὶ γωνιῶν, καὶ θέσεις καὶ συστάσεις καὶ παραβολὰς παραδέδωκεν — ἐφαψάμενος δὲ καὶ τοῦ παραδόξου λεγομένου τόπου τῶν μαθημάτων, καὶ τῶν τοπικῶν αὐτῶν θεωρημάτων

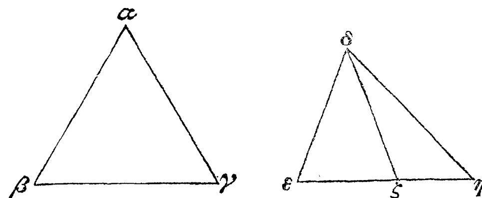
4 Post τῇ αβ ἡ βη addunt *M* et *G* ἴση ἡ β καὶ ἴση.
6—8 ἀλλὰ ἡ ηβ . . . αβ βγ om. *M*, B_3, *G* (*Z*) et *B*, qui tamen sequenti sententiae addit 'aequalis vero est ab ipsi gb'.
8 δὲ om. B_3. 16 ἤδη *C*. 21 καὶ παραβολὰς om. *G*, add. *C*.
22 τοῦ λεγομένου *C*.

ἱκανῶς ἡμᾶς ἀναμνήσας, τῶν τε καθολικῶν καὶ τῶν ἐπὶ μέρους τὴν στοιχείωσιν ἐκφήνας, καὶ τῶν ἀδιορίστων καὶ διωρισμένων προβλημάτων τὴν διαφορὰν ἐνδειξάμενος — ἃ δὴ πάντα καὶ ἡμεῖς αὐτῷ συνεπόμενοι διηρθρώσαμεν — ὅλον δὲ τὸ βιβλίον εἰς ἕνα σκοπὸν ἀνενεγκὼν τὴν στοιχείωσιν τῆς περὶ τῶν ἁπλουστάτων εὐθυγράμμων θεωρίας, καὶ τάς τε συστάσεις αὐτῶν ἐξευρὼν καὶ τὰ καθ' αὑτὰ ὑπάρχοντα αὐτοῖς ἀνασκεψάμενος. ἡμεῖς δέ, εἰ μὲν δυνηθείημεν καὶ τοῖς λοιποῖς τὸν αὐτὸν τρόπον ἐξελθεῖν, τοῖς θεοῖς ἂν χάριν ὁμολογήσαιμεν, εἰ δὲ ἄλλαι φροντίδες ἡμᾶς περισπάσαιεν, τοὺς φιλοθεάμονας τῆς θεωρίας ταύτης ἀξιοῦμεν κατὰ τὴν αὐτὴν μέθοδον καὶ τῶν ἑξῆς ποιήσασθαι βιβλίων τὴν ἐξήγησιν τὸ πραγματειῶδες πανταχοῦ καὶ εὐδιαίρετον μεταδιώκοντας, ὡς τά γε φερόμενα νῦν ὑπομνήματα πολλὴν καὶ παντοδαπὴν ἔχει τὴν σύγχυσιν αἰτίας ἀπόδοσιν οὐδεμίαν συνεισφέροντα οὐδὲ κρίσιν διαλεκτικὴν οὐδὲ θεωρίαν φιλόσοφον.

2 *ἐκφῆναι* *M*, *G*. 5 *διορθρώσαμεν* *C*. 10 *τρόπον* om. *G*, add. *C*. 19 *G* addit in fine: *Τέλος Πρόκλου εἰς τὸ α̅ Εὐκλείδου βίβλ.*

ΣΧΟΛΙΟΝ ΕΙΣ ΤΟ $\overline{\kappa\delta}$ ΘΕΩΡΗΜΑ.

Εἰ δεῖ τὸ ἐμοὶ δοκοῦν ἀποφήνασθαι, ἔσφαλται ὁ φιλόσοφος. οὐ γὰρ δυνατὸν ἐπ' αὐτῆς τῆς ὑποτεινούσης τὴν ὕστερον ἐκβληθεῖσαν εὐθεῖαν πεσεῖν, ἀλλ' ἐξ ἀνάγκης ἀνωτέρω πεσεῖται καθάπερ καὶ ὁ στοιχειωτὴς ἐχρήσατο. ὅπερ δὲ ἐλέγομεν, δείξομεν οὕτως. ἔστω



δύο $\overline{\Delta}$ ἰσοσκελῆ τὰ $\overline{\alpha\beta\gamma}$ $\overline{\delta\varepsilon\zeta}$ τὰς δύο πλευρὰς τὰς $\overline{\beta\alpha}$ $\overline{\alpha\gamma}$ ταῖς δύο ταῖς $\overline{\varepsilon\delta}$ $\overline{\delta\zeta}$ ἴσας ἔχοντα, καὶ γωνία ἡ

1 Vide supra pag. 344 lin. 25. ‖ *Ἀδήλου σχόλιον εἰς τὸ $\overline{\kappa\delta}$ ($\overline{\kappa\alpha}$ C) θεώρημα Εὐκλείδου στοιχείου πρώτου G.* *M* tamquam initium facit libri quarti: πρόκλου λυκίου πλατωνικοῦ διαδόχου εἰς τὸ πρῶτον εὐκλείδου στοιχείων. et in margine λο' δ. Eadem manu, qua Procli opus, etiam hoc scholium est scriptum. ‖ *G* in margine: Hoc scholion adiecimus in exemplari quodam veteri repertum. 5 *ὥσπερ G, ὅπερ C.* 6 $\overline{\Delta}$ om. *G.*

πρὸς τῷ α γωνίας τῆς πρὸς τῷ δ μείζων ἔστω. οὐκοῦν θετέον ἴσην αὐτῇ γωνίαν τὴν ὑπὸ εδη, καὶ ἐκβληθεῖσα ἡ δη ἔστω ἴση τῇ εδ. ἐὰν δὲ βουλώμεθα ἐπιζεῦξαι τὴν εη, οὐ δυνατὸν ταύτην τὴν ἐπιζευγνῦσαν ἐπ' εὐθείας εἶναι τῇ εζ. εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω αὐτῇ ἐπ' εὐθείας, τουτέστιν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας πιπτέτω ἡ εη, καθάπερ φαίνεται χρησάμενος ὁ Πρόκλος ἐν τῇ δευτέρᾳ αὐτοῦ ὑποθέσει. ἐπεὶ οὖν ἰσοσκελῆ ὑπόκειται τὰ Δ, ἴση ἂν εἴη ἡ πρὸς τῷ ε γωνία τῇ πρὸς τῷ η. ἀλλὰ μὴν καὶ τῇ ὑπὸ δζε ἐστὶν ἴση, καὶ ἡ πρὸς τῷ η ἄρα ἴση ἐστὶν τῇ ὑπὸ δζε γωνίᾳ. ‖ τὰ γαρ τῷ αὐτῷ ἴσα καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα. εἰ δὲ τοῦτο ἀληθές, ἔσται τοῦ δζ ηδ ἡ ἐκτὸς γωνία τῇ ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον ἴση, ὅπερ ἐστὶν ἀδύνατον. οὐκ ἄρα δυνατὸν ἐπ' εὐθείας εἶναι τὴν εη εὐθεῖαν τῇ εζ. εἰ δὲ τοῦτο οὐκ ἐνδέχεται, πολλῷ μᾶλλον οὐδὲ ἐκτὸς πεσεῖται· ἐντὸς ἄρα. οὐκ ἄρα ὀρθῶς εἴρηκεν ὁ φιλόσοφος.

Καὶ ἄλλως δὲ τοῦτο δείξομεν ἀδύνατον ἐπὶ τῆς αὐτῆς καταγραφῆς. ἐπεὶ γὰρ ἴση ὑπόκειται ἡ δε τῇ δζ καὶ τῇ δη, καὶ ἡ δζ ἄρα τῇ δη ἴση ἂν εἴη, ὥστε ἰσοσκελῆ εἶναι τὰ τρία τρίγωνα, ἤγουν τὸ δεζ καὶ τὸ δζη καὶ ἔτι τὸ δεη. ἴσαι γὰρ ἐδείχθησαν ἀλλήλαις

1 πρὸς τὸ α *M, G.* ‖ πρὸς τὸ δ *M, G.* ‖ μεῖζον *M, G.* 3 βουλόμεθα *M, G.* 9 Δ] δύο *G.* ‖ πρὸς τὸ ε *M, G,* corr. *C.* ‖ πρὸς τὸ η *M, G,* corr. *C.* 11 πρὸς τὸ η *G,* corr. *C.* 19 αὐτῆς om. *G,* add. *C.*

αἱ τρεῖς πλευραί. οὐκοῦν καὶ αἱ πρὸς ταῖς βάσεσιν αὐτῶν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις πεσοῦνται, τουτέστιν ἡ πρὸς τῷ $\bar{\epsilon}$ τῇ πρὸς τῷ $\bar{\eta}$ καὶ ἔτι τῇ ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\epsilon}$, καὶ ἡ πρὸς τῷ $\bar{\eta}$ τῇ ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\eta}$. αἱ τέσσαρες ἄρα γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν κατὰ μίαν, ὥστε καὶ δύο αὐτῶν τοῖς λοιποῖς δύο ἴσαι ἔσονται. ἔστωσαν αἱ πρὸς τοῖς $\bar{\epsilon}$ καὶ $\bar{\eta}$ δύο ταῖς ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\epsilon}$ $\overline{\delta\zeta\eta}$ δυσὶν ἴσαι, ὅπερ συναμφότεραι συναμφοτέραις. αἱ δὲ ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\epsilon}$ $\overline{\delta\zeta\eta}$ δύο ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν, εἴπερ εὐθεῖα ἡ $\overline{\delta\zeta}$ ἐπ' εὐθεῖαν τὴν $\overline{\epsilon\eta}$ ἐφέστηκεν, ὥστε καὶ αἱ ὑπὸ $\overline{\delta\epsilon\zeta}$ $\overline{\delta\eta\zeta}$ γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν. εἰ δὲ τοῦτο ἀληθές, ἀνήρηται τὸ $\overline{\iota\zeta}$ θεώρημα. ἀλλὰ μὴν ἐκεῖνο ἀληθές, ἀδύνατον ἄρα τοῦτο. οὐκ ἄρα ἡ ἐκβαλλομένη | εὐθεῖα ἡ $\overline{\delta\eta}$ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἐπιζευχθήσεται τῆς $\overline{\epsilon\zeta}$. εἰ δὲ τοῦτο οὐχ οἷόν τε, πολλῷ μᾶλλον, ὡς εἴρηται, οὐδὲ ἐκτός. μεῖζον γὰρ τούτου ἐπ' ἐκείνου τὸ συμβαῖνον ἄτοπον. ῥητέον οὖν ὑπὲρ τοῦ φιλοσόφου ὅτι πρὸς εἰσαγομένους διαλεγόμενος οὐ πάνυ ἐμμελῶς ἐξέθετο, ἢ γυμνασίας χάριν τῶν εὐφυῶς διακειμένων καὶ προθυμοποιίας, ἢ καὶ ἴσως ἐπελάθετο, καὶ οὐδὲν θαυμαστόν.

Καὶ ἄλλως· ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθησαν αἱ τέσσαρες γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις κατὰ μίαν, τουτέστιν ἥ τε ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\epsilon}$ καὶ ἡ ὑπὸ $\overline{\delta\zeta\eta}$ καὶ ἔτι ἡ πρὸς τῷ $\bar{\epsilon}$ καὶ ἡ πρὸς τῷ $\bar{\eta}$, ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ποιῇ, ὀρθή ἐστιν ἑκατέρα, ὥστε ὀρθὴ ἂν

3. 4 *πρὸς τὸ* $\bar{\eta}$ ambobus locis *M*, *G*, corr. *C*. 5 *τῶν λοιπῶν* *M*, *G*. 23 *ἡ* ante *πρὸς τῷ* $\bar{\eta}$ om. *M*, *G*.

εἴη ἑκατέρα τῶν ὑπὸ $\overline{δξε}$ $\overline{δξη}$. εἰ δὲ τοῦτο, καὶ ἡ πρὸς [τῷ $\overline{ε}$ καὶ ἡ πρὸς] τῷ $\overline{η}$ ὀρθαὶ ἂν εἶεν. εἰ δὲ τοῦτο, ἀνῄρηται πάλιν τὸ $\overline{ιζ}$ θεώρημα. παντὸς γάρ φησιν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι δύο ὀρθαῖς ἐλάσσονές εἰσιν· ἡ δὲ ὑπόθεσις ἡμῶν δείκνυσιν αὐτὰς δύο ὀρθαῖς ἴσας· ὅπερ ἄτοπον.

1 $\overline{δξη}$ om. *G*, add. *C*. 2 τῷ $\overline{ε}$ καὶ ἡ πρὸς om. *M*, *G*. ‖ τὸ $\overline{η}$ *G*, τῷ $\overline{η}$ *C*. ‖ ὀρθὴ ἂν εἴη *G*.

Addenda.

P. l.

16, 23. Ante ἀριθμῶν videtur addendum φαινομένων quod legitur 17, 10.

23, 9. Pro λειότητας conieceris ἰσότητας esse scribendum.

29, 18. ἐν πολιτείᾳ] VII, 533, C.

42, 20. Post λέγω omissum esse putes καὶ τὴν συνθετικήν, cum 43, 3 legeris τὰ δὲ διὰ συνθέσεως. At vide 43, 7—9 et 69, 14—19.

50, 20. φαίνεται in φαίνεσθαι mutare in promptu est. Barocius interpretatus est: 'aut in singularibus excogitari innatum est apparereve tale, quod existentiam quoque in his habeat' Zambertus: 'vel in singularibus consideratur vel in his etiam essentiam obtinere videtur'. Ille igitur καί, hic πέφυκε aut non invenit in codice aut omisit. Magis tamen placet πέφυκε ἢ φαίνεται additamentum esse lectoris, quem fugit infinitivos φαντάζεσθαι, ἔχειν pendere a praecedente εἴπωμεν.

67, 15. ὁρικῶν, quod in codicibus exstat, sensu non caret; qui μερικῶν scripserunt, voce καθολικώτερα adducti ad id videntur. Utrum a Proclo sit scriptum, haud scio an nunquam possit discerni.

130, 15. Codicis M scripturam Ἀσιναῖος correxit postera manus in Ἀθηναῖος. In Zamberti interpretatione legitur 'Atheniensis philosophus'. Barocius dicit: 'Asinaeus quoque Philosophus' et Taylor: 'Theodorus Asinaeus the philosopher'. Ego certi nihil adhuc indagavi.

P. l.

140, 7. Verbum ἐστιν, quod praebent codices post νοητῶν supervacaneum, in margine vel inter lineas sequenti τελειότερον fuisse adscriptum puto.

147, 20. φησὶν ὅτι νοῦν μιμεῖται ex margine in contextum illata mihi videntur.

154, 3. Inter τό et οἷον omissum fortasse est ἕν. Propius autem ad codicis M scripturam accedes, si τό in αὐτό mutaveris.

155, 17. Post διακόσμῳ excidit verbum similitudinis notionem reddens; nimis enim est durum προσέοικεν, quod paullo supra legitur, hoc loco inde supplere.

189, 18. Verba εἶναι δύνασθαι ex linea 16 male hic sunt repetita.

197, 16. Loco lacunoso nec B_3 subvenit, ubi pro vocabulis τὰ ὅλα ἴσα. τὸ ἄρα leguntur vocabula ὅλον ἄρα τό. Ex sequentibus ibi exciderunt lineae 197, 18 usque ad 198, 2.

209, 3—4. Priorem huius loci partem sanavisse mihi videor addita voce διαστήματι, in altera πρότερον ante κέντρῳ audias vel addas.

273, 12. ἐπ' αὐτοῦ interpretatus est Barocius 'apud ipsum', ego aut ὑπ' αὐτοῦ scribendum aut 'in illo' i. e. problemate vertendum puto.

274, 13. 14. Cum in M post $\overline{\gamma\beta\varepsilon}$ addita sint: μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\gamma\delta}$, locus ita fortasse est scribendus: μείζων δὲ ἡ ὑπὸ $\overline{\gamma\beta\delta}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\gamma\beta\varepsilon}$· μείζων ἄρα ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\gamma\delta}$ τῆς ὑπὸ $\overline{\gamma\beta\varepsilon}$.

304, 6. Aut τῇ ἐπ' εὐθείας δείξει scribendum videtur aut adiectivi forma adhibenda τῇ ἐπευθείᾳ δείξει, quae in M invenitur et hoc loco et infra 345, 1: ταῖς ἐπευθείαις δείξεσι.

306, 16—18. Hunc locum aliter quoque restitueris scribens: ταύτῃ μὲν γὰρ καὶ ἴση δύναται εἶναι καὶ ἐλάσσων αὐτῆς, ἐκείνων δὲ ἑκατέρας μείζων ἐστὶν ἐκ παντός.

315, 2. In promptu est scribere: ὅτε μὲν ἐξ ὁμοιοτήτων καὶ ἀνομοτοτήτων, ὅτε δὲ ἐξ ἰσοτήτων καὶ ἀνισοτήτων. At Proclus plurali usus idem videtur voluisse dicere ac si ὁμοιότητος καὶ ἀνομοιότητος, ἰσότητος καὶ ἀνισότητος diceret.

325, 10—11. Veri non dissimile est inter ἴσαι et καί excidisse aliquot verba causam addentia, cur anguli ad α punctum iacentes angulis ad ε iacentibus aequales esse nequeant. Aut enim duobus rectis essent aequales aut iisdem angulis et aequales et minores iis.

333, 12—13. In B_3 in contextu legitur ἥ τε τοῦ πελέκεως et in margine μηνοειδὴς πελεκοειδής.

333, 14—15. B_3: καὶ ἡ τοῦ μηνοειδοῦς (alias πελεκοειδοῦς).

p. l.
337, 21. *δεῖ* mutandum videtur in *κοινὸν δέ*. ‘commune cunctis inquam’ Barocius.
345, 6. Post *τῇ ἀνισότητι* addendum est *τὴν ἀνισότητα*, quod M et G omittunt.
349, 3—6. Proclum scripsisse puto: *οὔκουν .... ἄνισα πάντα;*
394, 13. Aut *ἐσμεν* post *διαιρούμενοι* videtur addendum aut *διαιρούμεθα* scribendum. Barocius *καί* post *προσετίθεμεν* non est interpretatus.
409, 8. *δέ* post *ἔοικεν* minus recte videtur additum, cum *ἔοικεν* referendum sit ad *ὅτι* post *ἐπισημήνασθαι* in linea 1.

Index nominum.

Index rerum et verborum.
